RAQUEL FACTORI CANOVA

CRENÇA, CONCEPÇÃO E COMPETÊNCIA DOS PROFESSORES DO 1º E 2º CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM RELAÇÃO À FRAÇÃO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP
SÃO PAULO
2006

RAQUEL FACTORI CANOVA

CRENÇA, CONCEPÇÃO E COMPETÊNCIA DOS PROFESSORES DO 1º E 2º CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM RELAÇÃO À FRAÇÃO

Dissertação apresentada à banca examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE **em Educação Matemática**, sob orientação da **Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina.**

PUC/SP
SÃO PAULO
2006

BANCA EXAMINADORA

____

____

____

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Iedo e Virginia

à meu irmão Renato

e ao meu esposo Diego.

AGRADECIMENTOS

É com grande satisfação e entusiasmo que chego ao final desta pesquisa. Além de todo conhecimento e experiência, este trabalho me proporcionou conviver com pessoas maravilhosas que me ajudaram e me apoiaram em toda a trajetória.

À Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina, pela orientação constante, apoio, incentivo e, sobretudo o privilégio de uma convivência acolhedora. Sua dedicação foi fundamental para realização deste estudo, meu muito obrigada.

À Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos, pelo incentivo e valiosas sugestões, seja individualmente, seja nas discussões do grupo de fração.

À Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, por ter aceito fazer parte da banca e por suas sugestões e valiosas contribuições.

À Profa. Dra. Maria Célia Leme da Silva, pelas sugestões e auxílio que muito contribuíram para a evolução desta pesquisa.

Gostaria muito de agradecer também, as instituições Alice Rodrigues Dias, representada pela Profa. Dra. Silvia Alcântara Machado, a CAPES e a CNPq, pela bolsa de estudo, pois sem esta, com certeza este trabalho não seria possível.

Aos meus amigos: Aparecido (o Cido), Wilson, Vera, Angélica, Alécio, Conceição, Leonel e Ubiratan (o Bira), pela oportunidade das discussões e contribuições em diferentes momentos deste estudo, e ao grupo de fração em particular, o meu agradecimento pelo auxílio na análise.

À direção e professores das escolas municipais pela colaboração para a realização deste trabalho

Aos meus queridos Pais pela educação e por apostarem em mim dando boas escolas e sempre incentivando a nunca parar. Durante todo esse percurso, colaboraram para eu pudesse fazer um bom trabalho e me apoiaram em todos os momentos com muito carinho, atenção e compreensão. Meu muito obrigada pai e mãe.

A meu esposo Diego, pelo constante incentivo, colaboração e pela compreensão de minha ausência em muitas horas dedicadas a este estudo. O seu companheirismo foi muito importante durante todo o desenvolvimento deste trabalho. Muito obrigada Diego.

E finalmente, agradeço a Deus por ter me dado saúde e iluminado este percurso.

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo identificar e analisar as crenças, concepções e competências dos professores que atuavam no 1º e 2º ciclos no Ensino Fundamental no que diz respeito ao conceito de fração. Para isso o estudo se propôs a responder a seguinte questão de pesquisa: "*Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?"* Para responder tal questão, primeiro, construímos uma sustentação teórica baseada nas idéias de Vergnaud, Nunes e Ponte. Em seguida, elaboramos um instrumento investigativo composto por 29 questões sudvididas em quatro partes: (1) perfil; (2) crenças; (3) concepções e (4) competências. Esse instrumento foi aplicado a 51 professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, distribuídos em três escolas da Rede Municipal da cidade de Osasco. No segundo momento, realizamos entrevistas clínicas em 10% da amostra. A análise dos dados também foi dividida nas mesmas quatro partes que compôs o instrumento. Utilizamos a classificação teórica proposta por Nunes et al. (2003) e consideramos as variáveis de quantidade (contínua e discreta) e representação (íconica ou não) além dos invariantes do conceito (ordem e equivalência). Os resultados mostraram que as crenças dos professores não são influênciadas pela sua prática docente, o que não é verdade para as concepções. Estas eram mais restritas entre os professores do 1º ciclo (significado parte-todo em quantidade contínua não íconica) do que para os professores do 2º ciclo (exploraram mais variáveis, sendo estas bem próximas das encontradas nos livros didáticos). Quanto à competência, constatamos que não houve um desempenho eqüitativo entre os cinco significados da fração e os invariantes. Estas evidências levaram-nos a concluir que há a necessidade de se ampliar o campo conceitual desses professores com relação ao objeto fração.

Palavras-chaves: significados da fração, campo conceitual, formação de professor, Ensino Fundamental, estudo diagnóstico

ABSTRACT

This work had the goal to identify and analyse the teachers` beliefs, conceptions and competences who work in First and Second cycles of Ensino Fundamental with the concept of decimal and vulgar fraction. It was proposed in this study to answer the following question of research: “What is the understanding that the teachers of First and Second cycles of Ensino Fundamental present with the relation to decimal and vulgar fraction?” To answer this question, first we built a theoretical support based in Vergnaud`s, Nunes`, and Pontes` ideas. Then we elaborated an investigable instrument with twenty nine questions subdivided in four parts: (1) outline; (2) beliefs; (3) conceptions and (4) competences. This instrument was applied to fifty one teachers of First and Second cycles of Ensino Fundamental, distributed to three schools of Municipal Net of Osasco City. At the second moment, we accomplished clinical interviews with 10% of the sample. The analyses of the data was also divided in the same four parts that made the instrument. We utilized the theoretical classification proposed by Nunes and others (2003) and we considered the variants of quantity (continuous and discreet) and representation (iconic or not) besides the invariants of concept (order and equivalence). The results showed the teachers` beliefs are not influenced by their teaching practice, what it is not true to the concepts. These were more restricted among the teachers of the First cycle (meant part-whole in continuous quantity not iconic) than teachers of the Second cycle (they explored more variants, being these nearer of those found in didactic books). As to competence, we verified that there was not an equitable performance among the five fraction meanings and the variants. These evidences led us to conclude there is the need to enlarge these teachers`conceptual background about fraction.

Key Words: meanings of fraction, conceptual background, teacher’s background, diagnostic study

SUMÁRIO

CAPÍTULO IV – FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA, DA ESCOLA E DA PESQUISA

CAPÍTULO V – METODOLOGIA

CAPÍTULO VI – ANÁLISE DOS RESULTADOS

CAPÍTULO VII – CONCLUSÃO

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

No dia-a-dia é muito comum ouvir, ler ou falar sobre situações que envolvam frações. Podemos pensar em fração como uma forma de representar os números racionais. No desenvolvimento deste trabalho, referir-nos-emos a representação fracionária de números racionais simplesmente como fração.

A seguir apresentaremos dentro do nosso cotidiano, alguns exemplos ilustrativos nos quais as frações aparecem representadas por:

- **Símbolo matemático:** nesse caso a fração é indicada como $\frac{a}{b}$ (significando $a \div b$), sendo a e b números inteiros e b diferente de 0.

Uma situação muito comum desse tipo de representação são as receitas de culinária, como ilustra a figura 1.1 abaixo:

Sukiyaki

Rendimento - 4 p
Tempo aprox. - 12 minutos **(17)**

Ingredientes

½ kg de filé mignon ou contra-filet
¼ xícara (chá) de molho de soja
¼ xícara (chá) de sherry seco
2 colheres (sopa) de açúcar
1 tablete de caldo de carne,
1 ½ xícaras (chá) de cenouras, cortadas em palitos
12 cebolinhas, cortadas ao meio
250g de cogumelos frescos

Pasta de Siri

Rendimento — 300g
Tempo aprox. — 1 minuto, **(1 1/2)**

Ingredientes

250g de carne de siri
1 1/2 colheres (sopa) de cebolinha verde batidinha
1 1/2 xícara (chá) de queijo prato ralado
1/2 xícara (chá) de maionese
1 colher (chá) de suco de limão
1/4 colher (chá) de curry
36 bolachas crackers

FIGURA 1.1: Receitas retiradas do livreto do consumidor que acompanha o Microondas Panasonic Junior.

Nas duas receitas acima, encontramos a fração sendo utilizada para expressar quantidades (½ kg de file mignon, ¼ de xícara (chá) de molho de soja) e também o tempo (tempo aproximado:1 minuto, (1 ½)).

Outra situação em que também é muito comum encontrarmos esse tipo de representação são as listas de material hidráulico, como mostra a figura 1.2 a seguir:

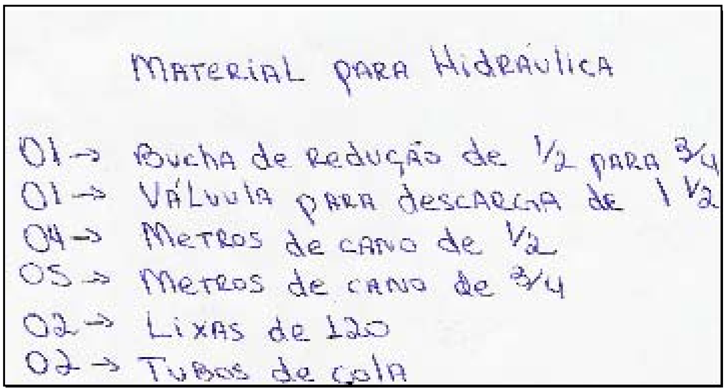


FIGURA 1.2: Exemplo fictício de uma lista de material hidráulico de um encanador

Na situação descrita acima, temos uma lista de compras de materiais hidráulicos tal qual costuma ser frequentemente escrita por encanadores. Notamos na lista que os diâmetros dos materiais estão todos apresentados em fração. Essas frações referem-se a unidade polegada. Assim, o item 01 da lista refere-se a uma peça que liga um cano de ½ polegada a outro de ¾ de polegada, com a função de redutor da passagem de água na tubulação. Ao usar essa terminologia (fração de polegadas) não significa que o encanador tenha conhecimento do que esse objeto significa do ponto de vista da Matemática. Na verdade quando um encanador nos pede para comprar um cano “Tigre” de $\frac{1}{2}$ (um cano da marca Tigre com o diâmetro de meia polegada) esse valor $\frac{1}{2}$ é referido como um rótulo referente ao cano sem que, contudo, haja um entendimento matemático a seu respeito.

- **Língua natural:** nesse caso a fração é utilizada em frases, que ouvimos com muita freqüência. As frações mais utilizadas nesse caso são: um quarto $\left(\frac{1}{4}\right)$, meio $\left(\frac{1}{2}\right)$, um terço $\left(\frac{1}{3}\right)$, três quartos $\left(\frac{3}{4}\right)$

Quem já não ouviu, ou falou alguma das frases abaixo?

"PARA FAZER UMA LARANJADA USEI MEIA DÚZIA DE LARANJAS"
"TRÊS QUARTOS DA ESTRADA ESTAVA EM PÉSSIMO ESTADO"
"GASTEI UM QUARTO DE GASOLINA"
"QUE HORAS SÃO? TRÊS E MEIA"

As frases descritas são pronunciadas com muita freqüência no dia-a-dia. No entanto podemos usá-las sem nos darmos conta das frações que nelas estão contidas. Temos a compreensão, por exemplo, na última frase, que três e meia significa 3 horas mais metade de uma hora, isto, porém está implícito.

O termo fração também é utilizado para expressar parte de alguma coisa, como mostra o exemplo, que se refere a venda de um bilhete de loteria:

FIGURA 1.3: Padovan, Guerra, Milan *Matemática*. 3ª série, p. 128,2005.

Por fim, a fração ainda pode ser utilizada para se referir a um curto espaço de tempo. Neste caso, ela pode aparecer em situações do dia-a-dia ou, ainda, como figura metafórica, como ilustram os exemplos da figura 1.4:

*"Eterno é tudo aquilo que vive uma fração de segundo
mas com tamanha intensidade que se petrifica e nenhuma força o resgata"*

(Esse poema foi escrito por Nandinha, sendo retirado do site http://mundodeandinha.zip.net/ em 03/05/2005)

FIGURA 1.4: Exemplos de referência a um período de tempo expresso por fração

No poema acima, a palavra fração é usada para expressar um período de tempo muito curto, tão curto que nos remete a algo menor que a menor unidade de tempo marcada por um relógio comum, isto é, em uma parte do segundo, e que, portanto um número inteiro não expressaria tal situação.

No ensino, muitas vezes, o conceito de fração aparece solto, deslocado, sem um contexto que dê significado para ele, como nos exemplos mencionados acima. Isso pode fazer com que as crianças não associem esse conceito ao seu conhecimento do cotidiano, dificultando a sua aprendizagem.

Uma vez feita a apresentação do nosso estudo, passaremos à justificativa do porquê escolhermos a fração como objeto de estudo desta dissertação.

1.2 JUSTIFICATIVA

Acreditamos, assim como Behr et al (1983), que o conceito de fração é uma das idéias matemáticas mais complexas e importantes na formação do aluno e que o seu ensino e aprendizagem envolvem três aspectos:

1) O primeiro aspecto é o **prático**, isto é, as frações, em suas diferentes representações, surgem com freqüência em diversas situações relacionadas à expressão de medida e de quantidade. Este fato evidencia a necessidade da extensão do conjunto dos números naturais;
2) O segundo aspecto refere-se a uma perspectiva **psicológica**, ou seja, o trabalho com as frações surge como uma oportunidade privilegiada para alavancar e expandir estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual;
3) O terceiro aspecto diz respeito à perspectiva da **Matemática**, pois serão justamente os primeiros estudos com as frações que fundamentarão idéias matemáticas mais complexas como, por exemplo, as operações algébricas elementares a serem desenvolvidas ao longo do ensino de Matemática.

Além desses importantes aspectos, evidenciamos, por meio de pesquisas recentes (Bezerra, 2002; Merlini, 2005; Moutinho, 2005), que tanto os alunos das séries iniciais (1º e 2º ciclos), quanto aqueles das séries finais (3º e 4º ciclos) apresentam dificuldades em resolverem situações-problema envolvendo fração.

O baixo rendimento dos alunos em relação a esse conceito também pode ser observado nos resultados das avaliações oficiais, tanto do Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP, 1998), quanto no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB, 2001).

Nos relatórios oficiais em que se discutem os resultados dessas avaliações, há recomendações claras para que o conceito de fração seja mais explorado na escola e que se utilizem situações práticas do cotidiano.

No último relatório divulgado do SARESP (1998, p.35), o desempenho dos alunos de 5ª série do Ensino Fundamental nas questões que envolveram o conteúdo de fração ficou abaixo do esperado. Vale salientarmos que os técnicos responsáveis por essa avaliação consideram, conforme consta no próprio relatório, que ao se avaliar alunos da 5ª série, estarão avaliando na verdade, os conteúdos referentes à 4ª série do Ensino fundamental. Uma das questões que envolveu o conceito foi a questão de número 10, que traz o seguinte situação:

Das figuras abaixo, quais representam frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ *?*

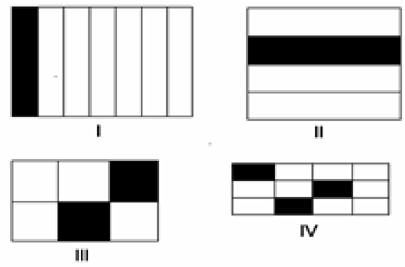


FIGURA 1.5: Questão 10 do SARESP 1998

Apesar de encontrarmos facilmente questões similares a esta nos livros didáticos, o índice de acerto dos alunos da 5ª série foi apenas de 26%. Esse percentual é muito baixo se pensarmos que o significado parte-todo é o mais utilizado no ensino de fração e, possivelmente, é o significado que os alunos mais dominam. Esse baixo índice de acerto demonstra a grande dificuldade que os alunos têm em trabalhar com a representação fracionária.

A análise encontrada no relatório do SARESP (1998) para a referida questão, aponta que, pedagogicamente, era esperada uma atuação bem melhor dos alunos. A hipótese levantada para esse baixo rendimento foi a de que os alunos não apresentavam domínio do conceito de frações equivalentes, embora tal domínio fosse fundamental para um trabalho significativo de números fracionários.

Com relação a avaliação do SAEB (2001), aplicada em alunos de 4ª série do Ensino Fundamental, foi apresentada a seguinte questão:

Para fazer uma horta, Marcelo dividiu um terreno em 7 partes iguais. Em cada uma das partes, ele plantará um tipo de semente. Que fração representará cada uma das partes dessa horta?

FIGURA 1.6: Questão apresentada no descritor 24, nível 5, do SAEB 2001

Trata-se, novamente, de uma questão que envolve o significado parte-todo e que possivelmente é trabalhada nas escolas. Assim como na questão do SARESP, o índice de acertos dos alunos foi muito baixo; aqui tivemos o percentual de 35% de acertos. Esse baixo rendimento denota que embora se trate de uma questão costumeiramente trabalhada em sala de aula, os alunos não tinham o conhecimento necessário para resolução dessa situação.

O baixo desempenho dos alunos, conforme os resultados do SARESP (1998) e SAEB (2001) podem estar ligados ao próprio entendimento e competência que os professores das séries iniciais têm sobre o conceito de fração.

Segundo Magina et al. (2001, p. 11) não se pode descrever e analisar avanços e conquistas dos alunos no seu processo de aprendizagem sem considerar as suas competências e concepções:

> A competência é traçada pela ação do aluno diante das situações (no caso, resolução de problemas), e as concepções dos alunos podem ser traçadas por suas experiências verbais ou outras representações simbólicas (tais como a escrita ou o gesto).
> Dentro desse processo de formação e desenvolvimento de competências e concepções, o ensino é essencial e o professor tem um papel fundamental, pois é dele a responsabilidade de fazer escolhas adequadas para criar um ambiente favorável para o aluno avançar nesse processo.

Assim sendo, é de grande interesse investigar-se sobre o conhecimento, o qual Ponte (1994) considera como sendo as crenças e concepções. É importante destacar que o objetivo desta pesquisa vai além, buscando também investigar as competências que os professores, que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental (polivalentes), apresentam sobre o conteúdo de fração. Esses profissionais participam diretamente da formação e desenvolvimento do conhecimento e competência dos seus alunos.

Os três termos investigados nesta pesquisa – crença, concepção e competência – serão incluídos na palavra "entendimento".

Cabe ressaltar que este estudo faz parte de um projeto de pesquisa mais amplo, desenvolvido dentro do programa de cooperação entre a Oxford University – sob a coordenação de Terezinha Nunes – e o Programa de Educação Matemática da PUC-SP, coordenado pelas Professoras Tânia Campos e Sandra Magina. Tal projeto, intitulado "*A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração*", tem por objetivo investigar a formação e desenvolvimento do conceito de fração nos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, quer seja do ponto de vista do seu ensino (professor), quer seja do ponto de vista da sua aprendizagem (aluno).

Neste projeto estão sendo desenvolvidas seis dissertações de mestrado e duas teses de doutoramento. Os trabalhos de mestrado, nos quais nos incluímos, são estudos diagnósticos com o objetivo de mapear algumas dificuldades e estratégias apresentadas tanto pelos alunos quanto pelos professores.

Tanto os estudos de mestrado, quanto os de doutorado, serão descritos resumidamente no Capítulo IV deste trabalho.

No momento, é importante destacarmos o trabalho de mestrado de Santos (2005), cujo estudo foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa, ele pediu que os professores do 1º, 2º e 3º ciclos do Ensino Fundamental elaborassem seis problemas que abordassem o conceito de fração. Na segunda etapa realizada um mês após a primeira, ele pediu para que estes professores resolvessem os seis problemas que eles próprios elaboraram. A partir da análise dos protocolos de elaboração dos problemas, Santos estabeleceu algumas classificações, sendo que uma delas diz respeito à fração e seus cinco significados.

Esta pesquisa serviu de base para o desenho de nosso estudo, que buscou estender o diagnóstico feito por Santos (2005), no sentido de que além de pesquisar as concepções dos professores nas elaborações de questões que envolviam o conceito de fração, fomos mais além, elaborando questões investigativas a respeito de suas crenças e competências com relação à fração.

Os termos “crenças”, “concepções” e “competências” serão abordados em detalhes no Capítulo III. Porém, para efeito de compreensão neste capítulo, salientamos que os mesmos são empregados em nosso estudo com os seguintes sentidos:

- As crenças, segundo Ponte (1992), são verdades pessoais que não se apóiam em experiências válidas, são criações livres da imaginação. As crenças não têm suporte empírico que as valide.

- As concepções, segundo o mesmo autor, têm uma natureza essencialmente cognitiva. São mantidas pelas convicções, são consensuais e têm procedimentos para valorizar sua validade. Para Vergnaud (1987), as concepções, na maioria das vezes, são traçadas nas expressões simbólicas – explícitas – por meio de problemas práticos e teóricos.
- As competências podem ser traçadas por meio da ação do sujeito frente a uma situação, Vergnaud (ibid). São conhecimentos e conceitos implícitos, analisados como combinação de esquemas[1].

Exposta a justificativa do nosso estudo, apresentaremos a problemática a qual se insere.

1.3 PROBLEMÁTICA

O conceito de número fracionário tem o seu ensino iniciado a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental. Embora esse conteúdo seja desenvolvido nos ciclos iniciais, constata-se (Merlini, 2005) que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem a compreensão do significado desse número.

Pesquisas recentes (Silva, 1997; Bezerra, 2002; Moutinho, 2005; Merlini, 2005; Santos, 2005) têm demonstrado que a introdução desse conceito está longe de ser trivial, tanto do ponto de vista do ensino como da aprendizagem. No ensino, percebemos um grande exagero em procedimentos algoritmos (Silva 1997; Santos, 2005) e uma forte tendência em traduzir o conceito de número

[1] O termo "esquema" foi introduzido por Piaget para dar conta das formas de organização tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais.

racional, na representação fracionária, utilizando apenas um significado, seja parte-todo, seja operador multiplicativo.

Além do mais, os resultados de estudo de Nunes (1997) aponta que as crianças inglesas apresentam maior facilidade no entendimento de problemas que trazem o significado quociente, embora haja uma tendência da escola em trabalhar muito pouco este significado.

Uma explicação para as dificuldades encontradas na aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com as idéias construídas para os números naturais (Merlini, 2005). A noção de ruptura parece, por exemplo, no seguinte exemplo: Pergunta-se a um aluno após este ter aprendido que a multiplicação é uma adição repetida “Seis vezes quanto dá o número três?”.

Este aluno provavelmente vai dizer que é impossível e ficará muito surpreso ao perceber que, ao comprar 6 pacotes de pipoca doce ao preço de R$0,50 ($\frac{1}{2}$), ele terá que pagar R$3,00. Magina et al. (2001, p.6) comenta algumas rupturas e diz *“que a idéia que “multiplicação sempre aumenta”, só é verdade quando está restrita ao domínio de validade dos números naturais.”*

A falta de compreensão que a representação $\frac{a}{b}$ com $b \neq 0$ é um número e não dois números naturais e um traço separando-os faz com que surjam outras dificuldades na aquisição desse novo conceito. Os alunos transferem o seu conhecimento de números naturais para os números racionais e isso faz com que eles, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), enfrentem várias dificuldades.

De fato, tanto os resultados encontrados por Santos (2005) no ensino, como de Merlini (2005) e Moutinho (2005) na aprendizagem, evidenciaram que muitas vezes a fração é tratada como dois números naturais sobrepostos. Já nos resultados de Silva (1997) e de Bezerra (2001), ambos constataram que tanto os professores quanto os alunos desprezam a conservação de área nas figuras, levando assim, ao erro. Esses estudos serão aprofundados no Capítulo IV.

Acreditamos que as dificuldades do aluno, na aprendizagem (Merlini (ibid); Moutinho (ibid); Bezerra (ibid)), estejam relacionadas à falta de compreensão do professor sobre fração (Silva (ibid), Santos (ibid)), acreditamos que tais dificuldades podem estar relacionadas a compreensão que os professores têm da fração. Pra tanto, elaboramos um instrumento diagnóstico com o objetivo de investigar e analisar algumas crenças, concepções e competências dos professores, com relação a este conteúdo.

A seguir apresentaremos o objetivo do nosso estudo seguido da nossa questão de pesquisa.

1.4 OBJETIVO E QUESTÃO DE PESQUISA

Este trabalho tem como objetivo identificar e analisar as crenças, concepções e competências dos professores que atuam no 1º e 2º ciclos no Ensino Fundamental no que diz respeito ao conceito de fração. Para tanto, nos apoiaremos na classificação teórica proposta por Nunes et al. (2003) a qual apresenta a fração com cinco significados (parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo). Também levaremos em conta, duas variáveis: de quantidade (contínua e discreta) e representação (icônica e não icônica), além dos invariantes do conceito (ordem e equivalência).

Tendo este objetivo, o presente estudo foi elaborado para responder a seguinte questão de pesquisa:

> **Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?**

Para responder tal pergunta será necessário investigar outras duas questões: 1- Quais as crenças e concepções que esses professores têm a respeito da fração? – entendimento no ensino. 2- Quais as competências desses professores nas resoluções das questões envolvendo o conceito de fração? – entendimento na competência.

Para responder tais perguntas, analisaremos a resolução do instrumento diagnóstico e os relatos dos professores durante a entrevista. Pretendemos ainda, averiguar a freqüência em que os cinco diferentes significados da fração surgem na elaboração e resolução de questões.

Com tais resultados em mãos, será possível traçar um mapa dos professores presentes em nossa pesquisa, em relação ao conceito de fração. Temos a preocupação de não apenas diagnosticar como está formado esse conceito hoje, mas também de relacionar esse resultado com as características (perfil) profissionais desses sujeitos.

Assim sendo, o instrumento foi elaborado de modo a permitir quatro olhares distintos desses professores: (a) o perfil, com questões que abordaram o tipo e tempo de formação desses professores, bem como as séries que já lecionaram e lecionavam no momento da coleta de dados, entre outras; (b) suas crenças em relação ao conceito de fração, em que foram feitas questões abertas que investigaram como esses professores vêem a fração no ensino e em particular; (c) as concepções, em que solicitamos aos professores que criassem livremente situações-problema para o ensino de fração: e (d) a competência, que será medida a partir da resolução desses professores a problemas envolvendo cinco significados distintos da fração.

A partir da análise desse diagnóstico, esperamos obter informações suficientes para a elaboração de um mapa, o qual aponte o conjunto de crenças, concepções e competências desses professores no que tange à fração. Se assim for, nosso estudo terá contribuído para oferecer uma boa base para futuras pesquisas cujo interesse seja a de intervenção na formação, inicial e continuada, de professores polivalentes no que tange ao conceito da fração.

Descrita aqui nossa questão de pesquisa, apresentaremos na próxima seção a descrição dos capítulos que configuraram nosso estudo.

1.5 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS SUBSEQÜENTES

No presente Capítulo, apresentamos a problemática que nos incentivou a investigar o tema fração junto aos professores das séries iniciais. Para a justificativa, o objetivo e a questão de pesquisa, buscamos responder, analisando o desenvolvimento do estudo.

No Capítulo II, faremos a apresentação da teoria que subsidiou o nosso estudo para a compreensão da formação do conceito, a Teoria dos Campos

Conceituais de Vergnaud (1990, 2001) e também uma discussão das idéias teóricas que contemplaram os significados da fração, Nunes et al. (2003).

No Capítulo III, consideramos importante fazer uma discussão da formação do professor (Nóvoa, 2001; Ponte, 1995), abordando um pouco da legislação, a profissão docente e sobre os termos crença, concepção e competência.

No Capítulo IV, apresentaremos a “fração” sob três aspectos da Matemática: na Matemática - o seu surgimento e a compreensão atual (definições e propriedades) – na Escola – análise de três coleções de livros– na Pesquisa – estudos correlatos ao nosso trabalho, tanto do ponto de vista da aprendizagem quanto do ensino.

No Capítulo V, trataremos da metodologia utilizada em nossa pesquisa, o estudo preliminar que nos proporcionou refinar o instrumento, o estudo principal com os sujeitos envolvidos, a análise preliminar das questões que formaram o questionário e por fim o procedimento de aplicação.

No Capítulo VI, apresentaremos os resultados obtidos e faremos a análise, com base nas respostas dos sujeitos de pesquisa.

Por fim, o Capítulo VII, as conclusões. Apresentaremos comentários sobre os resultados encontrados e depois retomaremos a questão de pesquisa e finalizaremos com sugestões para futuros estudos.

CAPÍTULO II

CONTRIBUIÇÕES DA PSICOLOGIA: A FORMAÇÃO DO CONCEITO

2.1 INTRODUÇÂO

Para realizarmos uma pesquisa, é preciso buscar uma fundamentação teórica que sustente o objetivo do estudo. Procuramos compreender a formação do conceito e a questão da representação apoiando-nos principalmente na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990).

Para a classificação dos significados da fração, temos como suporte os estudos de Kieren (1988), que foi o precursor em classificar os números racionais em diferentes significados, e principalmente a classificação proposta por Nunes et al. (2003), a qual se assume para este estudo.

2.2 FORMAÇÃO DO CONCEITO

Um conceito não é facilmente construído por um sujeito. O tempo necessário varia de pessoa para pessoa e pode se estender por um longo tempo. Para entendermos um pouco a construção de um conceito, devemos iniciar abordando algumas idéias de Vygotsky no que tange à noção de conceitos espontâneos e científicos. Segundo Vergnaud (1989), essas idéias o influenciaram na construção de sua teoria.

Vygotsky (1987) divide os conceitos em dois tipos: cotidianos (ou espontâneos) e científicos. Na formação do conceito cotidiano, a motivação é interna e se desenvolve a partir de situações particulares vivenciadas pelo sujeito. O desenvolvimento do conceito espontâneo da criança é, portanto, ascendente. Segundo Vygotsky (ibid), ao operar com conceitos cotidianos, a criança não está consciente deles, pois a sua atenção está sempre centrada no objeto ao qual o conceito se refere e nunca no próprio ato do pensamento. O desenvolvimento do conceito cotidiano deve atingir certo nível de generalização para que a criança esteja apta a absorver um conceito científico.

Podemos mesmo dizer que os conceitos cotidianos têm um percurso de desenvolvimento partindo de uma situação particular para muitas (ascendente), enquanto que o conceito científico tem um desenvolvimento descendente, do geral para o específico. Isto porque o conceito científico depende da interferência de outras pessoas, sendo que o ensino escolar desempenha um importante papel nessa formação. Na formação do conceito científico, o contato com o objeto é mediado por outro conceito. Esses conceitos constituem o meio no qual a consciência e o domínio se desenvolvem, sendo mais tarde transferidos a outros conceitos e a outras áreas do pensamento.

O ensino do conceito de fração, que geralmente é formalizado na escola, possibilita estabelecer forte ligação com o cotidiano das crianças, o que facilita a compreensão desse conhecimento. Por exemplo, o conceito de metade $\frac{1}{2}$ é formado no cotidiano da criança, ao dividir um doce, repartir brinquedos, etc. Podemos ir mais além, e dizer que, as frações de denominador 1 são usualmente encontradas no dia-a-dia das crianças.

Existe uma grande influência da teoria de Vygotsky no trabalho de Vergnaud. Uma delas é idéia de que o conceito é construído a partir das situações a que o sujeito se submete dentro ou fora da escola e que esses conceitos evoluem e se sofisticam ao longo do tempo. Em sua teoria, Vergnaud procura focar a construção do conceito no próprio conteúdo do conhecimento a ser construído pelo indivíduo.

Vergnaud (1993) considera a construção de um conceito matemático como algo que não se dá de maneira imediata. Para ele são por meio de resoluções de situações-problema que um conceito adquire sentido para o sujeito. Para formarmos um conceito matemático, é preciso lidarmos com ele dentro de um conjunto de situações, e para cada situação, por sua vez, traz consigo uma variedade de conceitos.

Devemos ressaltar que o termo “situação”, tal como é empregado por Vergnaud, não tem o sentido de situação didática, mas sim de tarefa. “A idéia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade própria é importante conhecer” (Vergnaud, 2001, p.167).

A Teoria dos Campos Conceituais tem como objetivo possibilitar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, principalmente com referências às aprendizagens cientificas e técnicas. Permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista conteúdo conceitual.

Essa teoria ainda possibilita analisarmos a relação entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios implícitos nos comportamentos dos sujeitos frente a uma determinada situação, bem como analisarmos as relações existentes entre significados e significantes.

É importante enfatizarmos que a Teoria dos Campos Conceituais retoma e aprofunda pontos dos estudos de Piaget, como é o caso do conceito de *esquema.* Vergnaud aprofunda o termo, afirmando que a construção de um conceito se dá a partir de um tripé (referente, significado e significante), que veremos mais adiante, em que as situações que dão sentido ao conceito são formadas pelos esquemas que o sujeito possui.

Para Piaget (1970), esquema é o conceito introduzido para dar conta das formas de organização tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. Vergnaud (1996) considera que os esquemas, necessariamente, se referem às situações, a tal ponto que se deve falar em interação esquema-situação ao invés de interação sujeito-objeto da qual falava Piaget. Decorre daí que o desenvolvimento cognitivo consiste, sobretudo, no desenvolvimento de um vasto repertório de esquemas.

Os esquemas são de grande importância para o conjunto de situações, mas funcionam de maneiras diferentes para cada classe de situação. Segundo Vergnaud (2001), podemos distinguir duas classes de situações:

- Classes de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;

- Classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, as hesitações, as tentativas abordadas conduzindo-o ao êxito ou ao fracasso.

Dessa forma, sempre que o sujeito se encontra diante de uma situação e não dispõe de esquemas para enfrentá-la, tenderá uma sucessiva utilização destes esquemas, que para atingirem a solução desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados. Esse processo é necessariamente acompanhado por descobertas (Vergnaud,1993).

Nos esquemas estão os conhecimentos em ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. Os conhecimentos contidos nos esquemas são designados pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”, e também podem ser designados pela expressão “invariantes operatórios”.

Teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira pelo sujeito. São crenças que se baseiam no real, mas não são necessariamente verdadeiras. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente e podem ser relevantes ou não (Vergnaud, 1988). Há uma relação dialética entre esses dois conceitos, ou seja, os conceitos constituem um teorema e os teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Os teoremas em ação é um caminho para analisarmos as estratégias intuitivas dos estudantes e ajudá-los a transformar o conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito. Segundo Vergnaud (ibid), os teoremas em ação nos apontam caminhos para se fazer um diagnóstico melhor do que os estudantes sabem ou não, a fim de poder oferecer situações que lhes permitam consolidar seus conhecimentos, aumentá-los, perceber seus limites, e, certamente superá-los. Esse crescimento é longo, precisa de muitos anos e cabe ao professor a consciência de que tais resultados serão obtidos com o passar dos anos, pois todo processo de ensino-aprendizagem requer um prazo para sua construção.

Os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação podem se modificar ao longo do tempo. O papel do educador é fundamental para que ele faça com que o sujeito construa conceitos e teoremas explícitos e que sejam aceitos na comunidade cientifica.

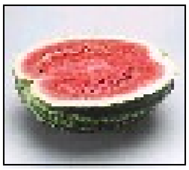
Caminhando para a definição da Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1993) considera que a construção de um conceito é constituído por um conjunto de situações, um conjunto de invariantes (explícitos ou implícitos) e um conjunto de representações e esses três conjuntos não podem ser considerados isoladamente na compreensão de um conceito.

Nessa perspectiva, Vergnaud (1990, 2001) considera que a principal entrada do campo conceitual são as situações e que os vários conceitos constituem essas situações, que também são representadas de alguma forma. Para definir conceito, Vergnaud utiliza-se de uma terna de conjuntos, representadas como C= (S, I, R), onde:

- S – é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
- I – é um conjunto de invariantes, nos quais repousa a operacionalidade do conceito (objetos, propriedades, relações);
- R – é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para representarem simbolicamente o conceito, suas propriedades e as situações.

O mesmo autor faz um paralelo com os elementos da semiótica e destaca que o primeiro conjunto –as situações- é o *referente* do conceito, o segundo –os invariantes operatórios – é o *significado* do conceito e o terceiro conjunto – as representações simbólicas – é o *significante*. Devemos ressaltar que relacionar o estudo da Semiótica com a Psicologia já foi feito anteriormente por Piaget nos estudos que ele chamou de “Função Psico-Semiótica”. Porém o enfoque dado por Vergnaud é diferente daquele dado por Piaget, no sentido que este último discute a influência dos fatores semióticos no desenvolvimento infantil, enquanto Vergnaud estabelece paralelos entre ações psicológicas e semióticas. Apresentamos abaixo um exemplo que bem ilustra a idéia de Vergnaud:

Que parte da melancia representa a figura ao lado?



R: $\frac{1}{2}$ ou 0,5

Neste caso temos um valor referente ao pedaço da melancia representado de duas maneiras diferentes: representação fracionária – $\frac{1}{2}$ – (R-significante), e representação decimal – 0,5 - (R-significante). Ambos referem-se ao mesmo valor numérico e, portanto, têm o mesmo sentido de meio/metade (I- significado) de uma melancia (S- refente).

Dentre muitas estruturas estudadas por Vergnaud, destacam-se duas: as aditivas e as multiplicativas. O presente estudo encontra-se inserido dentro do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Cabe explicitar que esse campo envolve um conjunto de situações, cujo tratamento implica em uma ou várias multiplicações e divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas, que permite analisar essas situações como tarefa matemática. Entre outros conceitos identificamos a proporção simples e múltipla, função linear e não linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, **fração**, número racional, múltiplo e divisor, como conceitos pertencentes às estruturas multiplicativas.

As competências e concepções do sujeito desenvolvem-se ao longo do tempo. Neste contexto a estrutura dos Campos Conceituais objetivam habilitar os professores (pesquisadores) para melhor entender que ensinar estudantes de uma determinada série, requer que se tenha a justa idéia dos passos que eles podem ou não ter anteriormente dado e os próximos e decisivos passos de que se gostaria que alcançassem (Vergnaud, 1988).

O professor tem o desafio de organizar situações didáticas e realizar experimentações com elas, para permitir que os estudantes desenvolvam competências e concepções a longo e curto prazo. Para isso o professor deve, primeiramente, identificar os níveis dos objetos e caminhar para desenhar situações e materiais, de modo que esses auxiliem no desenvolvimento e formação do conceito.

2.2.1 Situações que dão significado ao conceito

Nessa subseção pretendemos enfatizar ainda mais a importância das situações em diferentes contextos e com diferentes significados, direcionando para o conceito de fração.

Nesse sentido é fundamental que as situações sejam contextualizadas, para que assim possam oferecer significados ao conceito. Nesse contexto, entendemos que a aquisição do conceito de número racional na sua representação fracionária poderá ser construído com sucesso se explorado seus diferentes significados.

> Dentre os pesquisadores que investigam o conceito de número racional na forma fracionária, há uma consonância no sentido em que a construção desse importante conceito se dá por meio de diversas situações que dão significados a esse objeto matemático.

Nesse sentido, Kieren (1976) foi o primeiro pesquisador a chamar a atenção da comunidade científica para o fato de que os números racionais são constituídos de diversos constructos[2] e que a compreensão destes fará com que o individuo entenda a natureza do número racional.

Um fator que demonstra que os números racionais não podem ser considerados como uma simples extensão dos números naturais é o fato de que nos racionais a adição e a multiplicação são operações independentes. Nos números naturais a multiplicação conduz sempre a um número maior, enquanto que nos números racionais a multiplicação conduz ironicamente a uma sucessão de divisões, por exemplo, multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$ significa dividir o $\frac{1}{2}$ em 3 partes e não pode ser reduzido a uma adição, como se fazia com os números inteiros.

Kieren (1994) enfatiza a idéia de que o número racional deve ser visto primeiro como um conhecimento humano e só posteriormente como uma construção lógica formal.

Dentre as considerações de Kieren, para o estudo dos números racionais, merece destaque a que afirma que o conhecimento dos números racionais deve

[2] Kieren refere-se aos constructos e subconstructos. Podemos entender "constructos" como sendo o conceito e "subconstructos" como os pequenos conceitos que juntos formam o conceito maior.

ser entendido em termos de esquemas mentais que permitem a execução de determinadas ações. A partir dessa idéia, Kieren identificou quatro subconstructos desse número: quociente, medida, operador e razão.

Uma conseqüência imediata dessa consideração nos currículos seria uma melhor interligação dos vários campos da matemática. Se considerados apenas como uma extensão dos números inteiros ou um simples algoritmo numa relação parte-todo estática, os números racionais permaneceriam apenas no domínio matemático dos números. Se considerados, porém, segundo a visão dos subconstructos, os números racionais se tornam uma janela significativa para que a criança tenha contato com outros domínios da matemática desde as séries iniciais.

Dessa maneira, Kieren (1988) propõe a abordagem dos números racionais como um conhecimento humano, a partir de suas bases intuitivas e de seus significados como ponto de partida para sua posterior construção formal.

Nesta mesma perspectiva, temos o trabalho de Behr et al (1983) que reconhecem os números racionais como sendo uma das mais importantes idéias matemáticas desenvolvidas no contexto escolar. Esses autores entendem que a importância de se estudar o número racional na escola elementar deve ser justificada segundo três pontos de vista, como já foi citado anteriormente na Introdução:

- ponto de vista prático: aperfeiçoando a habilidade de dividir, o que permite entender e manipular melhor os problemas do mundo real.
- ponto de vista da psicológica: desenvolver e expandir as estruturas mentais.

- ponto de vista matemático: fornece a base sobre a qual serão construídas mais tarde as operações algébricas elementares.

Os autores criticam a ênfase curricular nos procedimentos e algoritmos, e argumentam que, geralmente, o fraco desempenho dos alunos com relação ao conceito de número racional é conseqüência desse fator.

Sendo assim, Behr et al. (1983) apresentam seis interpretações (subconstructos): parte-todo, decimal, razão, quociente, operador e medida. Behr concorda com Kieren (1976) ao frisar que a compreensão completa do número racional requer não somente um entendimento de cada um dos subconstrutos, mas também como eles se inter-relacionam.

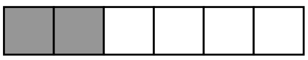
Para esta pesquisa, adotamos a classificação teórica proposta por Nunes em relação à representação fracionária dos números racionais. Nunes, baseado nas idéias de Vergnaud em relação à Teoria dos Campos Conceituais, apresenta uma classificação teórica dos significados de fração. O conjunto de Situações refere-se à classificação teórica de problemas contemplando os cinco significados da fração, o conjunto de Invariantes, isto é, suas propriedades – equivalência e ordenação –, objetos e relações que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar as situações; e o conjunto de Representações, o qual permite que o sujeito represente as situações por meio de signos e símbolos matemáticos.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que, com as frações, as aparências podem enganar e alguns alunos podem passar pela escola sem dominar diversos aspectos cruciais do conceito de fração, mesmo usando termos fracionais corretos, falando coerentemente sobre frações e resolvendo alguns problemas. Segundo a autora (1997 p.212):

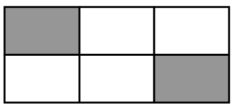
> ... quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão e números racionais, elas se engajam em raciocinar sobre as situações. Em contraste, quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais, elas vêem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com os números, como usar o que lhes foi ensinado na escola; concentrando-se nas manipulações de símbolos, os alunos poderiam desempenhar em um nível mais baixo do que teriam desempenhado se tivessem se preocupado mais com a situação-problema. Portanto, é possível que os mesmos alunos que se engajam em tarefas de raciocínio semelhantes às descritas anteriormente, nos quais eles podem focalizar bem a situação-problema, desempenhem bastante diferentemente de quando eles estão resolvendo problemas em avaliações educacionais escritas: seu desempenho mostra uma lacuna entre o que eles entendem e o que eles podem fazer com símbolos depois destes terem sido aprendidos de uma forma particular.

Campos et al (1995), em trabalho citado por Nunes e Bryant (1997), apresentaram em suas pesquisas que a impressão de crianças raciocinando sobre frações poderia ser falsa, sobretudo quando são submetidas a um método de ensino que se limita e estimula os alunos a resolver os problemas, utilizando-se de procedimentos de dupla contagem, sem entender o significado deste novo tipo de número.

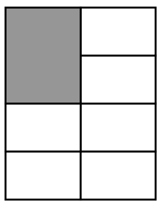
Para demonstrar sua hipótese, Campos et al (ibid) aplicaram em crianças de idade aproximada de 12 anos ou mais, que haviam aprendido o procedimento de dupla contagem e pediram para elas nomearem as frações apresentadas em cada uma das figuras a seguir:



Item tipo 1



Item tipo 2



Item tipo 3

No item 1 e 2, o percentual de acertos foi perto do teto, com algumas exceções pois trocaram o numerador pelo denominador, ou seja, utilizando-se da dupla contagem, algumas crianças consideraram o total de partes como sendo o numerador e o total de partes pintadas como denominador. No item 3, o total de acertos foi muito baixo, e neste item o erro mais freqüente foi indicar a fração que corresponderia ao procedimento de dupla contagem. Neste item, o todo não estava explicitamente dividido, o que levou ao erro.

Nesta pesquisa, este tipo de questão também foi abordada e será analisada até que ponto o processo de dupla contagem aparece ou não na concepção dos professores das séries iniciais.

A hipótese de dissociação entre o desempenho dos alunos em situações contextuais e o desempenho frente às situações de avaliação escolar foi bastante explorada por Nancy Mack (1993), também citada por Nunes. A técnica empregada pela pesquisadora foi a de apresentar para crianças alternadamente os mesmos problemas, em situações que elas poderiam encontrar na vida cotidiana ou como problemas simbólicos e vice-versa. Um exemplo de uma dessas situações utilizadas por Mack é citado por Nunes e Bryant (1997 p. 212):

> Suponha que você tem duas pizzas do mesmo tamanho e você corta uma delas em 6 pedaços de tamanho igual e você corta a outra em 8 pedaços de tamanho igual. Se você recebe um pedaço de cada pizza, de qual você ganha mais? - foi seguida pela pergunta - diga qual fração é maior, 1/6 ou 1/8?.

A análise dos resultados da pesquisa de Mack apontara para a idéia de que, embora os problemas da vida cotidiana não pareçam causar dificuldades, muitos dos problemas apresentados simbolicamente não foram resolvidos pelos estudantes, que apresentaram algoritmos falhos e comparações inadequadas.

Na busca de solucionar muitas das dificuldades apresentadas na aprendizagem do número racional na forma fracionária, Nunes propõe uma classificação teórica. Antes de apresentarmos essa classificação, exporemos algumas considerações de Nunes com relação ao conceito de fração. Nunes et al. (2003) destacam dois invariantes que são considerados centrais no conceito de fração: a noção de ordenação e a noção de equivalência. No que se refere à noção de ordenação de fração existem duas idéias básicas e centrais que devem ser levadas em consideração no seu ensino. A primeira idéia é a de que para um mesmo denominador, quanto maior for o numerador, maior é a fração; a segunda idéia diz respeito a uma situação em que, para um mesmo numerador, quanto maior o denominador menor será a fração. A primeira idéia é relativamente simples, pois a estratégia utilizada para resolver tal situação é semelhante à comparação de dois números naturais, embora a afirmação que o denominador deve ser constante para uma comparação direta a ser feita entre os numeradores, pode oferecer alguma dificuldade. A segunda idéia, porém, pode oferecer mais dificuldade, pois as crianças têm que pensar numa relação inversa entre o denominador e a quantidade representada pela fração.

No que concerne à noção de equivalência de fração, devem ser levados em consideração dois aspectos essenciais: equivalências em quantidades extensivas e em quantidades intensivas. As *quantidades extensivas* (Nunes, et al., 2005) se baseiam na comparação de duas quantidades de mesma natureza e na lógica parte-todo, portanto raciocínio aditivo. Quando juntamos duas quantidades extensivas o todo será igual a soma das partes, e no caso de subtraírmos uma parte do todo, a parte que resta é igual ao todo menos a parte retirada. No caso das quantidades intensivas, estas referem-se às medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes, portanto no raciocínio multiplicativo.

Uma situação que ilustra bem essas duas quantidades é o exemplo apresentado na figura abaixo:

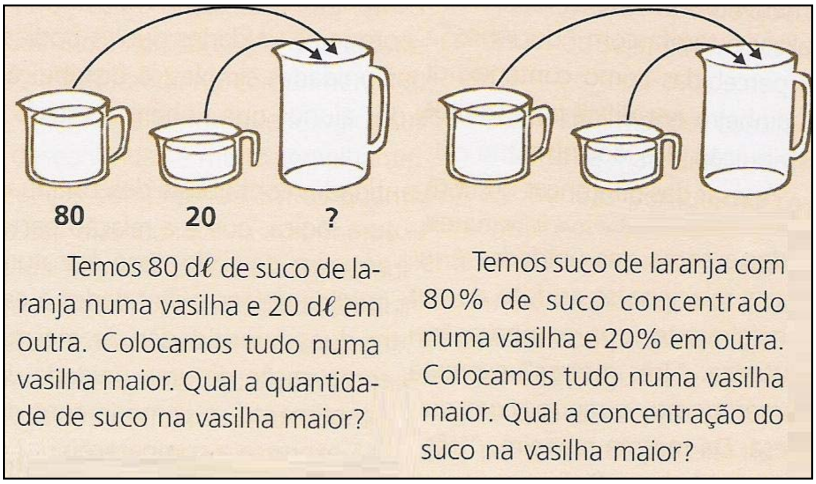


FIGURA 2.1: Figura retirada do livro : Números e operações numéricas, 2005.

O exemplo 1 desta figura representa uma situação envolvendo quantidade extensiva, enquanto no exemplo 2 a situação é explicita a quantidade intensiva. Nunes et al. (2005) chamam atenção, que ao tratarem de equivalência de fração em contexto de quantidades extensivas em situação de parte-todo, a classe de equivalência depende do tamanho do todo (ou da unidade), por exemplo, as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ somente pertencerão a uma classe de equivalência de frações se os dois todos forem equivalentes. Se nós estivéssemos nos referindo a $\frac{1}{4}$ de um todo e $\frac{2}{8}$ de um todo não equivalente, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ não poderiam pertencer a mesma classe de equivalência de frações.

Tendo apresentado algumas considerações, feitas por Nunes, com relação ao conceito de fração, seguimos nosso estudo apresentando uma situação a qual vai nos direcionar para a classificação teórica dos cinco significados da fração.

A classificação apresentada por Nunes, para situações no conjunto S (Referente) mantém uma estreita relação com as estratégias escolhidas pelo sujeito para resolver tal situação (Invariantes operatórios), e com os símbolos matemáticos que o sujeito dispõe em seu repertório para representar tal situação – (Representações). Um exemplo seria: *Dividir quatro figurinhas para duas crianças.* Essa situação é classificada como significado Quociente, com base na classificação de Nunes, pois a divisão $(4 : 2 = \frac{4}{2})$ seria uma estratégia bem adaptada para resolver tal situação. Entretanto, o sujeito poderá recorrer à estratégia de dividir o todo (quatro figurinhas) em partes iguais (duas crianças) e apoiando-se na correspondência um-para-um e na dupla contagem, responder a situação de maneira correta, porém utilizando-se de outro significado, o de Parte-todo. Outra maneira, que também é correta, seria resolver o problema dizendo que cada criança receberá $\frac{1}{2}$ da quantidade de figurinhas. Para essa última situação o sujeito utilizou o significado Operador Multiplicativo, tendo como estratégia de resolução $\frac{1}{2}$ de 4 figurinhas, ou seja, não importa a quantidade de figurinhas, o que importa é que cada criança irá receber $\frac{1}{2}$ (metade) do total.

Tendo em vista esse exemplo que abordou brevemente três significados propostos por Nunes, cabe apresentarmos aqui, a classificação teórica dos cinco significados da fração. Mas antes, apresentaremos as outras duas variáveis consideradas nessa pesquisa – quantidade contínua e discreta, presença e ausência de ícones.

Podemos dizer que a quantidade é considerada contínua, quando o objeto dividido sucessivamente não perde a sua característica de quando objeto inteiro. Por exemplo: o bolo por mais que se divida, não deixará de ser bolo. É diferente dizer-se sobre as quantidades discretas, que quando divididas perdem a característica, como no caso de uma flor, que deixará de ser uma flor.

Piaget (apud Nunes et al., 2005) salienta que apesar da lógica subjacente a quantidades contínuas e discretas serem muito semelhantes, as crianças apresentam mais dificuldade nas quantidades contínuas, pois nesse caso as diferentes unidades que compõem a quantidade não são percebidas separadamente.

A presença do ícone é caracterizada por uma figura que represente a questão. A ausência seria apenas o enunciado, linguagem materna, sem a presença de figuras que represente a situação.

Vejamos exemplos dessas variáveis descritas acima junto a classificação teórica de Nunes et al. (2003).

- **Significado Parte-todo**

A idéia presente nesse significado é a da partição de um todo (contínuo ou discreto) em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Assim, assumiremos como o significado parte-todo, um dado todo dividido em partes iguais em situações estáticas, na qual a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta.

Exemplo 1 (quantidade contínua e icônica): *Uma barra de chocolate foi dividida em 3 partes iguais. João meu 2 dessas partes. Que fração representa o que João comeu?*

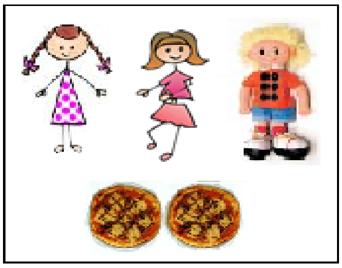
Exemplo 2 (quantidade discreta e não icônica): *Numa loja de brinquedos havia 3 bonecas iguais. Maria comprou 2 dessas bonecas para presentear suas sobrinhas. Que fração representa as bonecas que Maria comprou em relação ao total de bonecas da loja?*

Para resolver essas situações, o sujeito deverá identificar que o todo foi dividido em 3 partes iguais, portanto, trata-se de uma comparação parte-todo (significado); bem como deve identificar que o número total de partes do exemplo 1, assim como o total de bonecas do exemplo 2 referem-se ao denominador e que as partes de chocolate que João comeu, assim como a quantidade de bonecas que Maria comprou, correspondem ao numerador.

- **Situação Quociente**

Este significado está presente em situações em que está envolvida a idéia de divisão – por exemplo, uma pizza a ser repartida igualmente entre 5 crianças. Nas situações de quociente temos duas variáveis (por exemplo, número de pizzas e número de crianças), sendo que uma corresponde ao numerador e a outra ao denominador – no caso, $\frac{1}{5}$. A fração, nesse caso, corresponde à divisão (1 dividido por 5) e também ao resultado da divisão (cada criança recebe $\frac{1}{5}$).

Exemplo 1 (quantidade contínua e icônica): *Duas pizzas idênticas foram divididas igualmente para 3 pessoas. Quanto recebeu cada uma?*



Nessa situação problema, o sujeito deverá perceber que a divisão é uma boa estratégia para resolvê-la, isto é, o quociente (significado) representa a quantidade de pizzas que cada pessoa irá receber.

Exemplo 2 (quantidade discreta e não icônica): *Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças. Quantas bolas de futebol cada criança ganhará? Que fração representa essa divisão?*

Para que possamos exemplificar a quantidade discreta no significado Quociente, temos que nos reportar as frações chamadas *aparentes*, ou seja, frações que representam números inteiros, por exemplo: $\frac{2}{2}, \frac{6}{3}, \frac{8}{2}, ...$ No caso da última situação apresentada a fração é $\frac{8}{4}$, pois não tem sentido dividirmos igualmente 2 bolas de futebol para 3 crianças

- **Significado Medida**

Algumas medidas envolvem fração por se referirem a quantidade extensiva, nas quais a quantidade refere-se a relação entre duas variáveis de valor discreto. Por exemplo, a probabilidade de um evento é medida pelo quociente número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos são fracionários.

Exemplo 1 (quantidade discreta e não icônica): *Em uma loja foi feito um sorteio. Foram enviados 150 cupons, sendo que 20 foram enviados pela minha irmã. Qual a chance dela ser sorteada?*

Nessa situação, a possibilidade da irmã ganhar o jogo é expressa por uma medida (significado) obtida pelo quociente entre, o número de cupons enviados pela minha irmã e o número total de cupons enviados para a loja, ou seja, pela fração $\frac{20}{150}$.

Outras situações envolvem frações referindo-se a quantidades intensivas.

Exemplo 2 (quantidade contínua e não icônica): *Para fazer uma certa quantidade de laranjada são necessários 1 medida de concentrado de laranja e 2 medidas de água. Que fração representa a medida de água em relação ao total de suco?*

Essa receita é medida pela razão 1 para 2 que pode ser representada como sendo $\frac{1}{2}$(relação parte-parte). Com essa medida podemos fazer, indefinidamente, diversas quantidades de laranjada mantendo o mesmo sabor, e, além disso, essa quantidade poderá nos remeter a idéia de fração, considerando-se que o todo (a mistura) é constituído de 3 partes, $\frac{1}{3}$ é a fração que corresponde a medida de concentrado de laranja na mistura e, $\frac{2}{3}$ é a fração que corresponde a medida de água na mistura.

- **Significado Número**

Assim como o número inteiro, a fração nesse significado é representada por pontos na reta numérica. Os números não precisam necessariamente referir-se a quantidades específicas (discretas).

Existem duas formas de representação fracionária, ordinária e decimal.

Exemplo (quantidade contínua e não icônica): *Represente na reta numérica a fração* $\frac{2}{3}$.

O sujeito frente a essa situação deverá reconhecer a fração como um número (significado) e não uma superposição de dois números naturais. Devemos perceber ainda, que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica e que sua localização depende do princípio de ordenação (invariante), isto é, $\frac{2}{3}$ é um número compreendido entre 0 e 1. Mesmo considerando esse intervalo, há a necessidade de que o sujeito compreenda que à direita e à esquerda de $\frac{2}{3}$ há ainda infinitos números. Terá ainda que se admitir a existência de duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal.

- **Situação Operador Multiplicativo**

Associamos a esse significado o papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo. Conceber a fração como um operador multiplicativo é admitir que a fração $\frac{a}{b}$ funciona em quantidades contínuas como uma máquina que reduz ou amplia essa quantidade no processo, enquanto que em quantidades discretas sua aplicação atua como um multiplicador divisor. Nesse sentido, a fração pode ser vista como valor escalar aplicado a uma quantidade, que no caso do número inteiro, por exemplo, podemos afirmar que 2 balas, no caso da fração, corresponderia a $\frac{3}{4}$ de um conjunto de balas.

Exemplo 1 (quantidade discreta e não icônica): *Um estojo contém 40 lápis coloridos. Marina deu* $\frac{3}{4}$ *dos lápis para sua amiga. Quantas lápis Marina deu?*

Nesta situação, o sujeito deverá perceber que a fração desempenha o papel de transformação, ou seja, deve-se multiplicar 40 por 3 e dividir o total por 4 ou dividir 40 por 4 e multiplicar o total por 3. Ao mesmo tempo que a fração desempenha um papel de transformação, também conduz a idéia de que os números racionais formam um corpo munido de duas operações ; a adição e multiplicação.

A explicação dada acima (quantidade discreta), se estende para exemplificar as situações com quantidades discretas desse mesmo significado (operador multiplicativo).

Exemplo 2 (quantidade contínua e não icônica): *Felipe ganhou uma barra de cereal e comeu* $\frac{3}{4}$*. Pinte a quantidade de chocolate que Felipe comeu?*

O sujeito tem que perceber que a fração que Felipe comeu se refere a uma quantidade, ou seja, $\frac{3}{4}$ de 1.

A seguir, justificaremos o porquê de não considerarmos a porcentagem, a probabilidade e a razão como significados de fração.

2.2.2 Porcentagem, Probabilidade e Razão

Neste estudo, assumimos a fração com cinco significados: parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número. Para tanto, consideramos importante justificar o porquê de não se admitirmos a porcentagem, probabilidade e razão como sendo outros três significados da fração.

Embora alguns autores considerem essas possibilidades, este estudo está apoiado na classificação teórica proposta por Nunes em que se considera essas possibilidades como sendo interpretações de alguns dos significados apresentados por Nunes.

Nas situações que se referem à porcentagem, como por exemplo, Ricardo teve aumento de seu salário de 15%, isto é, $\frac{15}{100}$, está implícito em tal situação o significado operador multiplicativo. Só têm sentido em dizer que 15% ou $\frac{15}{100}$ referindo-se a uma quantidade, discreta ou contínua. Logo a porcentagem faz parte do significado operador multiplicativo.

No contexto que se refere à probabilidade, como por exemplo, numa caixa há 3 bolas verdes e 8 bolas vermelhas, qual a probabilidade de sortear ao acaso uma bola verde? A resposta dessa situação é $\frac{3}{11}$, ou seja, de cada 11 bolas contidas na caixa, 3 são verdes. De fato, está implícito nessa situação o significado medida. A fração $\frac{3}{11}$ representa a probabilidade da ocorrência desse evento, que é medida pelo número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis.

No caso das razões é necessário termos um pouco de cuidado, pois estas nem sempre estão presentes em contextos que se pode dar o "status" de fração. Como mencionado na seção 2.2.1, a quantidade intensiva é medida pela relação de duas unidades diferentes. Essas unidades são representadas por uma razão e podem ser atribuídas de dois tipos:

- Situações nas quais é possível representar a razão como uma fração, ou seja, unidades diferentes, mas quando misturadas formam um todo.

  Exemplo: Para fazer um determinado suco é necessário 1 copo de concentrado para 5 copos de água. Tal situação pode ser descrita por uma razão: 1 para 5, ou $\frac{1}{5}$; ou ainda, $\frac{1}{6}$ de concentrado para $\frac{5}{6}$ de água. Na primeira representação, o suco é concebido por uma razão de concentrado e água, enquanto na segunda não está mais representando o concentrado em relação à quantidade de água, mas sim à quantidade de concentrado em relação a quantidade total da mistura. Ressaltamos que, nesta situação, reunir num mesmo todo duas unidades distintas, está implícita dessa forma, o significado medida.

- Situações nas quais não é possível representar uma razão como uma fração, ou seja, unidades diferentes que mesmo misturadas não formam um todo.

  Exemplo: Um real para cada 2 quilos de tomate. Essa situação pode ser representada pela razão 1 para 2, mas não pode ser representada como uma fração.

Nunes et al (2005, p. 152) afirmam que:

> ... a fração como uma expressão de quantidade - por exemplo, dois terços, um quinto etc – somente é aplicável a quantidades intensivas quando as duas unidades diferentes podem ser reunidas em um todo, como no caso de dois terços de concentrado e um terço de água.

Fizemos esta discussão com alguns exemplos, na busca de esclarecer o porquê de não considerarmos razão, probabilidade e porcentagem como sendo outros significados de fração, e sim como interpretações que surgem a partir dos significados parte-todo, medida e operador multiplicativo.

No próximo capítulo, realizaremos uma discussão sobre a formação de professor. Também temos o intuito de esclarecermos o que estamos admitindo como crença, concepção e competência nesse estudo.

CAPÍTULO III

CONTRIBUIÇÕES EDUCACIONAIS: FORMAÇÃO DO PROFESSOR

3.1 INTRODUÇÂO

Este capítulo tem a finalidade de se fazer uma reflexão teórica sobre a formação do professor. Do ponto de vista do nosso estudo, tal reflexão é crucial, pois entendemos que há uma relação entre o aprendizado dos alunos e o trabalho desenvolvido pelo professor em sala de aula.

A nossa reflexão terá como suporte principalmente as idéias teóricas de Nóvoa (2001) e Ponte (1992, 1995), se bem que sempre que se fizer necessário no sentido de trazer contribuições para o debate, as idéias de autores como Rico e Vergnaud far-se-ão presentes.

Também consideramos importante diferenciar e definir os termos crenças, concepções e competências, que estão sendo abordados neste estudo, segundo as idéias de Ponte (1992) e Vergnaud (1987).

3.2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nos últimos anos, o desenvolvimento profissional dos professores tem merecido uma forte atenção por parte dos educadores matemáticos. Saraiva e Ponte (2003) afirmam que numa sociedade em mudança e consequentemente numa escola em mudança o professor terá de se ver, permanentemente, como um aprendiz, porém a mudança ocorre somente se o professor estiver disposto a mudar e a enfrentar a insegurança das novas abordagens. Essa insegurança é comum, pois se o professor trabalha com uma orientação curricular há algum tempo, ele a domina e tem receio de abandonar a sua base de segurança. Segundo Serrazina (1998), citada por Saraiva e Ponte (2003), um outro obstáculo é relacionado com o conhecimento do professor sobre os conteúdos matemáticos a ensinar, o como ensinar e o que ensinar.

Tudo isso desenha um cenário educacional com exigências para cujo atendimento os professores não foram e talvez nem estejam sendo preparados. Dentre as exigências que se apresentam para o papel docente estabelecidas na proposta de diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica, (Brasil, 2000), destacam-se:

- orientar e mediar o ensino para aprendizagem dos alunos;
- assumir e saber lidar com a diversidade existente entre os alunos;
- incentivar atividades de enriquecimento curricular;
- elaborar e executar projetos para desenvolver conteúdos curriculares;
- utilizar novas tecnologias, estratégias e materiais de apoio;
- desenvolver hábitos de colaboração e trabalho em equipe.

Podemos acrescentar a estas exigências do MEC a necessidade do professor ter a clareza de que os conteúdos de ensino não têm sustentação em si mesmo, mas, constituem-se como meios, para que os alunos possam desenvolver capacidades e constituir competências.

No cenário da formação do professor, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, 1996, p.24), apresenta os seguintes artigos:

> Art. 62: A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em unidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal.
> *Art. 63: Os institutos superiores de educação manterão:*
> *I. Cursos formadores de profissionais para a educação básica, inclusive o curso normal superior, destinado à formação de docentes para a educação infantil e para as primeiras séries do ensino fundamental;*
> *II. Programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica;*
> *III. Programas de educação continuada para profissionais de educação dos diversos níveis.*

Talvez esta seja a mais importante inovação contida na LDBEN, no que diz respeito à formação dos profissionais em educação (professores), visto que esta medida pode representar um “ponto final” na desarticulação entre formação dos professores de Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental e formação dos professores para os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

Antes de ser aprovada a lei de 1996, artigos 62 e 63, para lecionar nas séries iniciais, era obrigatório a formação no Magistério do Ensino Médio. Desde então, podemos reafirmar que essa nova exigência apresentada pela LDBEN, que exige a formação dos professores das séries iniciais em nível superior, foi de extrema importância tanto para o profissional professor, quanto para os alunos, sociedade e Estado. Apesar de muito dos professores estarem sempre buscando novos conhecimentos, desafios, essa lei fez com que os professores, no geral, fossem obrigados a terem uma formação superior.

Sendo assim, essa lei proporcionou aos profissionais da educação básica que se aperfeiçoassem e pudessem olhar para novos e diferentes horizontes existentes no mundo acadêmico e com isso não apenas o professor, mas todos os que estão à sua volta, tivessem a oportunidade de se beneficiar.

O professor, independentemente do nível de ensino que atuar, terá que possuir uma boa compreensão da matéria a ser ensinada de tal forma que torne possível o ensino e aprendizagem dos alunos. Embora seja fundamental a compreensão da matéria a ser ensinada, o professor também terá que ter um bom conhecimento das possibilidades representacionais da matéria, considerando aspectos específicos dos contextos em que leciona e da população que freqüenta.

Nesta perspectiva Beatriz D'Ambrosio (2005) inicia seu artigo "Conteúdo e metodologia na formação de professores" tecendo esta reflexão:

> Talvez a maior dificuldade inerente à formação de professores seja a determinação do conteúdo necessário para que se obtenha o melhor desempenho possível. Na avaliação da eficácia de professores em serviço, percebemos que uma das grandes dificuldades é a sua falta de compreensão do conteúdo matemático. Por outro lado, está claro que mais cursos tradicionais de matemática têm pouco efeito em seu nível de compreensão. Não queremos entrar num discurso conteudista, muito pelo contrário. De acordo com Ma (1999), o professor deve ter um conhecimento "profundo" de matemática ("profound understanding of mathematics") para que possa tomar decisões apropriadas em sua prática no ensino. (pág 20)

Perrenoud (2000) enfatiza que o professor deve criar situações que conduzam à aprendizagem, aderindo a um procedimento construtivista que se oponha às tradicionais formas de transmitir o saber, como propor soluções para problemas sem que os alunos tenham oportunidade de compartilhar seus pensamentos. É importante a criação de situações-problema desafiadoras que estimulem os alunos a novos conhecimentos, apoiados nos já construídos anteriormente, isto é, a situação proposta deve oferecer aos alunos desafios que estejam a seu alcance, bem como deve representar a possibilidade deles progredirem.

Nóvoa (2001) concebe a formação do professor como um aprender contínuo, centrado em dois pilares: na própria pessoa do professor, como agente, e na escola, como lugar de crescimento profissional permanente. Estende-se definindo a formação do professor como sendo um ciclo que abrange a experiência do docente como aluno (educação base), como aluno-mestre (graduação), como estagiário (praticas de supervisão), como iniciante (nos primeiros anos da profissão) e como titular (formação continuada). O autor reforça a sua definição quando afirma que o professor é um dos únicos profissionais que, mesmo em processo de formação inicial, tem alguma experiência profissional construída: a que viveu como aluno.

Nóvoa (2001) enfatiza que o ensinar não se aprende somente na universidade quando esta oferece um conjunto de conhecimentos e de saberes, mas sim, quando o professor consegue transformá-los em conhecimento profissional. Reforça essa idéia afirmando que o professor não forma ninguém, ele apenas oferece a sua contribuição para que o aluno se forme.

Três idéias, consideradas por Nóvoa (ibid), são fundamentais no processo de formação continuada de professores:

- a formação de professores é sempre um exercício de escuta e de palavra. De escuta dos outros, novos conhecimentos, novas experiências e, sobretudo de escuta dos colegas, sejam eles mais novos ou mais experientes. De palavra, porque deve permitir que o professor verbalize suas percepções a respeito das coisas da educação e de sua própria experiência;
- a formação de professor deve ser ainda um processo de desenvolvimento pessoal, mas também um momento de consolidação do docente coletivo,

que é infinitamente maior do que a soma das experiências individuais de cada um.

- a formação de professor é sempre um espaço de mobilização da experiência, pois um professor nunca é uma página em branco, que nada sabe. A formação só atingirá seus objetivos, se for capaz de fazer o professor transformar sua própria experiência em novos conhecimentos profissionais. Entende que a experiência por si só não é formadora, pois pode ser a rotina, a repetição de erros e processos de ensino inadequados. Formadora é a reflexão sistemática, a indagação rigorosa e o inquérito efetivo a respeito de novas práticas e novas experiências e, sobretudo, formadora é a capacidade de refletir em voz alta e ser capaz de aprender com os outros;

Nesse sentido Ponte (1994) afirma que o professor é o elemento-chave do processo de ensino-aprendizagem. Sem a sua participação empenhada é impossível imaginar qualquer transformação significativa no sistema educativo.

Nacarato et al. (2004) em seu artigo “Os graduandos de pedagogia e suas filosofias pessoais frente à Matemática e seu ensino” reflete e discute as filosofias pessoais que os graduandos em Pedagogia trazem de sua formação matemática na Educação Básica e busca compreender como elas interferem nas relações que estabelecem com essa ciência e seu ensino. De inicio a autora salienta:

> A vivência em contextos de ensino da matemática, desprovidos de significados, acaba por gerar, muitas vezes, uma prática pedagógica permeada por um discurso sem consistência teórica, relegando a um plano secundário aspectos tanto da educação como da educação matemática (p10)

O professor está longe de ser um profissional acabado e amadurecido no momento em que recebe a sua habilitação profissional. Os conhecimentos e competências adquiridos antes e durante a sua formação inicial são manifestamente insuficientes para o exercício das suas funções ao longo de toda a carreira. O seu desenvolvimento profissional, que é de responsabilidade individual, é influenciado pela sua formação inicial e continuada.

Ponte (2001) ao investigar o conhecimento matemático do professor relata que este aspecto tem merecido maior atenção dos investigadores.

> Na verdade, a proposição 'sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem a Matemática' é incontornável. A preparação dos professores, neste campo, parece ser problemática em todos os níveis de ensino, mas particularmente insatisfatória nas séries iniciais. (p.2)

Mas a importância de se dominar bem o conteúdo que se ensina já é reconhecida, assim como a importância da formação pedagógica. O autor Shulman (1986), citado por Ponte (2001), chama a atenção para a importância de um domínio: o *conhecimento didático do conteúdo*. Este domínio exige a capacidade de compreensão profunda das matérias de ensino, permitindo encontrar as mais adequadas e diversas maneiras de se apresentar aos alunos o conteúdo de forma a facilitar a sua aprendizagem.

Já Ponte (2001) destaca que a forma como o professor conduz o processo de ensino-aprendizagem é apoiado em quatro domínios fundamentais: (a) a Matemática, (b) o currículo, (c) o aluno e seus processos de aprendizagem e (d) a condição da atividade institucional. O autor completa afirmando que esses quatro domínios estão estruturados em termos das concepções dos professores, que embora decisivo para a prática profissional, são em grande parte conhecimentos implícitos que reelaboram-se constantemente em função das experiências vividas.

Dentre todas as exigências atribuídas ao professor, consideramos importante destacar o papel que este desempenha no ambiente escolar, que cada vez mais se encontra agressivo.

Ponte (1994) considera que o trabalho do professor está sendo facilmente posto em causa pelos alunos, pelos pais, pelos colegas, pelo Ministério e pela opinião pública em geral. Este profissional muitas vezes tem que tomar importantíssimas decisões no seu dia-a-dia. "*Debate-se com uma infinidade de tarefas e papéis – educador, matemático, produtor de situações de aprendizagem animador pedagógico, dinamizador de projetos, investigador, etc."* (p.02)

Por fim, devemos visualizar a formação do professor como um contínuo, sem limites de conhecimento, investigações e experiências. Ele deve se auto avaliar e procurar sempre se aprimorar no seu desenvolvimento profissional.

Abaixo apresentaremos algumas noções sobre o que é crença, concepção e competência.

3.3 CRENÇA, CONCEPÇÃO E COMPETÊNCIA

Perante o senso comum, existe um paralelismo acentuado entre os significados dos termos "crença" e "concepção", em alguns casos ganhando o estatuto de sinônimo. Diferentemente, os termos "conhecimento" e "competência" já se configuram de forma distinta um do outro.

Considerando que as crenças, as teorias pessoais, as concepções, as competências e o domínio do conteúdo matemático sejam elementos importantes na configuração das práticas em sala de aula e nas decisões curriculares, temos o intuito de definir operacionalmente a maneira como estamos utilizando cada um desses termos. Para tanto realizaremos uma breve revisão de alguns estudos que contemplaram essa discussão.

Ponte (1992) discute a necessidade que o professor tem das *concepções* e das *crenças*, as quais dão sentido ao conhecimento. Concordando com Thompson (1992), Ponte assume que ambas têm um caráter cognitivo, mas diferentemente de Thompson. Ponte detém-se no fato de que as crenças não têm sustentação na realidade empírica, apesar de se derivarem do conhecimento. Para ele as crenças configuram-se de forma pouco elaboradas, fantasiosas, ao contrário das concepções que atuam como uma espécie de filtro, ora bloqueando novas realidades, ora dando sentido às coisas.

As crenças podem ser entendidas como uma verdade pessoal, derivadas da experiência e convicções de cada individuo.

Rico et al (2002) em sintonia com Ponte, considera as concepções como mini-teorias do conceito os elementos organizadores implícitos deste. Esta organização e escolha para abordarem determinadas tarefas, podem estar longe de serem as mais adequadas. As concepções estão estreitamente ligadas com a prática, uma vez que por um lado elas apontam caminhos e fundamentam as decisões, por outro, a prática faz com que brotem concepções para enquadrar as atitudes tomadas. Nota-se, portanto, uma rua de mão dupla entre as concepções e a prática, uma interferindo na outra.

Já para Vergnaud (1987), as concepções e competências são entendidas como sendo as duas faces de uma mesma moeda. As competências se desenvolvem a partir das ações do sujeito inserido numa dada situação, enquanto que as concepções estão presentes nas expressões simbólicas do sujeito.

Vergnaud relata que para analisar competências é essencial o conceito de esquema[3], ou seja, a competência é analisada como a combinação de esquemas usados frente a uma situação. As competências estão ligadas aos conhecimentos implícitos (teorema-em-ação) que se encontram nas relações que se formam entre os esquemas.

Vergnaud (ibid) apóia-se nas idéias de que as concepções podem ser traçadas pelas expressões verbais ou simbólicas do aluno, enquanto as competências são percebidas nas ações do sujeito frente a uma situação.

Trazendo essa discussão para os professores, Ponte (1998) entende a competência profissional como a capacidade de se equacionar e resolver (em tempo hábil) problemas da prática profissional. Ambos autores definem competência como um caráter explícito, que permitem ser observados perante situações problemas.

Para Thompson (1992), o ensino da Matemática está impregnado pelas crenças e concepções dos professores. Nesse sentido, Ponte (1998) afirma que o conhecimento profissional é formado pelas crenças, concepções, mitos que se acumulam durante a experiência profissional do docente, passando por diversas elaborações e reelaborações, tendo sempre um caráter implícito.

Tardif (2002) estuda o fato das crenças terem raízes na formação básica, no ambiente social e cultural, destacando que se estas crenças não forem modificadas nesta formação básica, o exercício do magistério pode receber influências na sua atuação profissional.

Feitas estas reflexões, podemos inferir que nosso estudo traduz os termos crença, concepção e competência sob as noções apresentadas por Ponte (1992) e Vergnaud (1987). Também foi possível concluir que esses termos não se tratam

[3] Os “esquemas” são organizações invariantes da ação num certo grupo de situações

de palavras sinônimas, mas sim de um tripé. Nota-se que apesar do conhecimento diferenciar-se por ter um caráter científico, este carrega em seu bojo crenças e concepções do indivíduo.

No próximo capítulo apresentaremos a fração na perspectiva da Matemática, da Escola e da Ciência.

CAPÍTULO IV

FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA, DA ESCOLA E DA PESQUISA

4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo será dividido em três partes. A primeira trata-se da fração na ciência, onde iremos fazer uma breve revisão da trajetória da fração e apontaremos como ela está sendo vista hoje.

A segunda parte refere-se à fração na escola. Nesta serão analisadas três coleções de livros didáticos, que tinham sido adotados, um por escola, no momento em que foi realizado a coleta de dados.

Na terceira e última parte, apresentaremos a fração na perspectiva da pesquisa. No primeiro momento faremos uma breve descrição dos estudos que constituem o grupo "*A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração*" o qual descrevemos no Capítulo I. No segundo momento, apresentaremos alguns estudos que consideramos relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa, que são aqueles que tratam de investigações com o enfoque na aquisição do conceito de número racional.

4.2 FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA

Nesta seção temos o interesse de localizar o leitor no contexto da fração, descrevendo de maneira breve o seu surgimento, e chegando à sua definição formal e propriedades nos dias de hoje.

Para tanto nos apoiaremos nas idéias Boyer (1974), Caraça (1998) e Ávila (1999).

4.2.1 Uma pré-contextualização do surgimento

Há um consenso entre diversos pesquisadores da história da Matemática, (Boyer, 1974; Caraça, 1998; entre outros) que o surgimento da Matemática deve-se ao fato de problemas oriundos da vida diária, ou seja, salvo a sua evolução e o seu formalismo, a Matemática emerge de uma apreensão sensível do real, isto é, de uma tentativa de construir modelos matemáticos para se resolver problemas reais.

No caso das frações e de sua representação, cada povo, à medida que sentia necessidade, utilizavam-nas a partir de seus próprios recursos.

Os egípcios, os babilônios e os gregos deixaram registros da utilização dos números fracionários, mas apenas os babilônios, cuja base sexagesimal favorecia tal reconhecimento, aceitavam as representações fracionárias como números.

No Oriente Antigo, com a descoberta do *Papiro de Rhind* (descoberto em 1858; escrito por volta de 1650 *a. C*. por Ahmes) e do *Papiro de Moscovo* pôde ser constatado, por meio dos problemas neles contidos, que esse povo egípcio já tinha se familiarizado com as frações. Estas aparecem em uma tabela que dá as equivalências das frações do tipo $\frac{2}{n}$ como a soma de frações unitárias o que significa afirmar frações de numerador 1. As frações eram escritas de forma diferente da que utilizamos atualmente, por exemplo: $\frac{2}{5}$ era representado por $\bar{3}$ $\overline{15}$[4] que equivale hoje a $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

No Papiro de Rhind, podemos observar que para a resolução de um problema para se achar dois terços de $\frac{1}{5}$ procede-se ao método, como descreveremos a seguir, o que indica alguma percepção de regras gerais utilizados pelos egípcios.

> Para a decomposição de $\frac{2}{5}$ o processo de dividir ao meio é inadequado; mas começando com um terço de $\frac{1}{5}$ encontra-se a decomposição dada por Ahmes, $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$. No caso de $\frac{2}{7}$ aplica-se duas vezes a divisão por dois a $\frac{1}{7}$ para obter o resultado $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$. A obsessão egípcia com dividir por dois e tomar a terça parte se percebe no último caso da tabela $\frac{2}{n}$ para n = 101. Talvez um dos objetivos da decomposição de $\frac{1}{2n}$ fosse chegar a frações unitárias menores que $\frac{1}{n}$ (BOYER, 1974, p. 11).

Nos dias de hoje, temos as idéias apresentadas por Caraça (1998), acerca da construção dos números racionais, que nem sempre é possível comparar dois segmentos de tamanhos diferentes e exprimir com um número inteiro a quantidade de vezes que um dado segmento cabe no outro.

Decorre desse fato, a construção de um novo campo numérico que, segundo Caraça (Ibid) é construído levando-se em consideração três aspectos:

(a) o princípio da extensão leva-nos a criar novos números por meio dos quais possa-se exprimir a medida de dois segmentos;

---

[4] Usava-se uma barra sobre o número do denominador para transcrever as frações unitárias.

(b) a análise da questão mostra que a dificuldade reside na impossibilidade da divisão (exata em números inteiros, quando o dividendo não é múltiplo do divisor);

(c) o princípio da economia: (a) que com os novos números sejam abrangidas todas as hipóteses de medição; (b) que os novos números sempre sejam reduzidos aos números inteiros quando o dividendo for múltiplo do divisor.

Nesse contexto, Caraça (1998) define números racionais da seguinte maneira: dado dois segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, em que cada um contém o número inteiro de vezes o segmento *u* – $\overline{AB}$ contém *m* vezes e $\overline{CD}$ contém *n* vezes o segmento *u.* Diz-se, por definição que a medida do segmento $\overline{AB}$ tomando $\overline{CD}$ como unidade, o número $\frac{m}{n}$, escreve-se:

> *1)* $\overline{AB} = \frac{m}{n} \cdot \overline{CD}$ quaisquer que sejam os números inteiros *m* e *n* (*n* não nulo); se *m* for divisível por *n,* o número $\frac{m}{n}$ coincide com o número inteiro que é quociente da divisão; se *m* não for divisível por *n*, o número $\frac{m}{n}$ diz-se *fracionário.* O número $\frac{m}{n}$ diz-se, em qualquer hipótese, racional – ao número *m* chama-se *numerador* e ao número *n denominador*. Em particular, da igualdade $\overline{AB} = \frac{m}{n} \cdot \overline{CD}$ resulta que,
>
> *2)* $\frac{n}{1} = n$ visto que, se $\overline{AB} = n \cdot \overline{CD}$, é também $\overline{AB} = \frac{n}{1} \cdot \overline{CD}$ em que,
>
> 3) $\frac{n}{n} = 1$ porque as igualdades $\overline{AB} = \overline{AB}$ e $\overline{AB} = \frac{n}{n} \cdot \overline{AB}$ são equivalentes. (Caraça 1998, p.36)

Feitas aqui algumas considerações a respeito da história da fração, segue abaixo a compreensão atual desse objeto matemático.

4.2.2 Compreensão atual da fração

Como se viu na seção anterior, no decorrer dos anos, a compreensão dos números foram se modificando à medida que os indivíduos sentiam a necessidade de resolver problemas práticos.

Hoje se estuda os diferentes conjuntos numéricos, sendo que a fração é uma representação dos números racionais, identificados como sendo o conjunto Q, onde Q=$\left\{\frac{a}{b}; a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$.

Dado dois números pertencentes ao conjunto Q, é possível identificar qual é o maior e qual o menor. Para tanto devemos comparar as frações:

a) no caso dos dois números terem o mesmo denominador, será maior (menor) o que tiver maior (menor) numerador;
b) se dois números têm o mesmo numerador, será maior (menor) o que tiver menor (maior) denominador;
c) se dois números não têm o mesmo numerador nem o mesmo denominador, primeiro deve-se encontrar frações equivalentes que tenham o mesmo denominador e só depois far-se-á a comparação.

Para se interpretar melhor este último item, imagine dois números racionais distintos *r* e *s*, representados respectivamente pelas frações $\frac{m}{n}$ e $\frac{p}{q}$, tal que *m*, *n*, *p* e *q* $\in Z$, com *n* e *q* $\neq 0$. A fim de se ter as duas frações representadas com o mesmo denominador, apóia-se no seguinte enunciado: não altera o número racional quando se multiplica ou se divide seu numerador e seu denominador pelo mesmo número natural. Sendo assim tem-se:

$$r = \frac{m.q}{n.q} \quad \text{e} \quad s = \frac{n.p}{n.q}$$

Estando os dois números com o mesmo denominador, basta seguir o item “a” acima descrito para descobrir qual número é maior, o *r* ou o *s*.

No conjunto dos números racionais, define-se a propriedade de adição como sendo a operação que a cada par $(x, y) \in Q \times Q$ associa-se sua soma $x+y \in Q$, exemplo: $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq + np}{nq}$

No caso da multiplicação, a cada par $(x, y) \in Q \times Q$ associa-se seu produto $x.y \in Q$, exemplo: $\frac{m}{n} . \frac{p}{q} = \frac{mp}{nq}$.

No entanto, para ficar completo o conhecimento do campo dos números racionais torna-se necessária uma fundamentação teórica do ponto de vista da Matemática como ciência. Dessa forma, argumenta-se que o conjunto dos números racionais possui uma estrutura de corpo comutativo ordenado que segundo Ávila:

> Um corpo (comutativo) é um conjunto não vazio C, munido de duas operações, chamadas adição e multiplicação, cada uma delas fazendo corresponder um elemento de C a cada par de elementos de C, as duas operações estando sujeitas aos axiomas de corpo. A soma de x e y de C é indicada por x + y e a multiplicação de x e y é indicada por xy (Ávila, 1999, p.15)

Nesse sentido a terna (*Q*, +, .) satisfaz as propriedades de um corpo, isto é, valem as seguintes propriedades:

- **Associativa**

Dados quaisquer $x, y, z \in Q$, é possível associar as parcelas de tal modo que em relação à adição tem-se:

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

em relação a multiplicação, pode-se associar os fatores da seguinte maneira:

$$(x \,.\, y) \,.\, z = x \,.\, (y \,.\, z)$$

- **Comutativa**

Quaisquer que sejam x, $y \in Q$, pode-se comutar a ordem das parcelas em relação à adição, de tal modo que se tem:

$$x + y = y + x$$

em relação à multiplicação, pode-se comutar a ordem dos fatores resultando em:

$$x \,.\, y = y \,.\, x$$

- **Elemento neutro**

Na adição, existe um elemento em Q, chamado "Zero" indicado pelo símbolo 0, tal que $x + 0 = 0 + x = x$ para todo $x \in Q$.

Na multiplicação, existe um elemento em Q, chamado "elemento unidade" indicado pelo símbolo 1, tal que $x \,.\, 1 = 1 \,.\, x = x$ para todo $x \in Q$.

- **Oposto**

Para todo elemento $x \in Q$, $x \neq 0$ existe um elemento correspondente $y \in Q$, $y \neq 0$ tal que $x + y = y + x = 0$, que se demonstra ser único para cada x.

- **Elemento inverso**

A todo elemento $x \in Q$, $x \neq 0$ corresponde um elemento $x' \in Q$ tal que $x \,.\, x' = x' \,.\, x = 1$, que se demonstra ser único para cada x, e é indicado com x^{-1} ou $\frac{1}{x}$.

- **Distributividade da multiplicação em relação à adição**

Quaisquer que sejam *x, y, z* $\in$ *Q*, tem-se:

$$x\,(y + z) = xy + xz,$$

O conjunto dos números racionais, satisfazendo as propriedades descritas acima, permite-nos afirmar que é um corpo.

Com estas propriedades podemos provar todas as operações algébricas. Por exemplo:

Proposição 1 O elementos neutros da adição e multiplicação são únicos.

Proposição 1.1O elemento oposto e o elemento inverso são únicos.

Proposição 1.2 (Lei do Cancelamento) Em *Q*, vale

$$\boxed{x + z = y + z \implies x = y\,.}$$

Prova,

$$\begin{aligned} x + z &= y + z \overset{+(-z)}{\Longrightarrow} (x+z) + (-z) = (y+z) + (-z) \overset{assoc.}{\Longrightarrow} x + (z + (-z)) \\ &= y + (z + (-z)) \overset{opos..}{\Longrightarrow} x + 0 = y + 0 \overset{elem.\ neutro.}{\Longrightarrow} x = y\,. \end{aligned}$$

Outras propriedades:

Sejam *x, y, z* e *w* $\in$ *Q*. Então,

- $x < y \iff x + z < y + z$
- $z > 0 \iff z^{-1} > 0$
- $z > 0 \iff -z < 0$
- (tricotomia) $x < y$ ou $x = y$ ou $x > y$
- (anulamento do produto) $xy = 0 \iff x = 0$ ou $y = 0$

Na próxima seção, será apresentada a fração na perspectiva da escola, analisando-se algumas coleções de livros didáticos.

4.3 FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DA ESCOLA

Para esta seção houve o interesse em investigarmos as três coleções de livros didáticos que estavam sendo trabalhadas nas escolas em que coletamos os dados. Um outro motivo, não menos importante, para termos escolhido tais coleções diz respeito ao papel essencial que o livro didático desempenha para o professor polivalente - profissional que leciona nas séries iniciais do Ensino Fundamental. De fato, ele costuma ser o principal apoio desse profissional, que normalmente recorre a ele antes mesmo de trabalhar os conteúdos com seus alunos.

Nossas investigações foram feitas com vistas a identificar *quando* e *como* o conceito de fração é introduzido. Também houve o cuidado em observarmos se existia uma preocupação desses livros em trabalhar a fração a partir de diferentes situações e contextos.

Na seção seguinte serão listadas algumas categorias que consideramos importantes na nossa análise investigativa das coleções.

4.3.1 Categorias de análises

A escolha das categorias de análise se deu a partir das variáveis que consideramos significativas para a formação do conceito de fração. Neste sentido, decidimos investigar as seguintes categorias:

1. Forma de introdução do conceito;
2. Quando e como é introduzido o conceito formal;

3. Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número)[5]
4. As variáveis características da quantidade – contínua ou discreta;
5. A forma de apresentação dos problemas – *com* e *sem* representação icônica;
6. Há predominância de determinados números fracionários, isto é, de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, etc.;
7. Os invariantes do conceito de fração: ordem e equivalência;
8. A freqüência com que o conceito de fração é explorado em cada livro didático.

Essas categorias serão analisadas série por série, ou seja, no primeiro momento analisaremos os três livros referentes à 1ª série do Ensino Fundamental, em seguida os livros de 2ª série e assim por diante.

As categorias 3, 4 e 5, além de serem analisadas série a série, serão apresentadas em forma de quadros resumos na seção 4.3.3. Acreditamos que tal apresentação possibilitará ao leitor ter uma visão geral da freqüência e distribuição das três categorias em cada coleção.

Antes de iniciarmos a análise, é importante salientarmos que não há a menor pretensão, definitivamente, de se avaliar a qualidade das coleções, seja do ponto de vista dos conteúdos, seja da didática adotada por elas. O interesse restringe-se apenas em identificar como tais coleções trabalham com o conceito de fração.

4.3.2 Livros Didáticos

As três coleções analisadas foram escolhidas segundo o critério de serem as mais utilizadas nas escolas no momento em que ocorreu a coleta de dados do

[5] As categorias (1), (2) e (3) já foram discutidas na seção 2.2.1 do Capítulo II

presente estudo.

A justificativa para analisar todos os volumes das coleções e não apenas aqueles direcionados para as 3as e 4as séries foi que, embora se saiba que a introdução formal do conceito de fração se dá a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental, interessa ao estudo saber se no primeiro ciclo a criança já se depara, mesmo que informalmente, com esse conceito.

Portanto as coleções serão vistas a partir das categorias elencadas por esse estudo, série por série. As coleções são:

1) Novo Caminho, cujos autores são Imenes, Jakubo e Lellis, que dominaremos como <u>Coleção A</u>.

2) 1 2 3 4 Matemática, cujos autores são Padovan, Guerra e Milan, que dominaremos como <u>Coleção B</u>.

3) Fazendo e Compreendendo cujos autores são Sanchez, Liberman e Wey, que dominaremos como <u>Coleção C</u>.

<u>1ª série</u>

A Coleção A apresentou, muito superficialmente, a noção de fração. Apesar de não haver referência explícita ao termo fração, encontramos uma atividade em que era solicitado aos alunos que dividissem uma folha de papel em duas partes iguais. Essa situação certamente remete à noção de fração e em particular ao significado parte-todo.

Na Coleção B, encontra-se um capítulo cujo título é “Metade, dobro e triplo”, o qual explora a noção do conceito de fração. Este capítulo inicia com algumas receitas de vitaminas e entre elas encontramos uma que apresenta *fração meio*. Ao lado desta receita, no livro do professor, existe um comentário solicitando que o mesmo explore a noção de frações ordinárias e números mistos com seus alunos. Essa situação nos remete ao significado operador multiplicativo, que faz referência de uma parte do todo ($\frac{1}{2}$ limão).

Já a Coleção C, não apresenta nenhum capítulo ou atividade que possa dar a noção da representação fracionária.

2ª série

Nos livros de 2as séries, tanto da Coleção A quanto da Coleção C, não apresentam atividades ou mesmo a noção de fração durante toda a sua extensão.

A Coleção B, assim como no livro da 1ª série, apresenta um capítulo com o nome "Metade, dobro e triplo". Este inicia com atividades que nos remete ao significado parte-todo, utilizando figuras geométricas. Além desta atividade, encontra-se mais um exercício com três itens que remete ao significado quociente.

3ª série

Nesta série, de acordo com os PCN, é introduzido formalmente o conceito de fração.

A Coleção A apresenta o capítulo intitulado "Frações do círculo" para iniciar a noção do conceito de fração. Neste capítulo, o conteúdo inicia-se com a noção de divisão em partes iguais e a sua representação fracionária, representadas primeiramente, em figuras de círculos e consequentemente para demais formas geométricas. Está introdução é feita, nas quatro primeiras páginas, apenas com situações estáticas em que o aluno observa a figura já dividida em partes iguais com uma ou mais partes pintadas – significado parte-todo. Logo nesta introdução, têm-se também, dois exercícios explorando um dos invariantes do conceito da fração: a ordem.

Mais adiante, encontram-se situações que exploraram os significados: operador multiplicativo e número, mas o significado parte-todo é o mais abordado neste livro. Dentre as situações, a variável quantidade contínua com a presença de ícone foi a que apareceu com maior freqüência, sendo as frações mais utilizadas a de numerador 1 e 2.

O conceito de fração é explorado em 10 das 200 páginas existentes nesse volume, ou seja, em apenas 5% do livro. Cabe destacar que não se encontra uma definição formal do conceito de fração no livro

Na Coleção B no livro da 3ª série, o capítulo de frações, inicia-se com o seguinte título: “Conhecendo as frações”. Neste são apresentadas várias situações do dia-a-dia em que falamos a palavra “fração”, expressando um instante de segundo, uma medida, entre outras. Também é apresentada a definição de fração em um dicionário, ressaltando que esta representa partes de um todo; um número que representa uma ou mais partes de uma unidade dividida em partes iguais. No decorrer do livro encontramos várias atividades envolvendo os significados parte-todo, quociente e operador multiplicativo. Tanto os significados quanto a representação icônica e não icônica aparecem se alternando entre as atividades. Apenas a variável quantidade continua é a que se destaca dentre as atividades.

Após algumas atividades é apresentado um trecho do livro *Aritmética da Emilia,* obra de Monteiro Lobato. Neste é explorado a noção de unidade e divisão de partes iguais, “nome” das frações –um quarto, oito onze avos – e também a nomeação do denominador e numerador. Um dos objetivos é que os alunos percebam que o denominador indica o número de partes em que o inteiro ou a unidade foi dividida e que o numerador indica o número de partes que foram consideradas.

Das 208 páginas que compõe o livro 23 trabalham com o conceito de fração, ou seja, 11,1% do livro.

Na Coleção C, a fração surge apenas na 3ª série, tendo como título do capítulo “A fração e o cotidiano”. Assim como na Coleção B, a fração é introduzida abordando as diferentes maneiras que utilizamos a palavra “fração” no nosso dia-a-dia. Encontra-se a presença dos cinco significados da fração, sendo o significado parte-todo e a quantidade contínua os mais explorados. A presença do ícone, assim como nas demais coleções é muito utilizada.

As frações com o numerador 1 são abordadas com extrema freqüência. Este livro também apresenta atividades que abordam os invariantes ordem e equivalência.

Tanto na Coleção A como na Coleção C, os alunos têm o primeiro contato com a representação fracionária apenas nos livros de 3ªs séries.

Neste último livro, o conceito de fração é trabalhado em 24 páginas do total de 186, ou seja, dos três livros da 3ª série, este foi o que dedicou mais espaço para tratar o tema fração.

4ª série

O livro de 4ª série da Coleção A, apresenta com maior freqüência, situações envolvendo o significado operador multiplicativo em quantidade contínua com a presença de ícone. Também há questões abordando os invariantes do conceito: ordem e equivalência.

Apesar das frações de numerador 1 serem mais exploradas, temos a presença de outras frações com denominadores diferente de 1.

Neste livro o conteúdo de fração foi abordado em 9% do total das páginas e mesmo sendo o último volume, este não apresenta a notação formal da fração (nomear o que é o numerador e o denominador).

A Coleção B apresenta os cinco significados da fração, dando uma ênfase maior no significado operador multiplicativo. Das variáveis, a quantidade contínua não icônica foi a que mais se destacou. As frações foram bem diversificadas, não houve predomínio de um tipo de fração.

Também encontramos muitas atividades que exploram os invariantes ordem e equivalência. Neste livro o conteúdo de fração foi abordado em 11,5% do total de páginas.

A Coleção C, assim como a Coleção B, apresentou um maior número de questões envolvendo o significado operador multiplicativo. As questões que envolvem a quantidade discreta são superiores às questões de quantidade contínua e também encontramos um número razoável de questões que envolveram os invariantes ordem e equivalência. É possível perceber a predominância das frações com numerador 1.

As atividades com frações ocupam 15% do total de páginas deste livro.

Feita aqui a análise série por série, apresentaremos na seção seguinte os quadros resumos referentes às categorias 3, 4 e 5, conforme descrito na seção 4.3.1. Conseguinte serão apresentadas algumas considerações.

4.3.3 Visão geral

Pretendemos nessa seção além de oferecer uma visão geral das 3 coleções de livros didáticos analisadas, apresentar também algumas considerações baseadas nos resultados quantitativo da análise.

As categorias selecionadas para a apresentação dos quadros, serão as mesmas variáveis consideradas na investigação desta pesquisa, com exceção aos invariantes que não apresentaremos nos quadros. São elas:

1. Os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número);
2. As variáveis características da quantidade – contínua ou discreta;
3. A forma de apresentação dos problemas – *com* e *sem* representação icônica;

Na Coleção A, a distribuição das questões em relação às três categorias foram:

Variáveis / Significados	Contínuo icônico	Contínuo não icônico	Discreto icônico	Discreto não icônico	Total
Parte-todo	18	1	-	-	19
Quociente	1	-	-	-	1
Medida	-	-	-	-	-
Operador multiplicativo	6	2	4	6	18
Número	2	-	-	-	2
Total	27	3	4	6	40

TABELA 4.1: Distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua e discreta, representações icônicas ou não icônicas – Coleção A

Os dados da tabela 4.1 apontam que o significado parte-todo, com 19 questões, e o significado operador multiplicativo, com 18 questões, são os que aparecem com maior incidência nesta coleção. O operador multiplicativo foi o único significado que abordou todas as variáveis de quantidade e representação, enquanto que o significado medida não foi encontrado nesta coleção.

Das 40 questões classificadas, as que envolveram o significado parte-todo em quantidade contínua com a presença do ícone, foram as que mais se destacaram.

Os invariantes do conceito foram encontrados em nove questões, sendo quatro delas de ordem e cinco de equivalência. A abordagem formal do conceito (numerador e denominador) não foi encontrada nesta coleção.

A primeira representação do número fracionário surgiu apenas no livro da 3ª série. Não esperávamos que esse conteúdo fosse introduzido na 1ª série, mas existiam hipóteses da noção informal ser apresentado nas primeiras séries iniciais, já que as crianças têm contato com a representação fracionária antes mesmo do inicio da escolaridade.

Na Coleção B, diferentemente da Coleção A, a representação fracionária é presente nos quatro livros (1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries).

A distribuição das questões encontradas na Coleção B, que abordam os significados da fração e as variáveis de pesquisa foi:

Variáveis / Significados	Contínuo icônico	Contínuo não icônico	Discreto icônico	Discreto não icônico	Total
Parte-todo	17	6	-	-	23
Quociente	4	9	-	-	13
Medida	-	1	2	-	3
Operador multiplicativo	5	9	2	7	23
Número	3	9	-	-	12
Total	29	34	4	7	74

TABELA 4.2: Distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua e discreta, representações icônicas ou não icônicas – Coleção B

Como mostra a tabela 4.2, encontramos a presença de todos os significados da fração com uma incidência maior nas quantidades contínuas.

Das 74 questões classificadas, 11 exploraram noção de equivalência e 7 a noção de ordem. Os significados parte-todo e operador multiplicativo, junto com a quantidade continua não icônica, foram os que apresentaram maior número de questões.

Nesta coleção, apresentou-se uma preocupação com a parte formal, ou seja, os nomes atribuídos aos elementos da fração – numerador e denominador. Além de apresentar questões que solicitavam a identificação do numerador e denominador, também encontramos uma explicação do que chamamos de frações impróprias, próprias e aparentes.

Na Coleção C, os livros de 1ª e 2ª séries não apresentam a noção de fração. Nesta coleção não encontramos a notação denominador e numerador, mas o conteúdo de fração foi abordado em boa parte da coleção, principalmente no livro da 4ª série, conforme apresentamos na seção 4.3.2.

Passaremos a apresentar a distribuição das questões encontradas na Coleção C:

Variáveis / Significado	Contínuo icônico	Contínuo não icônico	Discreto icônico	Discreto não icônico	Total
Parte-todo	21	2	1	1	25
Quociente	2	-	1	1	4
Medida	4	2	-	-	6
Operador multiplicativo	6	9	4	2	21
Número	4	1	-	-	5
Total	37	14	6	4	61

TABELA 4.3: Distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua e discreta, representações icônicas ou não icônicas – Coleção C

A Coleção C, assim como a Coleção B, apesar de não abordarem os significados da fração em todas as variáveis, apresentaram um número razoável de questões envolvendo as diferentes variáveis.

O significado parte-todo apresentou um número maior de questões, ou seja, 37 do total de 61.

Esta coleção, assim como as outras duas analisadas anteriormente, teve a preocupação de trabalhar com os invariantes do conceito, apesar destes serem muito pouco explorados. Encontramos nove questões abordando a equivalência e oito questões abordando a ordem.

Feita a investigação dessas três coleções de livros didáticos, é possível se apontar alguns pontos relevantes, como:

- ✓ O conceito de fração que geralmente tem o seu ensino iniciado a partir do 2º ciclo, apresenta de um modo geral, as primeiras noções no significado parte-todo com quantidade continua icônico;
- ✓ Nos livros de 4as séries há uma incidência maior em trabalhar com procedimentos algoritmos, envolvendo assim o significado operador multiplicativo;
- ✓ No geral, identificamos a presença dos cinco significados da fração, sendo que os significados medida e número ficaram aquém dos demais.
- ✓ A quantidade contínua foi a que mais se destacou, dentre os cinco os significados da fração e as questões icônicas tiveram maior incidência do que as não icônicas;
- ✓ Os invariantes do conceito – ordem e equivalência – apesar de estarem presentes nas 3 coleções, foram pouco explorados.

Esta análise nos permitiu ter uma visão de como alguns livros didáticos apresentam o conteúdo de fração. Observamos *como* e *quando* o conceito é introduzido, bem como ele é explorado até o final do 2º ciclo.

Não houve a preocupação, segundo Vergnaud (2001), em se trabalhar com diferentes significados e contextos de um mesmo conceito. A presença dos significados, que quando apresentados não tiveram a mesma intensidade, surgiram “em uma ordem”, ou seja, em geral apareceram primeiro as situações com o significado parte-todo – um grande número de questões -, depois alguns de quociente e assim por diante, enfatizando, na grande maioria, a quantidade continua icônica. Consideramos que esta falta de entrelaçamento entre os significados e as demais variáveis da fração podem não proporcionar aos alunos a construção desse conhecimento.

Com relação aos profissionais envolvidos nesta pesquisa, estes estavam trabalhando junto a seus alunos com esses livros analisados. Uma das questões a ser investigada é se a concepção e competência destes professores se aproximam do conteúdo apresentado com maior ênfase nos livros didáticos.

Terminamos aqui a subseção da Fração na perspectiva da Escola, em que nos restringimos a analisar três coleções de livros didáticos. Abaixo apresentaremos alguns trabalhos correlatos a esta pesquisa os quais nos subsidiarão a ter uma visão mais ampla de como se encontra a investigação do conceito de fração no âmbito da Educação Matemática.

4.4 FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DA PESQUISA

Observa-se que existem muitos pesquisadores interessados em investigar a aprendizagem e o ensino do número racional. Para tanto, buscamos explorar alguns desses trabalhos, organizando-se esta seção em duas partes.

Na primeira parte, apresentaremos um breve resumo, dos estudos realizados pelo nosso grupo de pesquisa que foi desenvolvido dentro do programa de cooperação entre a Oxford Brookes University – sob a coordenação de Terezinha Nunes – e o Centro das Ciências Exatas Tecnologia PUC-SP, coordenado pelas Professoras Tânia Campos e Sandra Magina, conforme dito no Capitulo I.

A segunda parte consiste em apresentar algumas pesquisas, que contribuíram com o nosso estudo, as quais investigaram o ensino ou aprendizagem do conceito de fração.

4.4.1 Pesquisas realizadas no grupo de pesquisa de frações coordenadas pelas Profas Dras Tânia Campos e Sandra Magina.

Como descrito no Capitulo I deste trabalho, nosso estudo faz parte de um projeto de pesquisa mais amplo, intitulado “*A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração*”, cujo objetivo é investigar a formação e desenvolvimento do conceito de fração nos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, quer seja do ponto de vista do seu ensino (professor), quer seja do ponto de vista da sua aprendizagem (aluno).

Por fazer parte de um grupo, sente-se a necessidade de descrever resumidamente a investigação de cada um dos integrantes. Começar-se-á com os trabalhos de mestrado que foram estudos diagnósticos, onde se inclui este, com o objetivo de mapear o conceito de fração, tanto no ensino como na aprendizagem.

Consideramos importante apresentar as pesquisas também realizadas com alunos, visto que uma das hipóteses que se tem, assim como foi apresentado no

Capítulo I, é que o desempenho dos alunos pode ter alguma relação com o conhecimento do professor.

No que tange ao ponto de vista da aprendizagem, temos o trabalho de Merlini (2005), intitulado "*O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*". Este teve por objetivo investigar as estratégias que os alunos, de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, utilizam frente a problemas que abordam o conceito de fração, segundo a classificação teórica proposta por Nunes et al. (2003).

Para tanto, foi realizado um estudo diagnóstico com 120 alunos, sendo 60 alunos da 5ª série e 60 alunos da 6ª série do Ensino Fundamental, distribuídos em duas escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo. A pesquisa de campo constou de dois momentos: no primeiro, o questionário foi aplicado coletivamente aos alunos, que responderam individualmente, envolvendo o conceito de fração, e no segundo momento, foram feitas entrevistas clínicas em 12% da amostra. Nos resultados obtidos foi constatado que não houve, em nenhuma das duas séries pesquisadas, um desempenho eqüitativo entre os cinco significados da fração.

Quanto às estratégias de resolução dos problemas não houve uma regularidade. Em outras palavras, para um mesmo significado foram encontradas diferentes estratégias de resolução. Estes resultados levaram Merlini a concluir que a abordagem que se faz do conceito de fração, não garante que o aluno construa o conhecimento deste conceito.

Em paralelo ao trabalho de Merline se deu o estudo de Moutinho (2005). Ambos realizaram as pesquisas com alunos e utilizaram o mesmo instrumento diagnóstico.

O trabalho de Moutinho, cujo título é “*Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental*", teve por objetivo identificar qual(is) dos diferentes significados da fração que alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental mais utilizavam frente a problemas que abordavam o conceito de fração.

O instrumento de pesquisa, conforme descrito anteriormente, foi o mesmo utilizado por Merlini (2005) sendo este, aplicado a 65 alunos da 4ª e 58 alunos da 8ª séries do Ensino Fundamental, distribuídos em duas escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo. Os resultados foram analisados, observando-se o desempenho e as estratégias utilizadas pelos alunos, quando resolveram de forma errônea as questões propostas. Os alunos da 4ª série demonstraram possuir maior domínio do significado Parte-todo, como central para resolução dos problemas; já os das 8ª, além desta, buscaram resolver os problemas com um uso mais intenso de operações sem, contudo, atingir um índice de acerto favorável, o que resultou em um desempenho geral menor na 8ª do que a 4ª série.

Com isso, Moutinho conclui pela necessidade de se abordar um trabalho mais amplo do Campo Conceitual da Fração, com base no uso de diferentes situações, abordando os distintos significados da fração propostos por Nunes et al. (2003), na busca de um melhor aprendizado desse conceito ao longo das séries do Ensino Fundamental.

Nos dois estudos citados, Merline (2005) e Moutinho (2005) investigaram o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos, frente a problemas de fração. Em nosso trabalho, além de investigarmos o desempenho e as estratégias de resolução, mas com professores, iremos também investigar as crenças e concepções que os mesmos apresentam em relação à fração. Com esses dados averiguaremos, possível, influência da concepção dos professores na competência de seus alunos.

Rodrigues (2005) também teve sua pesquisa voltada para a aprendizagem. O seu trabalho intitulado "*Números Racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*", teve como objetivo identificar que aspectos do conceito de fração, relativos aos significados parte-todo e quociente, permanecem não apropriados por alunos após o estudo formal.

O seu instrumento diagnóstico foi composto de 48 questões envolvendo o conceito de fração nos significados parte-todo e quociente, com questões icônicas e não icônicas acerca de grandezas contínuas ou discretas. As questões foram graduadas em três níveis de dificuldades, abrangendo aspectos específicos do conceito, considerando a escolaridade do universo de pesquisa.

Esse instrumento foi aplicado em escolas e universidades particulares, sendo 13 alunos de oitava série de uma escola de Campinas, 31 alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma outra escola de Campinas e 29 alunos de nível superior, na área de exatas de duas universidades, sendo uma em Campinas e outra em São Paulo.

Em sua análise, Rodrigues (2005) constatou que, mesmo nesses níveis de escolaridade, os alunos apresentam dificuldades sob três pontos de vista: (1) da compreensão do papel da unidade; (2) da peculiaridade das situações envolvendo grandezas discretas; (3) e de aspectos mais abstratos de construção dos números racionais, como a inclusão dos inteiros e a explicitação de soluções em termos de operações com frações.

O estudo de Rodrigues (2005) se restringiu na investigação de apenas dois significados da fração: parte-todo e quociente. O autor não teve interesse em avaliar a competência desses alunos, mas sim, de investigar as concepções em relação a esses dois significados que permaneceram não apropriadas após terem passado pela escola formal[6].

Termina aqui, a descrição dos estudos de mestrado voltados para a aprendizagem do conceito de fração. Abaixo será apresentado o estudo de Santos (2005), ainda do mestrado, mas com o enfoque no ensino de fração. O seu estudo tem como título *“O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*" e teve por objetivo compreender o estado - concepções - em que se encontrava o conceito de fração para 67 professores que atuavam nos 1º, 2º, 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, distribuídos em sete diferentes escolas da rede pública. Seu estudo serviu de inspiração para esta pesquisa, a qual além de buscar e investigar as concepções buscou também identificar as crenças e a competência dos professores das séries iniciais frente ao conceito de fração.

Para sua investigação, Santos realizou um estudo diagnóstico que constou de dois momentos: no primeiro foi solicitado aos professores a elaboração de seis problemas, envolvendo o conceito de fração, e no segundo momento, foi pedido para que resolvessem os próprios problemas elaborados.

Os resultados obtidos na pesquisa de Santos (2005) apontaram uma tendência, tanto entre os professores polivalentes, como especialistas, em valorizar a fração com o significado operador multiplicativo na elaboração dos problemas. Quanto à resolução, houve uma valorização nos aspectos

[6] Rodrigues (2005) entende como escola formal a escolaridade de 1º a 4ª ciclos do E.F.

procedimentais - aplicação de um conjunto de técnicas e regras (algoritmo). Estas evidências levaram Santos a concluir que não existe diferença significativa entre a concepção dos professores polivalentes e especialistas, seja na elaboração, ou na resolução de problemas de fração em seus diferentes significados. O autor também destaca que as concepções desses professores, provavelmente, carregam fortes influências daquelas construídas na Educação Básica.

Quanto ao estudo de Santos (2005) apresentado logo acima, os pontos em comum à nossa pesquisa, é que ela trata de uma investigação sobre a concepção de professores polivalentes, frente à elaboração de situações-problema que envolvessem frações. O que diferencia, é que nossa pesquisa, além de investigar as concepções, buscou também investigar as crenças e competências dos professores em relação à fração.

As pesquisas de doutoramento encontram-se em andamento. São investigações que buscam, entre outros objetivos, aprofundar os estudos diagnósticos realizados pelos mestrandos do grupo.

Numa das pesquisas, há o trabalho de Damico (em andamento) cujo estudo investiga a formação inicial de professores de Matemática de duas Universidades do ABC Paulista, no que concerne à preparação dos licenciandos para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental. Foram pesquisados 346 alunos e 40 professores destas duas Instituições.

O trabalho, consubstanciado nos resultados de inúmeras investigações realizadas nos últimos 30 anos, ressalta como relevante a utilização, no Ensino Fundamental, de abordagens metodológicas que contemplem, de forma inter-relacionada, o estudo de pelo menos seis subconstrutos dos números racionais: parte-todo, quociente ou divisão indicada, número, operador, medida e razão;

como também o conhecimento dos invariantes, ordem e equivalência e as operações básicas com frações. Estes conceitos constituem a base teórica mínima defendida pelos pesquisadores sobre ensino de números racionais (frações).

Assim, a pesquisa de Damico (em andamento) procura avaliar a formação inicial de professores de Matemática no sentido da aproximação ou distanciamento desta base teórica. A investigação terá como base a análise de dados coletados a partir de três instrumentos de avaliação: sobre conhecimentos básicos de números racionais dos licenciandos entrevistas interativas com alunos concluintes; entrevistas interativas com professores dos cursos pesquisados, além de documentos diversos como, ementas, planejamentos, grades curriculares, etc.

Com este estudo, Damico pretende contribuir para uma melhor compreensão da formação inicial de professores de Matemática, em especial, no que diz respeito ao ensino dos números racionais, e tentar embasar discussões relativas a reformulações curriculares dos cursos de licenciatura em Matemática, sobre o ensino de conjuntos numéricos.

Como trabalho de doutorado tem-se também o estudo de Fontoura (em andamento). Este será uma intervenção junto a professores das séries iniciais (1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental) a ser realizado com base nos resultados obtidos nos estudos diagnóstico dos mestrandos. Sua pesquisa vai envolver os cinco significados da fração, parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número.

Feita a apresentação dos trabalhos que fazem parte do grupo "*A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração*", serão apresentados alguns trabalhos correlatos a este estudo.

4.4.2 Pesquisas Correlatas

Dentre as pesquisas que investigaram o conceito de número racional na forma fracionária, escolhemos algumas que se considerou importante no sentido de contribuição para este estudo, a iniciar com a pesquisa de Kerslake (1986).

No projeto de pesquisa que durou um período de seis anos, Kerslake (1986) procurou investigar em 10.000 crianças da Inglaterra, com idades entre 11 a 15 anos, as estratégias de resolução e os erros que essas crianças apresentavam ao resolver problemas que envolviam entre outros conceitos o de fração. Para esse estudo deve-se atentar apenas para a análise dos problemas que envolveram fração.

Na busca de se encontrar informações acerca dos caminhos, de como os alunos pensam sobre as frações, o estudo possibilitou observar três aspectos que emergiram dos dados obtidos.

1. observar se os alunos seriam capazes de pensar frações como números ou se pensavam que a palavra “número” implicaria somente a números inteiros;
2. descobrir os modelos de frações que as crianças dispunham;
3. investigar como as crianças visualizavam a idéia de equivalência.

Um outro aspecto notado é a importância de existir um contexto que envolva a fração. Foi dado um mesmo problema de dois diferentes modos: com contexto e sem contexto. No problema sem contexto foi pedido aos alunos que resolvessem 3:5 ou 3/5 e o problema com contexto foi: “Três barras de chocolate foram divididas igualmente para cinco crianças. Quanto cada um recebeu?”. O total de acertos para esses dois problemas foi significativamente diferente, sendo que para a questão que apresentava o contexto o total de acertos foi de aproximadamente 65%, enquanto para a questão sem contexto foi de 31%.

Nas observações das frações e números inteiros, notou-se que quando se perguntava aos alunos “quantas frações se escondem entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$?” Eles respondiam: “uma”, referindo-se a $\frac{1}{3}$. Dessa forma, podemos concluir que os alunos observam apenas os denominadores das frações e não se dão conta das frações existentes entre elas, ou seja, entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.

Durante as entrevistas, Kerslake (1986) pôde observar que o uso de figuras, denominado pela autora como diagramas, facilita a interpretação das crianças. No entanto, o uso de diagramas no modelo parte-todo nem sempre possibilita a visualização imediata de determinadas situações como, por exemplo, $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$. Nesta situação, fazem-se necessárias outras divisões da mesma figura para sua compreensão. Neste caso, a autora, cita as idéias de Kieren e argumenta que o conceito de número racional é diferente de número natural, visto que eles não fazem parte do meio natural dos alunos e as diversas interpretações do número racional resultam em uma variedade de experiências necessárias.

Desta forma, a autora conclui que o entendimento dos números racionais como elemento do campo quociente requer a oportunidade de experiências dos aspectos partitivos da divisão. Ressalta a necessidade de se estender o modelo parte-todo, incluindo os aspectos quociente da fração e finalmente as frações representadas como pontos sobre a reta numerada.

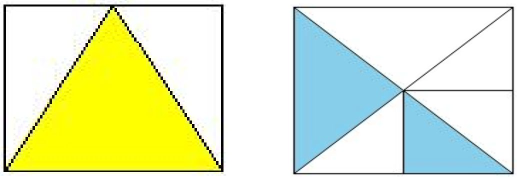
Uma outra questão proposta dizia: “Aqui estão três doces. Há quatro crianças que desejam a sua parte. Como você pode fazer?” As crianças dividiam os três doces para quatro pessoas, mas não se preocupavam se as partes eram iguais. Para as respostas dadas a essa questão, notamos que não existiu preocupação com a conservação de área que foi um dos pontos de investigação da próxima pesquisa que abordaremos - pesquisa de Campos (1995). Observando-se o processo de divisão realizado pelo aluno, Kerslake (1986) avaliou que eles não faziam a conexão entre 3:4 e $\frac{3}{4}$.

Uma outra questão abordada nesse projeto de pesquisa foi o caso das frações equivalentes. Os alunos não apresentaram dificuldade significativa para esse conceito.

Em suas conclusões, Kerslake descreve que uma das grandes dificuldades apresentadas pelas crianças é o fato de pensarem na fração como parte de uma figura, dificultando assim a compreensão da adição e subtração de frações e também a sua representação na reta numérica.

Em seus estudos realizados no Brasil, Campos et al. (1995) encontram alguns resultados próximos dos apresentados por Kerslake (1986). A sua pesquisa consistiu-se de um teste diagnóstico, aplicado em 76 alunos de 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental de três escolas particulares da cidade de São Paulo. Analisados os resultados deste teste, os pesquisadores perceberam que havia respostas que mereciam serem investigadas mais profundamente, decidindo assim realizar entrevistas.

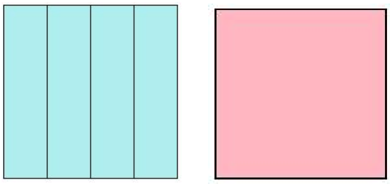
Após analisar os protocolos e as entrevistas, Campos et al. (1995) concluíram que a maior dificuldade encontrada foi que as crianças, apesar da idade (10 e 11 anos), não possuíam a noção de conservação de área. Essa dificuldade foi constatada, por exemplo, nas figuras abaixo, cuja frações atribuídas, respectivamente, foram $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$:



Com isto fica claro que as mesmas não podem compreender o conceito de fração, pois exige-se delas um desenvolvimento ainda não alcançado.

A autora ressalta que esta dificuldade se dá, uma vez que na escola não é exigido esse conhecimento das crianças. É sempre dada uma figura já dividida em partes iguais, fazendo com que as crianças não percebam essa noção fundamental da fração. A presença da dupla contagem é muito forte, desconsiderando assim, a conservação de área.

Outra dificuldade encontrada é a desconsideração das áreas equivalentes. Nas figuras representadas abaixo, foram associadas, respectivamente, as seguintes frações: $\frac{4}{4}$ e $\frac{1}{1}$.



Nas entrevistas, a pesquisadora perguntou se não poderia se atribuir uma mesma fração para representar as duas figuras. A criança respondeu que não, pois são figuras diferentes, “Uma tem traço e a outra não”.

Um elemento facilitador percebido pelos pesquisadores, foi a presença de frações com o numerador 1, como $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$. As questões que envolviam esse tipo de fração tiveram respostas imediatas. Essa provável facilidade não deve ser uma simples coincidência, visto que, historicamente os egípcios e até mesmo hoje em dia, os povos tidos como primitivos (índios, tribos africanas, etc) usam basicamente as frações unitárias.

Na conclusão de sua pesquisa, Campos et al. (1995) afirmam que o ensino de modo geral – não só do ponto de vista metodológico, como também curricular- é deficiente, apresentando falhas que apesar de evidentes, são difíceis de serem rompidas.

À busca de novos recursos, Lima (1996) elaborou um estudo a fim de investigar a eficácia dos mapas conceituais no ensino de fração. O objetivo dos mapas é de propiciar o estabelecimento de relações entre o conhecimento que o aprendiz dispõe e o novo conhecimento que se quer ensinar.

O estudo foi realizado junto a 19 alunas do quarto ano de magistério e sete professoras que lecionavam no 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental. O material utilizado para a coleta de dados foi um questionário, respondido individualmente e sem comunicação entre os sujeitos, em forma de teste matemático a respeito de frações e alguns mapas conceituais. Esses mapas foram constituídos primeiramente por um questionário que buscava obter informações pessoais dos sujeitos – tipo de formação, metodologia e materiais pedagógicos usados nas aulas, experiências obtidas em estágios e conhecimento de livros e materiais pedagógicos.

No segundo momento, foi aplicado um questionário contendo questões sobre frações, com o objetivo de investigar o conhecimento dos sujeitos a respeito desse conteúdo e os procedimentos utilizados na resolução.

Ao se analisar os resultados, Lima (1996) constatou que a maioria das professoras em exercício tinham feito cursos de reciclagem e que seis delas perceberam mudanças na compreensão do conteúdo de fração depois de participarem desses cursos. Com relação ao conhecimento de material didático, os resultados apontaram que era reduzido, sendo apresentadas poucas possibilidades de uso dos diferentes materiais para o ensino de Matemática. Já as professoras em formação conheciam muito mais materiais e sabiam nomeá-los de forma mais adequada.

As professoras em formação não apresentaram familiaridade com os livros de matemática das séries inicias. Nesse momento, Lima (1996) chama atenção para os cursos de formação que não propiciam o conhecimento de análise dos textos, os quais o professor poderá trabalhar um dia em sua sala de aula, dificultando assim, o estabelecimento de critérios de escolha para o material de ensino.

Para ensinar aos alunos o conceito de fração, cinco das sete professoras que estavam em exercício, ensinavam a partir do concreto, para depois levar o aluno a formalizar o conceito. Pode ser percebido nas respostas dadas, que as professoras não conseguiam relacionar o conceito de fração com ocorrências do dia-a-dia, uma vez que não foi fornecido nenhum exemplo de aplicação desse conceito em situações cotidianas. Muitas delas deixaram questões em branco e a hipótese levantada por Lima foi a de que o curso de Magistério propicia pouco ou nenhum conhecimento desse conteúdo.

Nos resultados das questões que envolviam frações, o desempenho das professoras em exercício foi inferior ao desempenho das alunas do magistério.

No mapa conceitual, quando comparados os resultados, foi possível notar que as estudantes do magistério haviam obtido resultados significativamente melhores que as professoras em exercício.

Lima (1996) finaliza sua análise, ressaltando que apesar das alunas do Magistério terem obtido resultados melhores nos questionários e mapas, tanto elas quanto as professoras em exercício não se apresentam aptas em elaborar/trabalhar com situações de ensino, nas quais seus alunos possam aprender significativamente o conceito de fração.

O trabalho de Silva (1997) também foi realizado com um grupo de alunos do último ano do curso de Magistério. Procurou-se investigar se eles percebiam as diferentes concepções de fração como parte-todo, medida e quociente, explorando também as quantidades discretas e contínuas.

O objetivo do estudo era possibilitar que os futuros professores das séries iniciais refletissem sobre a introdução do número fracionário no ensino por meio de diferentes concepções do conceito. Para tanto, foi elaborada uma seqüência didática de dezoito horas, baseada na metodologia da Engenharia Didática.

Silva (1997) percebeu que para alguns professores a seqüência trabalhada não foi suficiente, uma vez que nos resultados obtidos pelo pós-teste esses professores não apresentaram um domínio razoável do conteúdo trabalhado. A autora classificou tais dificuldades como sendo obstáculos didáticos e epistemológicos, confirmando os resultados de Kieren (1988) e Campos (1989). Dentre tais dificuldades encontradas foi constatada a forte tendência do uso de algoritmos e a concepção de associar uma fração a uma figura, esta deveria estar necessariamente, dividida em partes iguais, considerando a área e a forma dessas partes. Esta necessidade se estabelece pelo uso da dupla contagem das partes na identificação da fração. Por outro lado, esta concepção, conduz ao que chamamos de discretização do contínuo, pois a referência do inteiro inicial é substituída pelo número de partes conseguidas após a divisão.

Com relação aos obstáculos de origem epistemológica, a autora citada constatou que o conhecimento dos números naturais leva a crença de que a adição e subtração das frações segue uma lógica análoga a dos números naturais, basta somar ou subtrair os numeradores e denominadores das frações.

Um ponto positivo e que reforça a opção pelo trabalho com as várias concepções, apresentando novos pontos de vista sobre os números fracionários na formação do professor, reside no fato de que a maioria dos professores aceitou a proposta e não apresentou resistência nas discussões, o que levou a uma mudança de comportamento para quase todas as dificuldades detectadas. A autora também ressalta que a introdução do conceito de fração deveria ser iniciada pelas concepções: quociente, parte-todo e medida. Esta ordem apresentada deve-se ao fato da necessidade de se romper com as concepções errôneas de parte-todo encontradas nos futuros professores.

Para finalizar, Silva (1997) observa que alguns conhecimentos adquiridos anteriormente, apresentam raízes profundas e, em alguns casos, nem mesmo um conjunto de atividades criteriosamente elaborado é capaz de mudá-los. Sendo assim, é necessário um trabalho a longo prazo para que essas raízes sejam cortadas, possibilitando nascer outras mais fortes e com novas direções.

O trabalho apresentado por Bezerra (2001) teve o objetivo de investigar como ocorre a aquisição do conceito de número fracionário bem como de suas representações. Para tanto, foi elaborado uma seqüência de ensino abordando frações nos significados parte-todo e quociente, contemplando tanto quantidade contínua como quantidade discreta.

A pesquisa foi aplicada a crianças cursando a 3ª série do Ensino Fundamental, considerando que o contato desses sujeitos com o campo numérico dos números racionais fosse inédito. Dentro dessa perspectiva, Bezerra (2001, p. 02) destaca o seu problema de pesquisa: "*Como abordar os conteúdos relacionados ao número fracionário de forma que o aluno compreenda seu conceito e estabeleça a relação entre o número e sua representação?".*

Logo no início do trabalho, o autor fala do conjunto dos números naturais como sendo um obstáculo à aprendizagem do conjunto dos números racionais, no sentido atribuído ao termo por Brousseau (1986).

Nas diferentes formas de abordar a introdução do conceito dos números fracionários, o autor optou por uma forma não convencional, ou seja, partir do conceito de divisão já abordado nos números naturais e de frações impróprias. A construção da seqüência foi baseada na formulação de situações-problema que procuraram motivar os alunos a encontrar respostas que os levassem à aplicação dos conceitos adquiridos em outras situações semelhantes, sempre partindo de uma situação-problema em que os alunos, fazendo uso de determinados materiais significativos, caminhassem na direção da construção do conceito do número fracionário. Desse modo, Bezerra (2001, p.03) formaliza o conceito do número fracionário e sua representação na forma a/b (a€N, b€N, com b≠O), ocorrendo à institucionalização dos conteúdos trabalhados.

A seqüência de ensino proposta por Bezerra (ibid) se inicia com situações que exploram o modelo quociente e no desencadear dos encontros são também apresentadas situações com o modelo parte-todo. O autor destaca que o modelo parte-todo é importante, mas não deve ser o único e nem deve ser o ponto de partida para o aprendizado das crianças, pois ele parece oferecer uma barreira maior entre os números naturais e os fracionários.

Nesse mesmo sentido, Escolano e Gairín (2005) apresentam no artigo *“Modelos de Medida para o Ensino do Número Racional na Educação Primária”,* os resultados de uma pesquisa realizada com alunos de educação primária na Espanha entre os anos de 1999 e 2004, em que os autores analisam alguns dos obstáculos didáticos que, segundo eles, são decorrentes do uso do modelo parte-todo na introdução do conceito de número racional.

Primeiramente, os autores citados, fazem algumas considerações do significado parte-todo comparando-o com outros significados: quociente, medida e razão. Ressaltam que o uso quase exclusivo do significado parte-todo no ensino não tem uma ligação com a gênese dos números racionais, uma vez que na história, esse novo conjunto surge da necessidade de dividir, medir e comparar. Apesar desses autores não citarem Caraça (1998), apresentam idéias semelhantes, em que a construção desse novo campo numérico se dá pelos significados quociente, medida e razão. Afirmam também que as dificuldades, que costumam ser apresentadas pelos alunos em relação ao domínio dos números racionais, podem ser causadas tanto pelo conjunto de procedimentos, relações e operações próprias dos números racionais quanto pelas decisões tomadas em relação ao processo educativo desses números.

Escolano e Gairín (2005) descrevem que o significado parte-todo é apresentado, usualmente, numa situação estática, com a figura dividida em partes iguais, com algumas dessas partes pintadas. Essa situação exigirá do aluno realizar uma transferência entre representações gráficas e simbólicas e as etapas dessa transferência são a interpretação da figura, a realização da dupla contagem, e a representação do resultado dessas operações de forma simbólica. Essas tarefas conduzem ao estabelecimento de uma relação simbólica entre dois números naturais, e só depois, ao longo do processo educativo será instituída a definição de número racional.

A construção do conceito de fração tendo como ponto de partida o modelo parte-todo aqui descrito tem como características a constatação de que boa parte do conhecimento é adquirida de forma visual, e também o fato de que a atividade não está associada à tarefa de medir grandezas. Segundo Escolano e Gairín (2005), esses fatos produzem na aprendizagem alguns efeitos indesejados, como: (1) ênfase está na dupla contagem; (2) não se define uma unidade; (3) não se atribui relevância à necessidade de igualdade dos tamanhos das partes (conservação das áreas), pois o processo está centrado na cardinalidade do número de partes. Está dificuldade foi aprofundada por Campos et al. (1995), conforme descrito anteriormente.

Também criam-se alguns obstáculos como, por exemplo, na formação de concepções adequadas, uma vez que: (1) não existem frações impróprias; (2) o todo ou a unidade não é um número.

Outros obstáculos dizem respeito à separação conceitual entre número racional e número natural, pois: (1) a fração é formada por dois números naturais e descreve apenas uma situação estática em que estão envolvidos dois números naturais, portanto, nem a fração nem a expressão decimal são entendidos como um ente numérico diferente dos números naturais; (2) as relações e operações com os números racionais têm os mesmos significados que os nos números naturais. Os alunos tendem a estender aos números racionais as mesmas técnicas operatórias usadas nos números naturais, não percebendo as peculiaridades das operações com racionais, principalmente no que diz respeito à adição e à multiplicação.

A partir dos obstáculos e das dificuldades descritas acima, os autores elaboraram uma seqüência de ensino, no sentido de uma proposta alternativa de abordagem do ensino de frações, preocupados em reduzir os efeitos apontados como desvantagens do modelo parte-todo. Na elaboração da seqüência, levaram em conta a gênese histórica do número racional e priorizando modelos que forneçam suportes físicos estáveis para que os alunos construam o conhecimento. As atividades tiveram a participação de 160 alunos e 5 professores.

Como conclusão, os autores argumentam que o modelo apresentado, baseado nos significados medida, quociente e razão proporciona o desaparecimento dos obstáculos citados inicialmente, permite que as frações impróprias tenham o mesmo *status* como expressão da medida de uma grandeza, que as frações são entes numéricos associados à idéia de medida e que a unidade tem um papel essencial para interpretar as frações. Argumentam também que ficam bem caracterizadas as diferenças entre os números racionais e os naturais e as frações equivalentes, através de atividades manipulativas.

Campos e Magina (2004) realizaram um estudo diagnóstico junto a 70 professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de investigar os conceitos que esses professores tinham sobre fração. Para tanto, solicitaram a eles que apresentassem estratégias de ensino ao analisarem respostas errôneas de alunos em questões que envolviam o conceito de fração.

Com os resultados obtidos, as autoras puderam concluir que, provavelmente, a maior parte dos professores das séries iniciais, apresenta dificuldades conceituais entre representar numericamente situações de fração e de razão. Outro dado importante foi a pouca utilização dos invariantes da fração acionados nas estratégias, o que pode significar a pouca relevância que esses invariantes têm no seu ensino.

Além disso, constatou-se que a principal estratégia de ensino desses professores é o uso de desenho ou de material concreto com vistas a facilitar comparações perceptuais dos alunos em detrimento do trabalho com os invariantes lógicos da fração. Pareceu não haver uma clareza desses professores sobre os diferentes significados da fração, o que os levaram a propor situações de ensino limitadas, restringindo-se à percepção e ao significado parte-todo.

Apresentamos nesta seção alguns trabalhos que contribuíram para a elaboração deste estudo e, certamente, contribuirão para a sua análise. Essas pesquisas também nos auxiliaram no reconhecimento e entendimento de algumas das dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem do conceito de fração.

A seguir será apresentado o capítulo de metodologia, no qual será descritos os sujeitos envolvidos em nossa pesquisa, a análise preliminar das questões do nosso instrumento diagnóstico e os procedimentos utilizados para a coleta de dados.

CAPÍTULO V

METODOLOGIA

5.1 INTRODUÇÂO

Neste capítulo será descrita a metodologia utilizada neste estudo. Iniciaremos com uma discussão teórica-metodológica justificando o tipo de pesquisa. Em seguida apresentaremos o estudo que antecedeu á aplicação principal e procuraremos justificar os procedimentos e decisões tomadas.

No estudo principal, descreveremos o universo de pesquisa, os sujeitos envolvidos e as questões do instrumento diagnóstico acompanhadas da análise preliminar.

Para compreendermos melhor os resultados obtidos, realizamos uma entrevista clínica com 10% da amostra total de sujeitos. O tipo de entrevista foi semi-estruturada, a qual Delval (2002) explica como sendo perguntas básicas comuns para todos os sujeitos, que vão sendo ampliadas e complementadas de acordo com as respostas, mas retornam ao tema essencial estabelecido inicialmente.

Por fim, apresentaremos o procedimento adotado para a realização da coleta de dados.

5.2 DISCUSSÃO TEÓRICO-METODOLÓGICO

A proposta desta pesquisa em identificar e analisar crenças, concepções e competências dos professores em relação ao conceito de número racional na sua forma fracionária envolve uma coleta de dados qualitativo e quantitativo.

Segundo a interpretação de Rudio (1978), esse experimento trata de uma pesquisa descritiva, na qual "*o pesquisador procura conhecer e interpretar a realidade, sem nela interferir para modificá-la*" (p.55). Rudio afirma ainda, que tal tipo de pesquisa deve conter enfoques, os quais subsidiarão a interpretação dos dados. Nesse estudo consideramos tais enfoques como: as quantidades (contínuas e discretas), as representações (icônica ou não), os invariantes do conceito (ordem e equivalência) e os cinco significados da fração (parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número). Estes foram detalhadamente apresentados na seção 2.2.1.

Tal estudo, atendendo ao paradigma da pesquisa descritiva, busca conhecer a natureza e os processos que constituem o fenômeno pesquisado, que no caso é o conceito de fração. Assim, quando se criam questões abertas que possibilitem o sujeito escrever, tem-se a chance de buscar nessas respostas um pouco da natureza desse sujeito, uma vez que busca selecionar o seu conhecimento para explicitá-lo, possibilitando assim conhecer algumas de suas concepções.

Por fim, acreditamos que a utilização dessa metodologia irá possibilitar a análise do instrumento diagnóstico que apresentaremos ainda nesse capítulo.

5.3 ESTUDO PRELIMINAR

Este estudo teve como finalidade depurar a parte de competência do instrumento de pesquisa. Para isso foi necessário realizarmos duas coletas diferentes.

No primeiro momento, o instrumento foi aplicado individualmente em quatro professoras da rede municipal da cidade de Osasco, que lecionavam no 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental em diferentes escolas. Escolhemos essas professoras por serem pessoas com as quais a pesquisadora mantinha um contato próximo, permitindo assim, que ficassem à vontade e também por terem se disponibilizado em contribuir para a depuração do instrumento. Suas contribuições foram dadas da seguinte maneira: enquanto resolviam as questões, comentavam sobre elas. Esses comentários passavam por detalhes de compreensão do texto, nível de clareza dos enunciados, estratégias de resolução utilizadas e dificuldades encontradas.

Desta primeira aplicação, constatamos que a ordem das questões não estava boa. Essas foram distribuídas no questionário aleatoriamente, por sorteio. Notamos que essa escolha não foi adequada, uma vez que observando a resolução das professoras, percebemos que nas páginas em que não havia ícones, apareceram comentários como: “Ah, sem desenho!”. Ficou evidente que a coincidência de se apresentar sequencialmente vários problemas sem figura, tornava o instrumento mais cansativo. Sendo assim, no segundo momento da coleta de dados, já tivemos o cuidado de distribuirmos as questões alternando as variáveis, ou seja, presença e ausência de ícones, quantidades contínuas e discretas e os cinco significados da fração.

Com relação à compreensão do enunciado das questões, foi preciso ajustar três delas com vista a possibilitar um melhor entendimento da questão.

Quanto ao grau de dificuldade, este se apresentou adequado para o estudo. Os professores não apresentaram dificuldades nessa variável.

Feitos os ajustes, partimos para a próxima coleta de dados.

Nesse segundo momento, o instrumento foi aplicado coletivamente, com resolução individual, em um grupo de 15 alunas do último ano do curso de Pedagogia de uma faculdade particular na cidade de São Paulo. O motivo dessa escolha foi o de acessibilidade. Todavia, a escolha do 4º ano de Pedagogia foi proposital, pois a maioria dessas alunas já estava exercendo a profissão. Consideramos importante aplicar o instrumento nesse grupo por três razões:

1) Este grupo tinha o perfil próximo dos sujeitos que participariam do estudo principal;
2) Pretendíamos ter uma experiência anterior ao procedimento de aplicação, isto é, aplicaríamos o instrumento coletivamente, pedindo que a resolução fosse individual. Tal aplicação permitiria ainda, que pudéssemos avaliar o tempo médio necessário para a resolução do questionário;
3) Após a primeira depuração, esperávamos que o instrumento já se encontrasse próximo de sua versão definitiva e, portanto a aplicação em um grupo maior permitiria o refinamento final do instrumento.

Estes itens foram atendidos no momento em que percebemos que o questionário foi resolvido no tempo médio de 40 minutos, o que consideramos razoável, pensando-se na aplicação principal, que seria no Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC). Os ajustes feitos, no primeiro momento, foram significativos para uma melhor compreensão das questões. Desta forma, consideramos o instrumento pronto para ser aplicado no estudo principal.

Cabe ressaltar que o instrumento foi elaborado buscando identificar e analisar crenças, concepções e competências de professores não especialistas em Matemática com relação à fração. Mas, como esse universo piloto era formado na grande maioria por estudantes que estavam lecionando há pouco tempo, achamos que não teria sentido se questionar suas crenças, e concepções uma vez que essas questões se referiam, na maioria, ao ensino. Nesse sentido, esse teste ficou centrado apenas na parte de competência, que constava de 18 situações-problema envolvendo os cinco significados da fração, as variáveis discreto e contínuo, icônico ou não icônico.

Nesse sentido, o objetivo do estudo preliminar foi ter um instrumento diagnóstico adequado para a realização do estudo definitivo, o qual será apresentado em detalhes nas próximas seções.

5.4 ESTUDO PRINCIPAL

Conforme consta no Capitulo I, o objetivo deste estudo é identificar e analisar crenças, concepções e competências dos professores que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental com relação ao conceito de fração e o entendimento do seu ensino.

Para alcançarmos tal objetivo, elaboramos um instrumento diagnóstico que foi dividido em quatro partes: (1) perfil, (2) crenças, (3) concepções e (4) competências. Esse instrumento foi aplicado em dois momentos, seguido da análise clínica do tipo semi-estruturada realizado com 10% da amostra dos professores.

Na seção seguinte, encontra-se descrito o universo de pesquisa, o instrumento com a análise prévia e por fim, como este foi aplicado.

5.4.1 Universo de pesquisa

Este estudo foi realizado junto aos professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental (1º e 2º ciclos). O universo foi composto por 51 professores polivalentes, de três diferentes escolas da rede municipal da cidade de Osasco, escolas estas, bem localizadas, de fácil acesso e que se encontram em bairros de poder aquisitivo médio. Essas instituições educacionais oferecem aos alunos uma boa infra-estrutura que pode ser traduzida pela existência de sala de vídeo, sala de computador, com uma máquina para cada criança, biblioteca, refeitório, aulas de inglês e de religião, entre outras. Essas escolas também costumam oferecer aos seus alunos, passeios culturais e de lazer. O critério utilizado para a escolha dessas escolas foi o fato de elas se situarem geometricamente próximas uma das outras e também pelo fato de serem de fácil acesso do ponto de vista de suas localizações (central).

Cabe salientarmos, que como professor polivalente, entende-se que é aquele que trabalha com todos os conteúdos curriculares em suas respectivas séries e que tem sua formação nos extintos cursos de Magistério do 2º grau ou superior em licenciatura plena.

As três escolas escolhidas funcionavam em dois períodos – manhã e tarde. A primeira escola, denominada Escola A, agrega cerca 60 professores, sendo que

40 são professores polivalentes. A segunda escola, denominada Escola B, é também composta por 60 professores, sendo desses 40 polivalentes. A terceira escola, a Escola C, agrega 50 professores, sendo que 30 são professores polivalentes.

Cada escola oferecia três espaços semanais reservados para o HTPC. Para efeito da pesquisa, utilizamos um horário semanal e houve dois encontros em cada escola, sendo um por semana. No primeiro encontro, coletamos os dados pessoais e algumas crenças e concepções desses professores. No segundo encontro, estes professores resolveram problemas que envolviam frações com seus diferentes significados. Era fundamental para o rigor científico, que os professores participassem dos dois encontros. Por vários motivos houve professores que não participaram de nenhum dos encontros ou, ainda, que participaram de apenas um encontro. Com isso a amostra foi reduzida de 110 possíveis professores para 51 sujeitos efetivamente participantes da pesquisa, sendo 11 da Escola A, 23 da Escola B e 17 da Escola C.

A seguir, apresentaremos o instrumento diagnóstico com a análise prévia de cada questão.

5.4.2 Análise do Instrumento de pesquisa

Para alcançarmos o objetivo proposto nesta pesquisa, elaboramos um instrumento que foi dividido em dois cadernos, sendo que o Caderno 1 foi subdividido em três partes e o Caderno 2 em apenas uma parte.

O Caderno 1 envolveu:

- Parte A: Perfil dos professores

- Parte B: Crenças dos professores com relação ao conceito de fração e seu ensino
- Parte C: Concepção dos professores com relação ao conceito de fração

O Caderno 2 tratou da competência dos professores na resolução de problemas envolvendo os cinco significados de fração. Foram elaboradas quatro questões para cada significado – exemplo: significado parte-todo, uma questão envolvendo quantidade contínua icônica, outra contínua não icônica, discreto icônico e discreto não icônico - com exceção ao significado número que não necessariamente se refere a uma quantidade.

Assim sendo, o instrumento como um todo, foi composto por 29 questões subdivididas em 26 itens. Decidimos excluir o item “b” da questão 3, pois este envolvia outros conceitos, que consideramos fator de complexidade na questão, deixando de ser a fração o foco principal. Sendo assim o instrumento ficou com 29 questões e 25 itens. Essas questões foram divididas em dois cadernos da seguinte forma:

- Caderno 1 – Total de 11 questões subdivididas em 3 itens, sendo seis formadas pela Parte A, quatro pela Parte B e uma pela Parte C.

Perfil	**Crença**	**Concepção**
Questões 1, 2, 3, 4, 5, 6	Questões 7, 8, 9 e 10	Questão 11

- Caderno 2 – Total de 18 questões subdivididas em 22 itens, todas voltadas para resolução de problemas.

O quadro 5.1 a seguir refere-se à distribuição das questões que diz respeito aos cinco diferentes significados: parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número. Além disso, segundo as variáveis quantidades contínuas e discretas, como também a representação icônica e não icônica.

Variáveis / Significado	Contínuo icônico	Contínuo não icônico	Discreto icônico	Discreto não icônico
Parte-todo	Questão 1	Questão 6	Questão 11	Questão 16
Quociente	Questão 17	Questão 2	Questão 15	Questão 12
Medida	Questão 13	Questão 18	Questão 3	Questão 8
Operador multiplicativo	Questão 9	Questão 14	Questão 7	Questão 4
Número	Questão 5	Questão 10		

QUADRO 5.1: Distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua

Já o quadro 5.2 apresenta a distribuição das questões que envolveram, explicitamente, os invariantes da fração:

Ordem	Equivalência
Questões 4a e 5	Questões 1.2, 2, 7 e 13

QUADRO 5.2: Distribuição das questões quanto aos invariantes ordem e equivalência.

A seguir será feita uma análise prévia das questões, destacando-se e justificando-se o objetivo de cada questão. As questões serão apresentadas na mesma ordem em que foram colocada para os professores em questão.

O instrumento na integra, tal qual foi apresentada para os professores encontra-se em anexo.

5.4.2.1 Caderno 1: perfil, crença e concepção

Nessa seção, será apresentada a análise preliminar das partes que envolveram o Caderno 1, quais sejam, (a) o perfil, (b) as crenças e (c) as concepções dos professores como explicado anteriormente.

A primeira parte, denominada Parte A, traz questões direcionadas para traçar o perfil dos professores que fizeram parte deste estudo. A Parte B foi elaborada a fim de diagnosticar as crenças que os professores polivalentes apresentam com relação à fração. A última parte desse Caderno, denominada como Parte C, diz respeito à competência dos professores na resolução de questões. Nesta parte foram explorados os cinco significados da fração, as variáveis de quantidades e representação e também os invariantes do conceito.

Abaixo, segue a análise preliminar das questões que antecederam a aplicação do instrumento, buscando-se justificar o porquê consideramos importante a inserção de cada uma delas. Primeiro será apresentado a análise preliminar do Caderno 1, Parte A, em seguida a análise da Parte B e por fim a análise da Parte C.

PARTE A : perfil dos professores

O objetivo dessa primeira parte foi elaborar questões a fim de traçarmos o perfil dos professores no que diz respeito à sua formação e vida profissional. Para tanto foram elaboradas seis questões em que se perguntou sobre o ano e tipo de formação, rede(s) de ensino(s) em que atua(m), tempo e série(s) que leciona(m) e as séries que já lecionaram.

As questões são apresentadas no quadro 5.3:

1) VOCÊ CURSOU: ( ) MAGISTÉRIO ( ) PEDAGOGIA
( ) OUTRO CURSO UNIVERSITÁRIO QUAL? ___________

2) EM QUAL(IS) REDE DE ENSINO VOCÊ LECIONA?

( ) PARTICULAR ( ) MUNICIPAL ( ) ESTADUAL

3) QUE ANO VOCÊ SE FORMOU? ______________________________

4) HÁ QUANTO TEMPO VOCÊ LECIONA?_________________________

5) EM QUE SÉRIE(S) VOCÊ ESTÁ TRABALHANDO? ___________________

6) QUAL(IS) SÉRIE(S) QUE VOCÊ JÁ TRABALHOU? _______________________

QUADRO 5.3: Perguntas relativas ao perfil dos professores (Caderno 1, Parte A do questionário)

Até meados de 1996, para ser professor das séries iniciais (1º e 2º ciclos), era obrigatório ter o curso de Magistério. Neste mesmo ano, encontramos nos Artigos 62 e 63 da LDBEN, a exigência de formação superior com curso de licenciatura plena, para esses mesmos professores. O prazo para se cumprir essa exigência foi de dez anos, se esgotando nos dias de hoje. Tendo esse fato como referência, o interesse na primeira questão, é saber se essa exigência foi atendida no sentido dos professores melhorarem sua formação, buscando novos conhecimentos que lhes possibilitassem uma visão mais ampla e profunda dos saberes de sua profissão.

A segunda questão foi elaborada para atender o interesse em saber se o raio de atuação desses professores restringe-se à rede pública, uma vez que a coleta de dados foi realizada em escolas da rede municipal, ou se estende para a rede particular.

Com a terceira questão investigamos o tempo que o professor está formado. Na quarta, se esse tempo está relacionado ao tempo em que ele leciona. A nosso ver, as questões 3 e 4, quando analisadas conjuntamente, oferecem uma visão mais ampla sobre a vida profissional desse professor. Assim será possível sabermos se esse profissional estudou e se formou com o objetivo de lecionar, ou se a sua formação foi independente ao seu interesse em atuar em sala de aula. O professor pode ter se formado há bastante tempo e só agora estar lecionando.

O objetivo desta pesquisa com essas duas questões é identificarmos se existe uma relação com a sua formação e o tempo que leciona.

Considerando a posição de Nóvoa (1992), que discute que o tempo de experiência deve levar a uma maior competência ao professor, é possível questionar se os professores que estão há mais tempo em sala de aula têm um desempenho melhor na resolução das questões comparados com os professores formados mais recentemente.

A quinta e sexta questões estão focadas para sabermos se esses professores já trabalharam ou trabalham com o ensino de fração, uma vez que o conceito é introduzido formalmente a partir da 3ª série do Ensino Fundamental. Tal informação permitirá, nas análises das concepções e competências, investigar se os professores que estão trabalhando neste ano, com o conceito de fração, têm um domínio maior desse conteúdo.

Mesmo os professores que não estão lecionando nas 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental, há uma grande chance da maioria deles já ter lecionado em todas as séries que compõem os 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental. Esse será um outro ponto a ser investigado.

Concluído a análise preliminar da Parte A, segue-se com o mesmo propósito para a Parte B.

PARTE B: crenças dos professores com relação ao conceito de fração

Essa parte consistiu-se de quatro questões com o objetivo de explorarmos as crenças dos professores em relação ao conceito de fração.

O quadro 5.4 apresenta as questões que foram pedidas para que os professores respondessem:

7) A PARTIR DE QUAL SÉRIE VOCÊ ACHA IDEAL INTRODUZIR O CONCEITO DE FRAÇÃO? ______
POR QUÊ? ____

8) COM BASE EM SUA EXPERIÊNCIA NA SALA DE AULA, OS ALUNOS APRESENTAM DIFICULDADES AO TRABALHAR COM FRAÇÃO? **( )** SIM **( )** NÃO
EM CASO AFIRMATIVO, CITE ALGUMAS DIFICULDADES E DÊ SUGESTÕES DE COMO PODEMOS SOLUCIONÁ-LAS. ____

9) PARA ESSA QUESTÃO ENUMERE DE **0 A 5** OS ITENS ABAIXO, USANDO O SEGUINTE CRITÉRIO:

0 – NUNCA ENSINEI	3 – NEM DIFÍCIL, NEM FÁCIL
1 – MUITO DIFÍCIL DE ENSINAR	4 – FÁCIL DE ENSINAR
2 – DIFÍCIL DE ENSINAR	5 – MUITO FÁCIL DE ENSINAR

( ) ADIÇÃO	( ) SUBTRAÇÃO SEM RESERVA	( ) MULTIPLICAÇÃO
( ) DIVISÃO SEM RESTO	( ) SUBTRAÇÃO COM RESERVA	( ) FRAÇÃO
( ) DIVISÃO COM RESTO	( ) EXPRESSÃO	( ) NÚMEROS DECIMAIS

APENAS SE VOCÊ ASSINALOU OS CRITÉRIOS **0, 1 OU 2** EM ALGUM DOS ITENS ACIMA:
QUAIS SÃO AS SUAS JUSTIFICATIVAS? ______________________________________

10) VOCÊ RELACIONA O CONCEITO DE FRAÇÃO COM ALGUMA OPERAÇÃO? **( )**SI M **( )** NÃO
SE **SIM**, QUAL (OU QUAIS)? ____
SE **NÃO**, POR QUÊ? ____

QUADRO 5.4: Perguntas relativas as crenças dos professores (Caderno 1, Parte B do questionário).

Como foi visto no Capitulo I, os alunos apresentam muita dificuldade em lidar com o conceito de fração. Para tanto, o interesse com a questão 7 é investigarmos se os professores acreditam que inserindo esse conceito mais cedo, no 1º ciclo, o desempenho dos alunos, com relação a esse conceito, melhoraria, uma vez que eles teriam, desde o início da sua formação, contato com esse conteúdo.

Na questão 8, o objetivo é sabermos se os professores reconhecem as dificuldades apresentadas pelos seus alunos e, em caso afirmativo, que sugestão eles oferecem para solucioná-las. Podemos relacionar esta questão com a de número 4, já apresentada anteriormente. Desta forma, obteremos informação para respondermos a seguinte pergunta: Será que os professores que lecionam há mais tempo descrevem mais facilmente as dificuldades apresentadas pelos alunos e as possíveis soluções?

Já na nona questão, o objetivo foi investigarmos se os professores descrevem suas possíveis dificuldades ao trabalharem com conceitos pertencentes ao bloco de conteúdo "Números e operações", em especial com as frações. Acreditamos que por serem professores não especialistas em Matemática, muitos não devem sentir-se preparados para trabalharem esse conceito, uma vez que este, não mais se encontra no conjunto dos números naturais.

Com relação a última questão, a fração geralmente não é associada a um número. Costuma ser vista como dois números sobrepostos, conforme descrito na seção "*Fração na pesquisa"*. Sendo assim, queremos investigar se os professores associam a fração como uma divisão de números naturais.

Dentre as possíveis respostas dos professores, esperamos encontrar algumas em que eles relacionem a fração com a subtração. Essa resposta surgiu quando se aplicou o teste piloto para quatro professoras que lecionavam nas séries iniciais. Para essa resposta, uma das professoras associou a fração como é geralmente trabalhada em sala de aula, isto é, um todo dividido em partes iguais e algumas dessas partes pintadas. Prosseguiu sua explicação afirmando que essa situação se remete á idéia de diminuição do objeto.

Sendo assim, temos o interesse em saber se se encontrará mais respostas relacionadas a essa e quais são as outras possíveis.

Tendo sido discutida a Parte B que diz respeito às crenças dos professores, será apresentada a última parte do Caderno 1, que trata da concepção desses professores.

PARTE C: Concepção dos professores com relação ao conceito de fração

Esta parte visa diagnosticar concepções dos professores e foi inspirada na pesquisa de Santos (2005), como foi relatado no Capitulo I. A questão proposta foi a seguinte:

11) ELABORE ABAIXO **3 SITUAÇÕES** QUE VOCÊ CONSIDERA BOAS PARA TRABALHAR O CONCEITO DE FRAÇÃO.

SITUAÇÂO A
SITUAÇÂO B
SITUAÇÂO C

QUADRO 5.5: Perguntas relativas as concepções dos professores (Caderno 1, Parte C do questionário).

Pedimos aos professores que elaborassem três situações que envolvessem o conceito de fração, para se investigar sua concepção em relação a esse conceito e sob a luz dos cinco significados propostos por Nunes. Até esse momento, não se apresentou nenhuma questão que envolvesse o conceito de fração, pois o objetivo é vermos que questões nasceriam espontaneamente, isto é, que tipo de questão o professor está habituado a elaborar, de tal forma que ele considere importante para trabalhar com o conceito de fração. Investigaremos se existe a preocupação em trabalhar com diferentes contextos e diferentes significados desse conceito.

A seção 5.4.2.2 que segue abaixo, se refere ao Caderno 2. Nessa seção será apresentada a análise preliminar das questões que investigaram a competência dos professores.

5.4.2.2 Caderno 2: competência

A última parte do instrumento consistiu em elaborar questões nas quais procuramos explorar os cinco significados de frações propostos por Nunes. Além dos diferentes significados e os invariantes do conceito, também levamos em consideração duas variáveis:

a) a característica da quantidade (contínua ou discreta);

b) a forma de apresentação dos problemas (com representação icônica e sem a representação icônica).

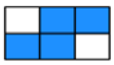
Nessa última parte do instrumento, foram propostas 18 questões subdivididas em 25 itens. As respostas destes itens serão analisadas sob três enfoques: (1) quanto aos significados da fração –parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número; (2) quanto a variável quantidade - contínua e discreta – e a representação icônica e não icônica; (3) quanto aos invariantes do conceito – de ordem e de equivalência.

Na análise dos dados, quanto aos 2 primeiros enfoques, não serão considerados os itens 1.2 e 4a pois esses tratam, exclusivamente e respectivamente, dos invariantes equivalência e ordem. Já os itens 14a; 15a; 17a e b, não serão analisados e nem considerados e nenhum enfoque, pois são apenas para se certificar se o professor entendeu ou não a questão.

Em seguida, serão apresentadas as questões do Caderno 2, na mesma ordem em que foi colocada para os sujeitos, acrescida de análise preliminar. Nesta análise procuramos justificar o significado da fração envolvida em cada questão (parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número), a quantidade (discreta ou contínua) e também a presença ou não de ícone.

A seguir, segue a análise preliminar de cada questão:

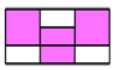
1) OBSERVE AS FIGURAS ABAIXO.
1.1 RESPONDA QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA AS PARTES PINTADAS DE CADA DA FIGURA.

A) 
( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.
( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDENTE É _____

B) 
( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.
( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDENTE É _____

C) 
( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.
( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDENTE É _____

D) 
( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.
( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDENTE É _____

E) 
( ) **NÃO É POSSÍVEL** SABER QUAL É A FRAÇÃO.
( ) É **POSSÍVEL** SABER, E A FRAÇÃO CORRESPONDENTE É _____

1.2 COM RELAÇÃO ÀS FIGURAS ACIMA, INDIQUE QUAIS REPRESENTAM DOIS TERÇOS.

Essa questão aborda o significado parte-todo de quantidade contínua representada por ícone.

1.1 Os itens “a”, “b” e “d” são encontrados com grande freqüência nos livros didáticos e apresentam respostas possíveis. A estratégia de dupla contagem dá conta de resolver esses 3 itens.

Dentre algumas respostas esperamos encontrar para os itens “a”, “b” e “d” sucessivamente:

- $\frac{4}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ → cada figura foi dividida em partes iguais (quantidade total de partes representadas no denominador), sendo que algumas foram pintadas (quantidade de partes pintadas no numerador), demonstrando assim que o professor pode ter se utilizado da dupla contagem, o que caracteriza o significado Parte-todo. Conseqüentemente ele pode simplificar a fração do item a) resultando na fração $\frac{2}{3}$;

- $\frac{6}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{1}$ → para essas representações, o professor demonstra que pensou da maneira correta, mas inverte o numerador pelo denominador;
- $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{1}{2}$ → para essas respostas, o professor está usando a relação parte-parte, isto é, total de partes pintadas para o total de partes não pintadas.

Como, geralmente, esse significado é utilizado para introduzir o conceito de fração e como é facilmente encontrado em livros didáticos, há fortes razões para acreditarmos que os professores não apresentarão dificuldade na resolução desses itens.

No item "c" a figura está dividida de forma incorreta, isto é, para representar as partes pintadas de uma figura em forma de fração, o todo deve ser dividido em partes iguais, o que não acontece nesta figura. Este é um caso que, geralmente, é pouco trabalhado com os alunos. Para que o professor acerte esse item, ele terá que perceber que se trata de grandezas distintas não podendo ser representada com uma fração. A figura que compõe esse item, não pode ser representada por uma fração.

Para esse item "c" acreditamos, entre outras, as seguintes respostas:

- não é possível saber qual é a fração → nesse caso o professor percebe a diferença entre a divisão de áreas, ou seja, entre as grandezas, e conclui que não é possível escrever uma fração que represente aquela figura;

- $\frac{2}{3}$ → a diferença de áreas é ignorada e utiliza-se a dupla contagem para representar a fração;
- $\frac{3}{2}$ → nesse caso, comete o mesmo erro descrito para a resposta anterior e ainda troca o numerador pelo denominador.

Percebemos que é um item difícil já que é pouco apresentado e muito menos discutido, em livros didáticos.

Para o item "e" também é necessário uma atenção maior para as áreas representadas. Nessa figura algumas partes pintadas correspondem a duas partes, portanto a dupla contagem não dá conta de responder corretamente. Para que o professor possa responder de maneira correta esse item, ele terá que comparar duas grandezas de mesma espécie, ou seja, identificar que a maior área pintada corresponde ao dobro das outras áreas. É possível que essa comparação seja o fator de complexidade.

Algumas respostas esperadas são:

- $\frac{6}{9}$ → para essa resposta podemos deduzir que houve a preocupação na conservação da área, ou seja, uma das partes pintadas equivale a duas partes da figura. O professor pode ainda ter simplificado a fração resultando na fração $\frac{2}{3}$;
- $\frac{4}{7}$ → para essa resposta podemos entender não houve a conservação da área, ou seja, o professor simplesmente utilizou a dupla contagem como se todas as áreas pintadas tivessem a mesma dimensão;

- $\frac{3}{3}$ → nesse caso também não houve preocupação com a conservação de área.

As partes pintadas são vistas como três partes, mesmo a área sendo o dobro das partes da figura, e as não pintadas como sendo mais três partes;

- $\frac{6}{3}$ ou $\frac{4}{3}$ → para essa resposta, os professores podem ter pensado na relação

parte-parte, levando em conta que a maior parte pintada corresponde a duas partes da figura; ou ainda também pensando na relação parte-parte, mas não se preocupando com diferença de tamanho entre as áreas pintadas.

Acreditamos que seja uma questão com um grau de dificuldade, devido exatamente à necessidade da conservação da área.

O objetivo do item 1.2 é observar se os professores fazem relação de frações equivalentes, considerando que esse é um dos invariantes do conceito da fração.

2) EM UMA FESTA FORAM DISTRIBUÍDOS IGUALMENTE 3 BOLOS PARA 7 CRIANÇAS, ENQUANTO EM OUTRA FESTA FORAM DISTRIBUÍDOS IGUALMENTE 9 BOLOS, DO MESMO TAMANHO, PARA 21 CRIANÇAS.

TODAS CRIANÇAS RECEBERAM A MESMA QUANTIDADE DE BOLO?

☐ SIM ☐ NÃO

Descreva como você chegou nessa conclusão ____________________________

O enfoque dessa questão é o significado quociente com quantidade contínua sem a presença de ícone. Também está presente a fração equivalente, ou seja, triplicou o número de crianças e também o número de bolos, logo a quantidade de bolo que cada criança recebeu será a mesma.

No caso da resposta ser Sim, ou seja, as crianças receberam a mesma quantidade de bolo, imaginamos que os professores devem ter percebido a equivalência das frações. Quando se pede para explicar, quer se averiguar se eles explicam pela equivalência de frações ou se eles explicam por meio de figuras sem se referirem à equivalência.

Para a resposta “Não” acredita-se que dentre outras hipóteses, os professores não percebam a equivalência e acabam optando pelos 9 bolos divididos pelas 21 crianças, talvez pelos fato de os números serem maiores. A probabilidade de aparecer esta resposta deve ser menor que a resposta “Sim”.

3) A) JOGANDO APENAS UMA VEZ UM DADO DE 6 FACES, QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA A CHANCE DE TIRAR O NÚMERO 3 ?______

B) JOGANDO APENAS UMA VEZ DOIS DADOS JUNTOS, CADA UM COM 6 FACES, QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA A CHANCE DE TIRAR O NÚMERO 3 NOS DOIS DADOS? ______

Essa questão tem o intuito de enfocar o significado Medida de quantidade discreta e icônica. O significado medida desta questão envolve fração por se referir à quantidade extensiva, cuja quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. A probabilidade de um evento é medida pelo quociente do número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalha-se são fracionários.

Como dito na seção 5.4.2, decidimos excluir o item “b” desta questão uma vez que o mesmo envolve outros conceitos considerados como fator de complexidade.

Algumas respostas esperadas para o item “a” são:

- $\frac{1}{6}$ → para essa resposta, o professor demonstra ter usado o significado Medida para representar a chance de tirar o número 3 ao jogar uma vez o dado;

- $\frac{3}{6}$ → nesse caso, o professor deve ter se utilizado dos dados do enunciado, ou seja, a chance de se tirar o número 3, jogando apenas uma vez o dado, que por sua vez contem seis faces.

4) EM UMA GINCANA, OS TRÊS PRIMEIROS ALUNOS QUE TERMINARAM AS TAREFAS GANHARAM UM NÚMERO DE BOLAS, DO TOTAL DE 35, CONFORME A CLASSIFICAÇÃO. PAULO GANHOU $\frac{4}{14}$ DAS BOLAS, DANIEL $\frac{1}{7}$ E THIAGO $\frac{4}{7}$.
A) QUEM CHEGOU EM 1º, 2º E 3º LUGAR RESPECTIVAMENTE? ____________________
B) QUAL A QUANTIDADE DE BOLAS QUE PAULO, DANIEL E THIAGO GANHARAM RESPECTIVAMENTE? ______________________________

Essa questão focaliza o significado Operador multiplicativo com quantidade discreta não icônica. A questão é formada por dois itens. O item "a" pergunta qual é a classificação dos garotos que ganharam a gincana, e os professores para responderem este item podem simplificar a fração relacionada a Paulo, ficando com os denominadores iguais. Assim torna-se mais fácil a comparação entre os garotos. Para responder o item "b" o professor terá que associar a questão ao significado Operador multiplicativo, alcançando a resposta correta.

Consideramos essa questão difícil principalmente pelo item "b".

Algumas respostas para o item "a" são:

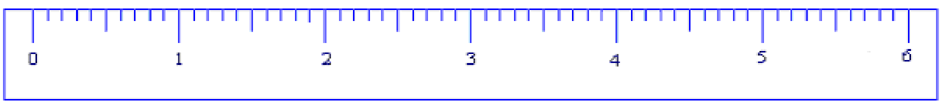
- Thiago, Paulo, Daniel → para essa resposta, o professor analisou as frações e pode até mesmo ter simplificado a fração $\frac{4}{14}$, para chegar no resultado de quem ganhou o número maior de bolas. Assim obtendo a resposta correta, ou seja, $\frac{4}{7}$ é maior que $\frac{2}{7}$ que por sua vez é maior que $\frac{1}{7}$;

- Thiago, Daniel, Paulo → nesse caso o professor considera que $\frac{4}{7}$ é maior que $\frac{1}{7}$ que por sua vez é maior que $\frac{4}{14}$. Inferimos que o professor não tenha percebido a equivalência das frações, e como o denominador da fração $\frac{4}{14}$ é maior do que o denominador das outras frações, ele acaba concluindo que essa fração representaria um número menor.

Para o item "b" dessa questão, esperamos, entre outras, a seguinte resposta:

- 20, 10, 5 → para essa resposta, o professor pode ter se utilizado do significado Operador multiplicativo, ou seja, multiplicar as frações pelo número total de bolas. Ele ainda pode ter pensado no significado Parte-todo, ou seja, dividiu o número total de bolas em grupos de 7, e foi juntando os grupos conforme a fração.

5) IDENTIFIQUE AS FRAÇÕES $\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, \frac{3}{12}, \frac{5}{2}$ NA RETA NUMÉRICA ABAIXO:



Esta questão focaliza o significado Número com quantidade contínua icônico. Decorre dessa interpretação, perceber que a notação $\frac{a}{b}$ representa em alguns casos, um número na reta numérica. Consideramos quantidade contínua por ser um número que pode ser representado na reta numérica. O ícone está representando uma reta numérica e as respostas, ou seja, as frações serão indicadas nesse ícone. Muitas pessoas não percebem que existem situações em que a fração representa um número e isso pode ser conseqüência, geralmente, de se iniciar o conceito de fração com o significado Parte-todo, sendo a fração a representação de uma parte da figura. Encontramos também a fração representada por um número misto que, dificilmente é trabalhado no ensino de frações. Este pode ser um fator de complicação.

Consideramos esta questão difícil, uma vez que as pessoas não fazem conexão que fração representa um número. Esperamos encontrar muitas respostas diferentes. Entre elas devem aparecer:

- $\frac{1}{2}$ indicado como 0,5; $1\frac{3}{4}$ indicado como 1,75; $\frac{3}{12}$ indicado como 0,25; $\frac{5}{2}$ indicado como 2,5 → essa resposta expressa de maneira correta a localização dos pontos na reta numérica;
- $\frac{1}{2}$ indicado como 1,2; $1\frac{3}{4}$ indicado como 4,4; $\frac{3}{12}$ indicado como 3,9; $\frac{5}{2}$ indicado como 5,2 → para essa resposta, o professor não consegue ver a fração como um número. Uma hipótese, é da fração estar sendo representada como dois números sobrepostos separados por uma vírgula;
- $\frac{1}{2}$ indicado como 3 → para essa resposta podemos inferir que o aluno considerou a reta numérica como um todo, um inteiro e, a metade desse segmento, o $\frac{1}{2}$ estaria localizado no ponto 3.

6) UM ELETRICISTA CORTOU UMA EXTENSÃO DE FIO EM 5 PEDAÇOS IGUAIS. USOU 2 PEDAÇOS NA OBRA A E 3 PEDAÇO NA OBRA B.

A) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE FIO USADO NA OBRA A EM RELAÇÃO AO TOTAL DE PEDAÇOS? ______________________________

B) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE FIO USADO NA OBRA B EM RELAÇÃO AO TOTAL DE PEDAÇOS? ______________________________

C) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE FIO USADO NAS DUAS OBRAS EM RELAÇÃO AO TOTAL DE PEDAÇOS? ___________________________

Esta questão enfoca o significado Parte-todo de quantidade contínua e não apresenta o ícone que retrate a situação. A questão apresenta 3 itens que faz relação dos pedaços de fio usado nas obras em relação ao total de pedaços. Mesmo sem a presença do ícone podemos considerar essa questão como sendo de fácil compreensão. Pode-se chegar à resposta correta utilizando-se o procedimento da dupla contagem, a quantidade total de pedaços de fio sendo o denominador e, o total de pedaços utilizado em cada obra representada pelo numerador. A quantidade contínua no significado Parte-todo é bem explorada nos livros didáticos, o que então nos leva a acreditar que esse pode ser o fator facilitador dessa questão.

Nessa questão esperamos, entre outras, as seguintes respostas para os itens “a”, “b” e “c” sucessivamente:

- $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}$ → pedaços de fio utilizados em cada obra para o total de pedaços de fios, demonstrando assim que o professor pode ter se utilizado da dupla contagem, o que caracteriza o significado Parte-todo;
- $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{5}$ → o professor pensou de maneira correta, mas trocou o numerador pelo denominador.
- ainda podemos pensar na resposta 1 para o item “c” → este representa a simplificação da fração $\frac{5}{5}$.

7) RODRIGO GOSTARIA DE ABRIR UMA MECÂNICA. PARA ISSO ELE PRECISA DE $\frac{3}{6}$ DAS FERRAMENTAS REPRESENTADAS AO LADO. QUANTAS FERRAMENTAS ELE PRECISA? ____________________

Esta questão aborda o significado Operador multiplicativo em quantidade discreta com a presença do ícone. Pensando nesse significado, o professor irá multiplicar a fração que se refere à quantidade de ferramentas que Rodrigo precisa pelo número total de ferramentas representadas, obtendo como resultado 4 ferramentas. Outra maneira seria o professor perceber que a fração $\frac{3}{6}$ pode ser simplificada obtendo $\frac{1}{2}$. Nesse caso ele pode contínuar pensando no significado Operador multiplicativo, assim como também pode se direcionar para o significado Parte-todo, ou seja, do total de 8 ferramentas Rodrigo irá precisar da metade chegando no total de 4 ferramentas.

Consideramos essa questão de média dificuldade, pois o professor percebendo a equivalência da fração $\frac{3}{6}$ obtém a fração $\frac{1}{2}$ que é muito utilizada em sala de aula, sendo esse um fator facilitador.

Entre outras respostas esperamos encontrar:

- 4 → para essa resposta o professor pode ter pensado no significado Operador multiplicativo, ou seja, multiplicou a fração referente à quantidade de ferramentas que Rodrigo precisa pelo total de ferramentas. No caso do professor perceber que é possível simplificar a fração $\frac{3}{6}$ obtendo $\frac{1}{2}$, ele pode estar pensando no significado Parte-todo, ou seja, do total de 8 ferramentas Rodrigo irá precisar da metade;

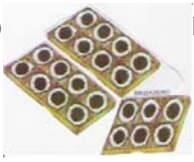
- 3 → para essa resposta o professor desconsiderou a quantidade total de ferramentas e pensou apenas na fração do enunciado, ou seja, 3 de 6 se remetendo ao significado parte-todo..

8) PARA PARTICIPAR DO SORTEIO DE UMA CASA REALIZADO POR UM CANAL DE TELEVISÃO, FORAM ENVIADAS 400 CARTAS, SENDO QUE 20 DELAS FORAM ENVIADAS POR TEREZA. QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA A CHANCE DE TEREZA SER SORTEADA, OU SEJA, GANHAR A CASA?

Esta questão aborda o significado Medida em quantidade discreta sem a presença de ícone. O significado medida se refere às quantidades extensivas, em que a probabilidade de um evento é medida pelo quociente do número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1. Nessa questão a possibilidade de Tereza ser sorteada é expressa por uma medida obtida pelo quociente entre, o número de cartas enviadas por ela e o número total de cartas, ou seja, pela fração $\frac{20}{400}$. Dentre as respostas, podemos encontrar:

- $\frac{20}{400}$ ou $\frac{1}{20}$ → para essa resposta pode-se concluir que o professor pensou na fração com o significado Medida, ou seja, ele pensou no quociente do número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Ele pode também ter simplificado a fração $\frac{20}{400}$ resultando em $\frac{1}{20}$;
- $\frac{20}{380}$ → para essa resposta pode-se inferir que o professor utilizou a relação parte-parte, isto é, 20 são as cartas enviadas por Tereza e 380 são cartas enviadas por outras pessoas;

- $\frac{400}{20}$ ou 20 → nesse caso o professor pensou de maneira correta mas troca o numerador pelo denominador.

9)  Em uma festa, Marina que adorava doces, comeu $\frac{9}{11}$ dos brigadeiros representados abaixo. Quantos brigadeiros Marina comeu?

Essa questão enfoca o significado Operador multiplicativo com quantidade contínua e apresenta o ícone. Queremos destacar a quantidade de brigadeiros que Marina comeu, ou seja, por meio de uma ação transformar a quantidade de doces. Se o professor se reportar ao significado Parte-todo, ou seja, encontrar dois grupos de 11 brigadeiros, pode correr o risco de pegar apenas 9 brigadeiros e não 18 como deveria, resultando assim no erro. Acreditamos ser uma questão difícil e esperamos, entre outras, as seguintes respostas:

- 18 → para essa resposta o professor demonstra ter usado o significado Operador multiplicativo, ou seja, $\frac{9}{11}$ do total de 22 brigadeiros. Pode também ter dividido os brigadeiros em 2 conjuntos de 11 e ter tirado 9 brigadeiros de cada conjunto, assim pensando no significado Parte-todo;
- 9 → para essa resposta o professor não associou a quantidade total de brigadeiros à fração dada no enunciado e acaba respondendo que a quantidade de brigadeiros que Marina comeu foram 9.

Apesar de o ícone ser um fator facilitador, consideramos essa questão difícil, principalmente pela fração dada no enunciado.

10) REPRESENTE NA FORMA DE NÚMERO DECIMAL AS SEGUINTES FRAÇÕES:

A) $\frac{1}{5}$ ____________ B) $\frac{8}{5}$ ____________ C) $\frac{6}{4}$ ____________

Esta questão enfoca o significado Número com quantidade contínua sem a presença de ícone. Consideramos quantidade contínua por ser um número que pode ser representado na reta numérica. Para responder essa questão o professor tem que associar a fração ao significado Número, ou seja, reconhecer que a fração $\frac{a}{b}$ sendo a e b números inteiros, é considerada como sendo a representação dos números racionais.

Os números racionais podem também ser representados na forma de um número decimal, ou seja, $\frac{4}{5}$ = 0,8.

As frações são pouco trabalhadas como representação de um número, e esse pode ser um dos fatos de se obter um número baixo de respostas corretas.

Algumas possibilidades de respostas esperadas para os itens “a”, “b” e “c” são respectivamente:

- 0,2; 1,6; 1,5 → para essas respostas, o professor considerou a fração como sendo uma divisão de dois números, resultando, nesses casos, em um número decimal. Pode-se inferir que o professor pensou no significado Número;
- 1,5; 8,5; 6,4 → para essas respostas o professor não vê a fração como um número, ou seja, ele se utiliza de forma errônea os números representados na fração: “denominador”, “numerador”.

11) PARA ENFEITAR UMA PEQUENA ÁRVORE DE NATAL, PATRÍCIA USOU 10 BOLINHAS.

QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADES DE BOLINHAS AMARELAS EM RELAÇÃO AO TOTAL? ________________

Está presente nesta questão o significado Parte-todo de quantidades discretas e com a presença de ícone. Apesar de este significado ser encontrado com maior freqüência nos livros didáticos, à quantidade discreta é pouco explorada. Não se acredita que esse seja um fator de complicação para obtermos o sucesso.

Algumas respostas, dentre outras, que podem aparecer são:

- $\frac{3}{10}$ → 3 bolinhas amarelas para o total de 10 bolinhas, demonstrando assim que o professor pode ter se utilizado da dupla contagem, o que caracteriza o significado Parte-todo;
- $\frac{10}{3}$ → ter pensado da maneira correta, mas acaba trocando o numerador pelo denominador;
- $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{10}$ → para essa resposta o aluno está pensando na relação parte-parte, ou seja, total de bolinhas amarelas para o total de bolinhas vermelhas, ou vice-versa.

12) Fernanda tem 27 vasos de violeta para distribuir igualmente entre 9 salas. Ana também irá decorar outras 6 salas e possui 24 vasos de violeta para serem distribuídos igualmente entre elas.

a) As salas de Fernanda e de Ana terão a mesma quantidade de vasos?

☐ Sim. Descreva como você chegou nessa conclusão. ________________________

☐ Não. Pois as salas de Fernanda terão __ vasos e as salas de Ana terão __ vasos.

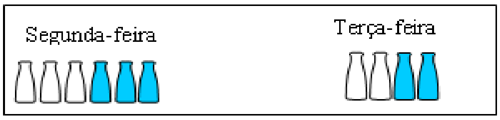
b) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Fernanda?_________________

c) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Ana?___

Está questão focaliza o significado Quociente com quantidade discreta não icônica. As respostas do item “a”, onde é feita a pergunta se as salas de Fernanda e Ana terão a mesma quantidade de vasos. Provavelmente teremos um número alto de respostas corretas, pois se trata de uma questão de divisão comum no dia-a dia das pessoas. Para os itens “b” e “c” em que ser pede para representar por uma fração a quantidade de vasos distribuídos em cada sala, tanto de Ana quanto de Fernanda, esperamos, entre outras, as seguintes respostas para os itens sucessivamente:

- $\frac{27}{9}$, $\frac{24}{6}$ → para essa resposta pode-se concluir que o professor pensou na fração com o significado Quociente. Ele associou a divisão feita no item “a” com a fração solicitada nos itens “b” e “c”;
- $\frac{9}{27}$, $\frac{6}{24}$ → neste caso o professor pensou de maneira correta, mas trocou o denominador pelo numerador;

13) A MISTURA DE TINTA VAI TER A MESMA COR NA SEGUNDA E NA TERÇA-FEIRA?



A) QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE TINTA AZUL EM RELAÇÃO À MISTURA DAS TINTAS AZUL E BRANCA?_______________________________

B) NA SEGUNDA-FEIRA?_________________________________

C) E NA TERÇA-FEIRA?_________________________________

Essa questão foi inspirada em uma pesquisa feita por Nunes et al. (2003). A mesma também fez parte dos trabalhos de Merline (2005) e Moutinho (2005). A situação aborda o significado Medida em quantidade contínua representado por ícone. É composta pela pergunta do enunciado e mais três itens, que se referem à quantidade de tinta azul em relação à mistura, ou seja, estamos considerando a mistura (quantidade de tinta azul e branca) como o todo. Isso faz com que a questão remeta a idéia de fração, uma vez que a mistura é constituída por 10 partes, sendo que 5 são tintas azuis. Tomemos o item “a” como exemplo. Neste caso, representamos a resposta como sendo $\frac{5}{10}$. O significado medida dessa questão envolve fração por se referir as quantidades intensivas.

Acreditamos que poucos professores irão relacionar o todo a mistura. As respostas devem se referir à parte-parte, ou seja, a mistura é feita pela razão 2 para 2 que se pode representar como $\frac{5}{5}$ (relação parte-parte).

14) FÁTIMA E PLÍNIO COMPRARAM UMA CAIXA DE CHOCOLATE QUE CONTINHA 40 BARRAS IGUAIS. PLÍNIO PEGOU PARA ELE $\frac{7}{10}$ DAS BARRAS. A) PLÍNIO FICOU COM MAIS DA METADE DO TOTAL DE BARRAS DE CHOCOLATE? ☐ SIM ☐ NÃO B) QUANTAS BARRAS PLÍNIO PEGOU PARA ELE?

Esta questão enfoca o significado Operador multiplicativo de quantidade contínua e não icônico. A questão apresenta dois itens. No item “a” perguntamos se Plínio ficou com mais da metade das barras de chocolate, e para responder esse item, o professor deverá olhar a fração que representa a quantidade de barras que ele pegou em relação ao total, para depois decidir se assinala o Sim ou o Não. Esse item não será quantificado em nossa análise.

Consideramos essa questão de média dificuldade e dentre algumas respostas possíveis para o item “b”, podemos obter:

- 28 → para essa resposta consideramos que o professor pensou na fração com o significado Operador multiplicativo, ou seja, $\frac{7}{10}$ de 40 barras de chocolate. Pode também ter dividido os chocolates em 4 conjuntos de 10 e ter tirado 7 barras de cada conjunto, utilizando-se assim o significado Parte-todo;

- 7 → para essa resposta, o professor desprezou a quantidade total de barras de chocolate e se deteve apenas a fração apresentada no enunciado que tinha como numerado o número 7.

15) TENHO 10 COELHOS PARA SEREM DISTRIBUÍDOS IGUALMENTE EM 2 VIVEIROS.

A) QUANTOS COELHOS TERÃO CADA VIVEIRO? _______________

B) QUE FRAÇÃO REPRESENTA ESSA DIVISÃO? _______________

Esta questão tem como intuito enfocar o significado Quociente de quantidade discreta com ícone. O item “a”, quando se pergunta quantos coelhos terão em cada viveiro, é para se certificar que o professor entendeu o problema como uma situação de divisão, sendo este desconsiderado na quantificação dos dados.

Como se pode notar nos alunos e professores, o conceito de divisão não está ligado diretamente ao conceito de fração. Muitas vezes, este está relacionado com o significado Parte-todo que é geralmente o mais trabalhado nas escolas, além de ser o significado mais utilizado para introduzir o conceito de fração. Acreditamos que poucas respostas irão ser dadas no significado quociente. A fração, tanto para os professores quanto para os alunos.

Algumas respostas esperadas para esse item “b” são:

- $\frac{10}{2}$ → 10 coelhos distribuídos igualmente entre dois viveiros. Essa resposta caracteriza o significado Quociente;

- $\frac{5}{10}$ → para essa resposta pode-se pensar que o professor utilizou a resposta do item “a’. Neste caso a resposta nos remete ao significado Parte-todo, ou seja, cada viveiro terá 5 coelhos do total de 10;
- $\frac{1}{2}$ → nesse caso, pode-se inferir que o professor poderia estar pensando no significado Operador multiplicativo, ou seja, não importa a quantidade de coelhos a serem distribuídos, pois cada viveiro irá receber $\frac{1}{2}$ do total de coelhos;
- $\frac{2}{10}$ → para essa resposta o professor pensou de maneira correta, mas inverte o denominador pelo numerador, acreditando que o denominador tem que ser sempre maior que o numerador.

16) ESCREVA A REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA QUE INDICA O NÚMERO TOTAL DE VOGAIS EM RELAÇÃO AO TOTAL DE LETRAS, DA SEGUINTE PALAVRA: “PROFESSOR” _______________

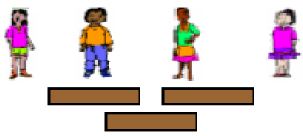
Esta questão tem como intuito enfocar o significado Parte-todo de quantidade discreta sem a presença do ícone. Utilizando-se do procedimento da dupla contagem é possível obter a resposta correta, ou seja, total de vogais para o total de letras.

Esperamos encontrar, entre outras, as seguintes respostas:

- $\frac{3}{9}$, $\frac{1}{3}$ → pode-se dizer que para essa resposta o professor deve ter se utilizado da dupla contagem, o que caracteriza o significado Parte-todo e conseqüentemente a simplificação da fração $\frac{3}{9}$;

- $\frac{9}{3}$ → ter pensado da maneira correta, mas acaba trocando o numerador pelo denominador;
- $\frac{3}{6}, \frac{6}{3}$ → para essa resposta o aluno está pensando na relação parte-parte, ou seja, total de vogais para o total de letras ou total de letras para o total de vogais.

5) Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?

☐ Sim ☐ Não

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?

☐ Sim ☐ Não

c) Que fração de chocolate cada criança receberá? _______________

Esta questão retirada de uma pesquisa realizada por Nunes et al. (2003), também se encontra na dissertação de Merlini (2005) e Moutinho (2005), e tem como intuito enfocar o significado quociente de quantidade contínua, utilizando-se o ícone para representar a situação.

A questão apresenta três itens. Nos itens “a” e “b” acreditamos que os professores não irão apresentar dificuldade para responder, uma vez que o ícone é um facilitador nesta questão. Vale ressaltar que não iremos considerar esses itens na quantificação dos dados para a análise. Já no item “c” onde pede-se a representação da divisão de chocolate por criança na forma de fração, acreditamos que a resposta não seja tão imediata como nos itens anteriores. A idéia de divisão geralmente não está ligada diretamente à idéia de fração. Para a divisão as pessoas procuram chegar a resultado de números inteiros, na maioria das vezes, e nunca representar como ma fração. Devem aparecer como alguma das respostas para o item “c”:

- $\frac{3}{4}$ → 3 chocolates para 4 crianças, o que caracteriza o significado Quociente;
- $\frac{3}{12}$ → para essa resposta acreditamos que os professores consideraram os três chocolates como o todo, e foram dividindo até chegarem em uma quantidade de partes iguais para serem distribuídas igualmente para as quatro crianças;
- $\frac{4}{3}$ → para essa resposta podemos deduzir que o aluno pensou de maneira correta, mas inverteu a numerador com o denominador.

> 10) PARA FAZER CERTA QUANTIDADE DE ARGAMASSA SÃO NECESSÁRIAS 2 MEDIDAS DE CIMENTO PARA 5 MEDIDAS DE AREIA. QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE CIMENTO EM RELAÇÃO A TODA A ARGAMASSA? ___________________

Esta questão enfoca o significado Medida em quantidade contínua não icônica. O significado medida dessa questão envolve fração por se referir as quantidades intensivas – areia e cimento, ou seja, para conseguir uma quantidade de argamassa é necessário misturar 2 partes de cimento e 5 partes de areia. Falando de outra maneira, temos a razão 2 para 5 que pode ser representada como sendo $\frac{2}{5}$ (relação parte-parte). Com essa medida podemos fazer qualquer quantidade de argamassa, resultando na mesma consistência, e além disso, essa quantidade poderá nos remeter a idéia de fração, se considerar que o todo (a mistura) é constituído de 7 partes, $\frac{2}{7}$ é a fração que corresponde a medida de cimento e $\frac{5}{7}$ é a fração que corresponde a medida de areia.

Para essa questão esperamos, entre outras, as seguintes respostas:

- $\frac{2}{7}$ → para essa resposta o professor pode ter pensado como sendo 2 de cimento para 7 partes da mistura (total), caracterizando assim o significado Medida;
- $\frac{2}{5}$ → nesse caso inferimos que o professor pensou na relação parte-parte, ou seja, duas partes de cimento para 5 partes de areia.
- $\frac{7}{2}$ → para essa resposta acreditamos que o professor pensou de maneira correta, mas acabou invertendo o numerador pelo denominador.

Feita a análise preliminar das questões que constituíram o instrumento diagnóstico, na próxima seção apresentaremos os procedimentos que subsidiaram a aplicação.

5.5 PROCEDIMENTOS DA APLICAÇÃO

Como já foi mencionado, o universo de pesquisa foi composto por 51 professores polivalentes de três escolas da rede municipal da cidade de Osasco.

Antes de se fazer a coleta de dados, a pesquisadora se deslocou até as escolas onde se apresentou para as diretoras e coordenadoras pedagógicas, expondo o seu objetivo geral. Também conheceu os professores que fariam parte de seu estudo e agendou os dias para realizar a sua pesquisa.

A coleta de dados foi feita em duas sessões com duração média de 50 minutos, no HTPC e com a participação da coordenadora pedagógica de cada escola, que auxiliara na distribuição e recolhimento dos cadernos. Na Escola A, participavam 11 professores polivalentes, na Escola B 23 professores e na Escola C 17 professores. Para efeito da pesquisa foi necessário seis encontros, dois em cada escola, para assim se concluir a coleta de dados.

No primeiro encontro foi entregue o Caderno 1, que consistiu em questões referentes ao perfil dos professores, suas crenças e concepções no que tange o número racional na sua representação fracionária. Os professores foram informados que a atividade deveria ser individual e sem apoio de qualquer tipo de instrumento, tais como: livros didáticos, apostilas, entre outros. O tempo médio gasto neste primeiro encontro variou de 30 a 40 minutos.

O segundo encontro consistiu na entrega do Caderno 2, que foi composto por 18 questões envolvendo a fração com os diferentes significados e as variáveis: características da quantidade e a forma de apresentação dos problemas. Lembramos aos professores de que as atividades deveriam ser feitas individualmente, sem apoio de material e também solicitamos que eles deixassem registrados os passos da resolução, para que com isso, conseguíssemos identificar quais os significados da fração que foram mobilizados para a resolução de cada item do questionário. O tempo gasto para a resolução deste Caderno, foi aproximadamente 50 minutos.

Feita a tabulação dos dados, e uma primeira e breve análise, retornamos as escolas para entrevistar 10% da amostra dos professores. Durante as entrevistas procuramos entender algumas respostas descritas no instrumento e investigar se esses professores perceberam alguma diferença entre as questões que envolvia os diferentes significamos da fração. Levamos uma folha contendo 5 questões que contemplavam os cinco diferentes significados da fração (questões estas já apresentadas na Parte de competência do instrumento, anexo II) e indagamos sobre as possíveis dificuldades que as mesmas poderiam provocar, tanto do ponto de vista do aluno quanto do professor e se alguma dessas questões eram mais freqüentes nos livros didáticos.

Descrito aqui a metodologia adotada em nossa pesquisa, no próximo capítulo apresentaremos os resultado dos dados obtidos, bem como a sua análise.

CAPÍTULO VI
ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

No presente capítulo faremos a análise dos resultados obtidos na aplicação do instrumento diagnóstico de acordo com a própria constituição deste, ou seja, em quatro partes: (6.2) Perfil dos professores, (6.3) Crenças dos professores, (6.4) Concepção dos professores e (6.5) Competência dos professores.

Nas duas primeiras partes agruparemos os tipos de respostas dadas pelos professores e analisaremos os resultados com ricas contribuições adquiridas durante as entrevistas.

Nas partes (6.4) e (6.5) a análise irá abordar três enfoques: os cinco significados da fração, as variáveis quantidade contínua e discreta e o tipo de representação (icônica ou não) e os invariantes do conceito. Frente a essas análises e com os resultados quantitativos fornecidos pela parte de competência, criaremos categorias de análise baseadas nas estratégias errôneas utilizadas pelos professores nas resoluções das questões.

Conforme descrito no capítulo de metodologia, a amostra dos sujeitos foi formada por 51 professores polivalentes da rede municipal da cidade de Osasco. Para a análise dessa pesquisa, dividiremos essa amostra em dois grupos:

- Grupo denominado $\mathbf{G_1}$ – formado por professores que lecionavam nas 1^{as} e 2^{as} séries do Ensino Fundamental, os quais não estavam trabalhando, no momento da coleta de dados, com o ensino de fração.

- Grupo denominado **G_2** – formado por professores que lecionavam nas 3as e 4as séries do Ensino Fundamental, os quais, no momento da coleta de dados, estavam trabalhando com o ensino de fração.

Decidimos formar esses grupos porque pretendemos investigar se existe diferença entre as crenças, concepções e competências dos professores que estavam, no momento da pesquisa, trabalhando com o ensino de fração e os que não estavam.

Feito aqui um breve resumo deste capítulo, apresentaremos na próxima seção os resultados obtidos no instrumento diagnóstico, juntamente com sua análise, respeitando aos três enfoques de análise descritos anteriormente.

6.2 ANÁLISE DO PERFIL DOS PROFESSORES

Consideramos importante traçar o perfil dos professores envolvidos nesta pesquisa porque acreditamos que alguns fatores, tais como a formação, tempo de experiência, série em que leciona ou lecionou, podem influenciar nas crenças, concepções e competências que esses professores têm sobre o número racional na sua representação fracionária. A primeira informação que obtivemos do perfil desses professores é que todos lecionam em escolas públicas municipais.

Com relação as suas formações, a tabela 6.1 nos mostra que 41 dos 51 professores, além de terem habilitação no Magistério (curso de nível Médio que até meados de 1996 era obrigatório para lecionar nas séries iniciais) também possuem curso Superior, dos quais se destaca o curso de Pedagogia.

Curso	Apenas Magistério	Magistério e Pedagogia	Magistério e outros cursos superiores	Pedagogia e outros cursos superiores	Apenas Pedagogia
Quantidade de Professores	2 de 51 **3,9%**	37 de 51 **72,6%**	4 de 51 **7,8%**	1 de 51 **2,0%**	7 de 51 **13,7%**

TABELA 6.1: Distribuição dos professores de acordo com a sua formação

Podemos interpretar tal resultado como uma atitude positiva da parte desses professores, os quais, de um modo geral, seja por exigência profissional ou pessoal, buscaram aprimorar os seus conhecimentos, freqüentando cursos de nível superior (96,1% têm formação de nível superior). É interessante ressaltar que entre os cursos superiores não encontramos habilitação na área de exatas. Além dos 45 professores formados em Pedagogia (37+1+7), os cursos que se destacaram foram: Letras e Psicologia, sendo dois professores formados em cada um desses cursos.

Os dados advindos do perfil nos informaram ainda que 42 dos 51 professores têm mais de cinco anos de magistério e 37 deles já lecionaram tanto no 1º como no 2º ciclo do Ensino Fundamental, conforme apresenta o gráfico 6.1 abaixo:

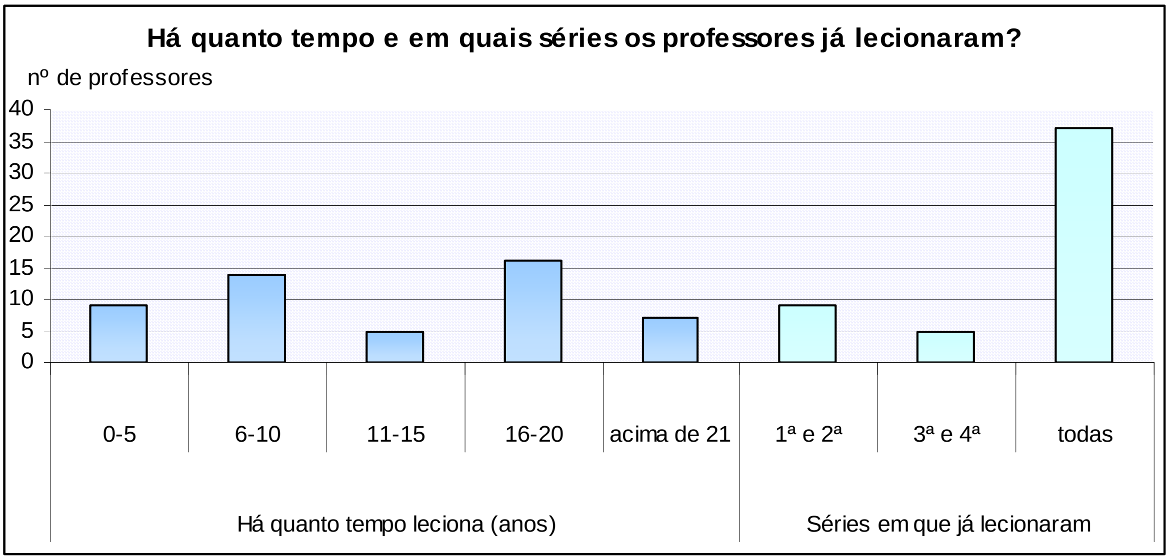


GRAFICO 6.1 – Tempo de magistério (em anos) e séries em que já lecionaram

A partir desse perfil, consideramos que esta amostra é formada por profissionais experientes no que tange à prática docente.

No momento da coleta de dados, 43 professores estavam trabalhando em apenas uma série e os oito restantes trabalhavam simultaneamente em duas séries. Desses oito professores, cinco trabalhavam em outro período em escolas particulares e os três restantes em escolas municipais. O gráfico a seguir apresenta a distribuição dos professores de acordo com as séries em que lecionavam no momento da pesquisa:

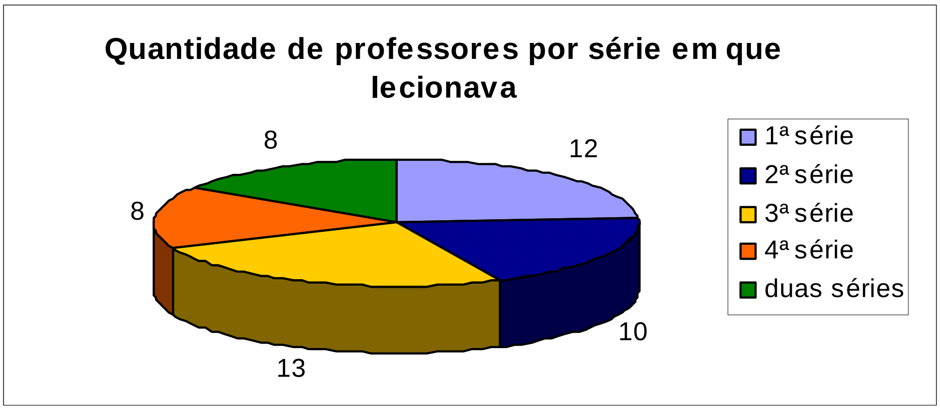


GRAFICO 6.2 - Relação entre o número de professor por série que leciona

Dos oito professores que trabalhavam em mais de uma série, quatro lecionavam em 3ª e 4ª séries. Portanto, considerando a divisão dos grupos (G_1 formado por professores que atuam nas 1ª e 2ª séries e G_2 por professores de 3ª e 4ª séries) – estes envolvem, respectivamente, 26 e 25 professores.

Dos 25 professores do G_2, quinze tinham mais de 11 anos de magistério enquanto no G_1 apenas treze professores. Esse dado indica que os professores do G_2 tinham mais experiência de ensino comparado aos professores do G_1.

Dentre os 26 professores que lecionavam no 1º ciclo, apenas seis deles nunca trabalharam na 3ª ou 4ª séries do Ensino Fundamental, ou seja, 45 dos 51 professores (88,2%) já ensinaram ou ensinam fração a seus alunos. Esse dado é de grande importância para esta pesquisa, uma vez que nosso foco são os professores que já trabalharam com o ensino de frações.

Comparando o tempo de experiência e as séries em que os professores estavam lecionando, temos:

Grupos de professores / Tempo de magistério (anos)	0 a 5	6 a 10	11 a 15	16 a 20	21 a 36	Total
G_1	5	8	3	6	4	26
G_2	3	7	2	6	7	25

TABELA 6.2: Distribuição dos professores de acordo com a sua formação

Os dados da tabela 6.2 nos mostram que, apesar da diferença entre os anos de magistério e os grupos de professores serem pequena, os professores do G_2 (60%) lecionam a mais tempo do que os professores do G_1 (50%).

O nosso interesse, com a delimitação do perfil dos sujeitos de pesquisa, é termos subsídios para, quando da análise das demais partes (crenças, concepções e competências) podermos investigar se as variáveis profissionais, tais como a formação, ou o tempo de serviço (experiência profissional) ou ainda o maior ou menor contato com o ensino de fração, influencia nas crenças, concepções e competências desses professores em relação ao conceito de fração.

Vale ressaltar que não pretendemos generalizar nosso resultado para além do universo pesquisado, uma vez que temos consciência de que se trata de um número restrito de sujeitos e que estes contemplam apenas três escolas municipais escolhidas de forma pragmática.

6.3 ANÁLISE DAS CRENÇAS DOS PROFESSORES

Nesta seção, que analisa os dados da Parte B do instrumento, pretendemos identificar as crenças dos professores com relação a fração e seu ensino.

Segundo Ponte (1994) o sentido que damos ao conhecimento é necessariamente formado pelas crenças e concepções de cada indivíduo, sendo a crença uma verdade pessoal, na qual cada pessoa tem seu ponto de vista.

Considerando a afirmação acima, questionamos se os professores envolvidos nesta pesquisa acreditam que seus alunos apresentam dificuldades frente a problemas que envolvem frações e se os mesmos sugerem possíveis estratégias para solucioná-las.

Os resultados obtidos encontram-se na tabela 6.3 abaixo:

Grupos	G1	G2	Total
Os alunos apresentam dificuldades	14 de 26 **53,8%**	14 de 25 **56,0%**	28 de 51 **55,0%**
Os alunos não apresentam dificuldades	9 de 26 **34,6%**	8 de 25 **32,0%**	17 de 51 **33,3%**
Branco	3 de 26 **11,5%**	3 de 25 **12,0%**	6 de 51 **11,8%**

TABELA 6.3 – Comparação entre as crenças d o G1 e G2 em relação a dificuldades dos alunos frente a problemas envolvendo frações

Analisando a tabela 6.3, percebemos que, praticamente, não existem diferenças percentuais entre a opinião dos professores do G_1 e do G_2, ou seja, a série em que o professor encontra-se ministrando aula, não interfere em suas crenças com relação as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos. Um segundo dado que nos chamou a atenção é o fato de muitos professores, nos dois grupos, não acharem fração um tema difícil para os alunos (34% dos professores do G_1 e 32% do G_2, ou seja, 1/3 da amostra). É necessário ressaltar que essa crença de $\frac{1}{3}$ dos professores dos dois grupos, não se apóia na realidade dos alunos brasileiros, pelo menos segundo as últimas avaliações nacionais.

Dos 28 professores que acreditavam que os alunos apresentam dificuldades em lidar com o conceito de fração, 82% apontam possíveis dificuldades, sendo estas nomeadas conforme apresenta o gráfico 6.3:

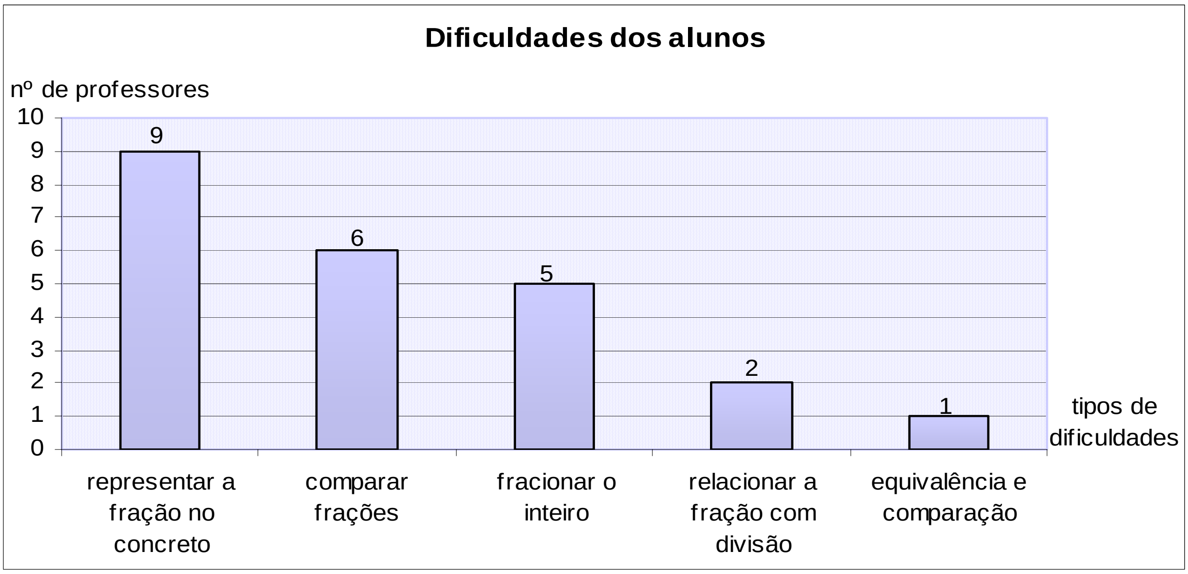


GRÁFICO 6.3 - Dificuldades dos alunos apontadas pelos professores

Estas dificuldades apontadas vieram acompanhadas, nos dois grupos de professores, por um número limitado de estratégias de ensino para solucionar tais problemas. As estratégias se resumiam ao uso de material concreto. Tais respostas (estratégias de ensino) limitavam-se a ações para estimular a percepção dos alunos ("trabalhar com o concreto"). Este resultado condiz com o que foi encontrado por Campos & Magina (2004).

Entendemos que tal estratégia, que tem a preocupação de apenas facilitar comparações perceptuais, pode ser uma solução enganosa, visto que os alunos irão desenvolver seus raciocínios sobre fração baseada, principalmente, em suas percepções em detrimento do uso das relações lógico-matemáticas nela envolvida.

Os professores que acreditavam que seus alunos apresentam dificuldades em trabalhar com o conceito de fração, em grande parte, são os mesmos que indicaram a fração como sendo um conceito *não tão fácil de ensinar*. Isso ocorreu com mais freqüência na população de professores com menos de 11 anos de magistério. Já os professores que acreditavam que seus alunos não apresentam dificuldades, foram em grande parte, os mesmos que indicaram o ensino de fração como *não sendo tão difícil de ensinar*. Estes eram os que possuíam mais tempo de magistério.

A tabela 6.4 apresenta os critérios atribuídos pelos professores ao ensinar o conceito de fração em diferentes níveis de experiência no magistério:

Tempo de magistério (anos) / **Critérios atribuídos**	**0 a 5**	**6 a 10**	**11 a 15**	**16 a 20**	**21 a 36**	**Total**
nunca ensinei	2	-	-	1	-	3
muito difícil de ensinar	1	3	1	4	1	10
difícil de ensinar	1	3	-	1	-	5
nem difícil, nem fácil	4	6	1	5	1	17
fácil de ensinar	1	1	2	5	3	12
muito fácil de ensinar	-	1	1	-	2	4

TABELA 6.4: Critérios atribuídos ao ensinar o conceito de fração indicados em diferentes etapas de tempo de magistério

Dos professores com menos de 11 anos de magistério, oito indicaram a fração como um conceito *difícil* de ensinar e três como um conceito *fácil* de ensinar. Já os professores que lecionavam há mais tempo, estes apresentaram dados opostos, ou seja, sete consideraram *difícil* ensinar fração a seus alunos e doze consideraram *fácil*.

Ao entrevistarmos a professora 16 (P 16) sobre as possíveis dificuldades de um aluno ou de um professor em responder uma questão envolvendo fração, obtivemos a seguinte resposta:

> *A dificuldade é a mesma. O que vai ser difícil para o professor vai ser difícil para o aluno. Se você não tem firmeza em um conteúdo você passa de maneira duvidosa para seus alunos.*

A palavra "firmeza" dita pela professora pode ser traduzida como o domínio de um conteúdo e Ponte (2001; p.2) afirma: "sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem a Matemática".

Quando pedimos aos professores que consideraram o conceito de fração *muito difícil de ensinar e difícil de ensinar* (15 dos 51 professores), que justificassem suas escolhas, obtivemos o seguinte resultado, conforme mostra a tabela 6.5 abaixo:

Justificativas \ **Grupos**	**G1**	**G2**	**Total**
Não justificou	2	2	4
Conceito pouco trabalhado	-	2	2
Conceitos difíceis de entender	2	-	2
Abstrato para as crianças	5	1	6
Requer entendimento de conceitos anteriores	1	-	1
Total	10	5	15

TABELA 6.5: Justificativas dos professores que marcaram as opções *muito difícil ou difícil de ensinar*, quando se referiam ao ensino de frações

Interpretando essas justificativas, podemos inferir que algumas podem ser conseqüências de outras, ou seja, ao dizer que o *conceito é pouco trabalhado* em sala de aula, provavelmente os *alunos apresentarão maior dificuldade em entendê-lo*. Na tabela 6.5, ainda nos chamou atenção, a quantidade de professores que justificaram o ensino de fração como sendo *abstrato para as crianças*. A fração $\frac{3}{4}$ é tão abstrata como o número 2, quando esses não representam algo. Agora $\frac{3}{4}$ de uma "pizza" é tão concreto como 2 "carrinhos". O que podemos considerar abstrato é o cálculo pelo cálculo, mas isso não é só para as frações, mas também para os números naturais.

A professora (P 16) justificou o que considera abstrato:

> *O ABSTRAIR ESTÁ RELACIONADO COM A MATURIDADE. ANTES DEVEMOS TRABALHAR O LÚDICO E QUANDO A CRIANÇA JÁ CONSEGUE ABSTRAIR AÍ INTRODUZIMOS A FRAÇÃO COM SEUS NOMES – NUMERADOR, DENOMINADOR. ELA TEM QUE ESTAR TOTALMENTE MADURA PARA CONSEGUIR FAZER ESTA ABSTRAÇÃO.*

Essa resposta retoma a explicação dos professores em basear suas estratégias de ensino na percepção (trabalhar com o material concreto) em detrimento da lógica matemática. Com isso queremos deixar posto que somos a favor da utilização do lúdico para trabalhar os diversos conceitos matemáticos, mas é importante não perdermos de vista o trabalho a partir da lógica e dos invariantes matemáticos, sem os quais o ensino pode voltar-se unicamente para as técnicas e algoritmos desprovidos de qualquer significado. Tal ensino, preso à percepção e restrito à situações particulares corre o risco das crianças construírem concepções errôneas sobre o conceito.

Em seguida perguntamos ao professor se ele relacionava a fração com alguma operação e tivemos o seguinte resultado:

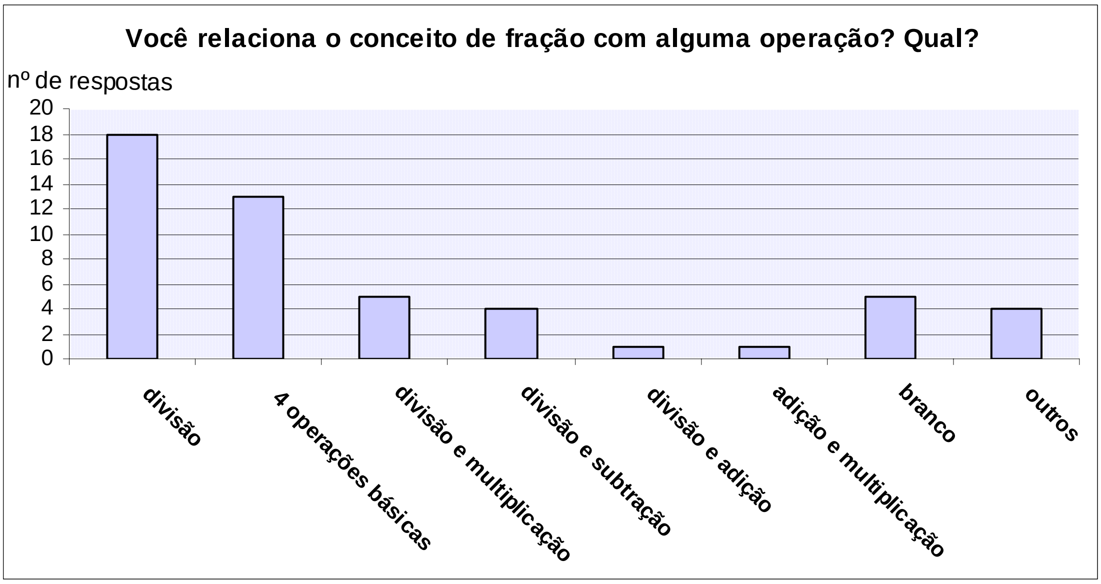


GRÁFICO 6.4 – Com qual operação o professor relaciona o conceito de fração

Mesmo reconhecendo que o maior número de respostas dadas foi a operação de *divisão,* consideramos este um valor muito baixo em relação ao total de professores, ou seja, apenas 35% responderam *divisão*.

Solicitamos, em entrevista, a uma das professoras (P 31), que havia respondido que o conceito de fração relacionava-se com as "4 operações básicas", para explicar melhor sua resposta. Sua argumentação, além de ser confusa, apresentou erros conceituais:

> QUANDO SE FALA EM FRAÇÃO, VOCÊ ESTÁ DIVIDINDO QUE É O MESMO QUE SUBTRAINDO, VEJA SE VOCÊ CONSEGUE ENTENDER. O ALUNO QUANDO SUBTRAI, MENTALMENTE TEM QUE OPERAR A ADIÇÃO E A MULTIPLICAÇÃO.

Tentamos obter mais precisão em sua resposta, mas a professora fez um gesto para que desligássemos o gravador e pediu desculpas, afirmando que não sabia explicar melhor.

A resposta dada pela professora nos fez refletir sobre sua própria dificuldade em lidar com frações, não sabendo ao certo o seu verdadeiro significado.

O resultado obtido no gráfico 6.4 apontou ainda, que o conceito de fração está longe de ser claro para a maioria dos professores de nossa pesquisa.

Ao perguntarmos aos professores em que série eles achavam ideal introduzirem o conceito de fração, a tabela 6.6 apontou que a maioria, 31 dos 51 professores, propõe que o conceito deve ser introduzido no 1º ciclo do Ensino Fundamental.

Escolha das séries	**1ª série**	**2ª série**	**3ª série**	**4ª série**	**Branco**
Quantidade de Professores	17 de 51 **33,3%**	14 de 51 **27,5%**	16 de 51 **31,4%**	2 de 51 **3,9%**	2 de 51 **3,9%**

TABELA 6.6: Distribuição dos professores de acordo com suas crenças em relação a introdução do ensino de fração.

Apesar do 1º ciclo ser expressivamente mais indicado do que o 2º, percebemos que professores estiveram um pouco divididos entre as 1ª, 2ª e 3ª séries, embora tenha ficado claro que introduzir fração na 4ª série, definitivamente não é a melhor escolha.

Se por um lado há professores que acham que o conceito de fração é muito *abstrato para as crianças,* por outro, há um número ainda maior que acredita que o conceito deve ser introduzido nas primeiras séries do Ensino Fundamental.

Essa crença vai ao encontro das idéias de Vergnaud (1993), quando este afirma que a construção de um conceito matemático não se dá de maneira imediata, mas sim que se forma ao longo do tempo.

6.4 ANÁLISE DAS CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES

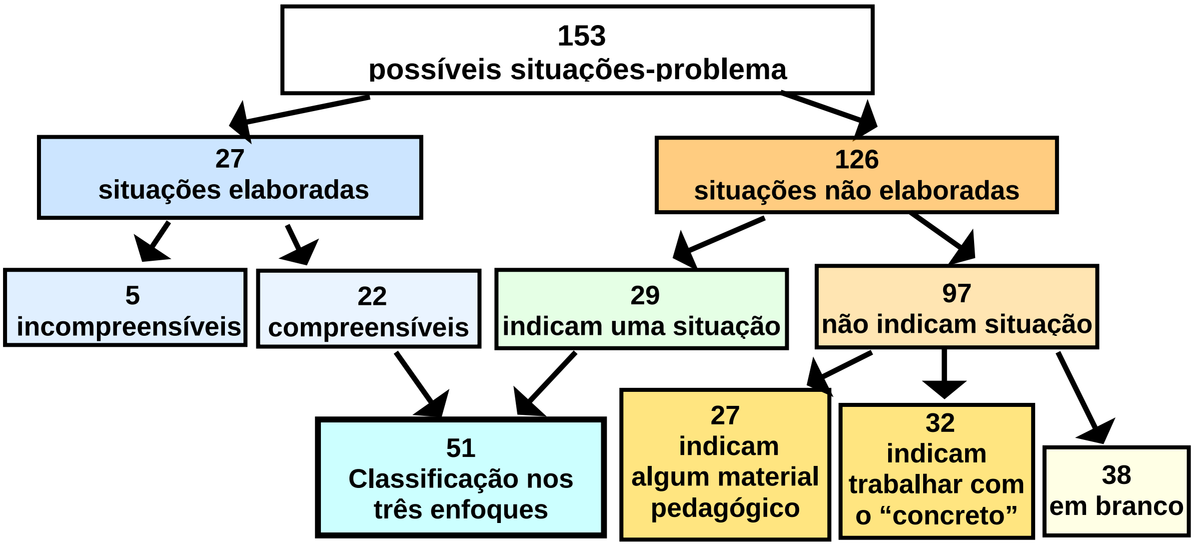
Nesta seção, que analisa a Parte C do instrumento, pretendemos identificar as concepções dos professores com relação à fração.

As concepções, segundo Vergnaud (1987), podem ser traçadas pelas expressões verbais ou simbólicas do aluno e segundo Rico et al. (2002) são estas estreitamente ligadas com a prática.

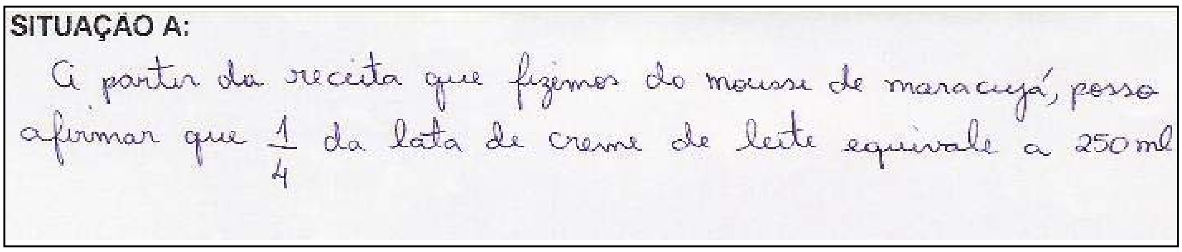
Para se investigar essas concepções com relação à fração, solicitamos que cada professor elaborasse três situações-problema que envolvessem esse conceito, as quais eles considerassem adequadas para trabalharem com seus alunos. Sendo assim, poderíamos ter 153 problemas elaborados, uma vez que nossa amostra era formada por 51 professores.

No entanto, o número de situações-problema *elaboradas* foi muito baixo (27) e dessas, cinco foram descartados por serem *incompreensíveis*, ou seja, não forneciam dados suficientes para resolução. Para efeito da análise, decidimos então classificar, além das *situações elaboradas compreensíveis* (22) também as *situações indicadas* (29) em três diferentes enfoques: (6.4.1) os cinco diferentes significados da fração, (6.4.2) as variáveis de quantidade e representação e (6.4.3) os invariantes do conceito.

O diagrama abaixo mostra as categorias que desenvolvemos para se classificar as situações-problema criadas pelos professores:



No primeiro momento, classificamos as situações como *elaboradas* (27) e *não elaboradas* (29). Em seguida as questões *elaboradas* foram divididas em situações *compreensíveis* (22), aquelas que mesmo apresentando falhas[7] na elaboração foi possível compreendê-las e as situações *incompreensíveis* (5), aquelas que não forneciam dados suficientes para resolução. Um exemplo de situação incompreensível pode ser vista no problema abaixo (figura 6.1), o qual foi criado por uma professora do G_2, com 14 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério e Pedagogia.


SITUAÇÃO A:
A partir da receita que fizemos do mousse de maracujá, posso afirmar que $\frac{1}{4}$ da lata de creme de leite equivale a 250 ml

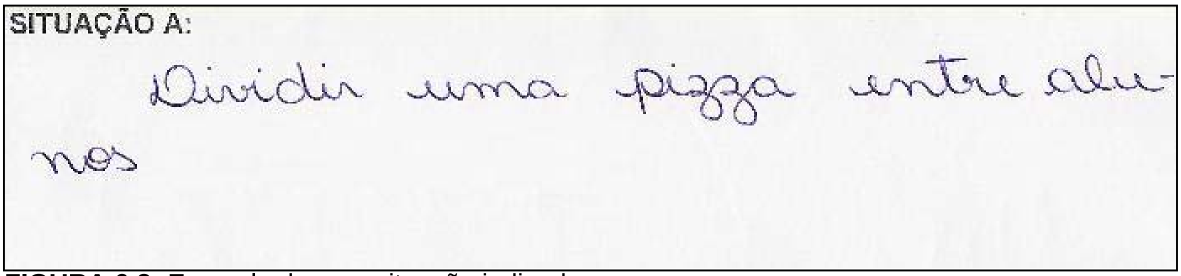
As cinco situações consideradas *incompreensíveis* foram descartadas e procedemos a análise com as situações *compreensíveis.*

As situações consideradas como *não elaboradas* (126) também foram subdivididas em mais dois grupos:

---

[7] Quando dizemos "falhas" nos referimos a falta de rigor ou clareza no enunciado.

- as que *indicavam uma situação* a ser trabalhada (29 situações)


SITUAÇÃO A:

Dividir uma pizza entre alu-
nos

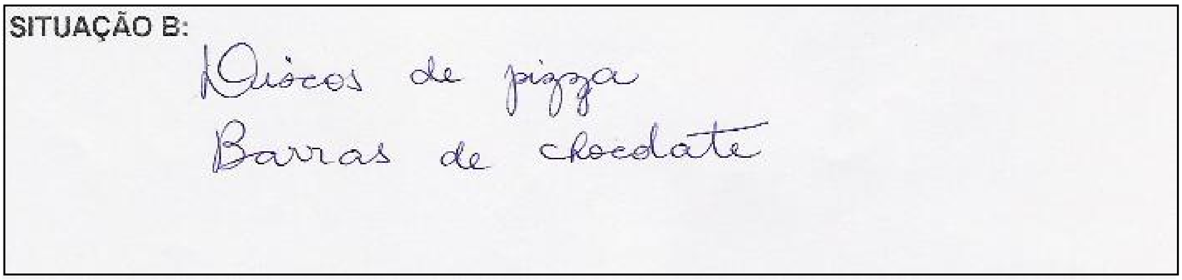
FIGURA 6.2: Exemplo de uma situação indicada

Este tipo de material foi indicado por uma professora do G_1, com 9 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério, Pedagogia e Letras.

- as que *não indicavam situação* (97 indicações)

Essa última foi dividida em mais três grupos:

- as que *indicavam algum material pedagógico* para trabalhar com o conceito de fração (27 indicações)


SITUAÇÃO B:

Discos de pizza
Barras de chocolate

FIGURA 6.3: Exemplo de uma situação que indica um tipo de material didático

Este tipo de material foi indicado por uma professora do G_1, com 34 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério, Pedagogia e Estudos Sociais.

-as que *indicavam em trabalhar com o concreto*, sem nada especificar (32 indicações)

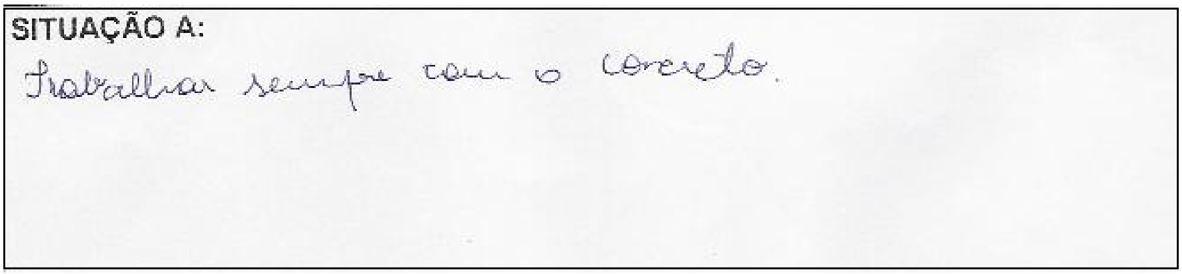

SITUAÇÃO A:
Trabalhar sempre com o concreto.

FIGURA 6.4: Exemplo de uma situação que indicou trabalhar com o concreto sem nada especificar

Este tipo de material foi indicado por uma professora do G_2, com 6 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação no curso de Pedagogia.

- as questões em *branco* (38)

Como dito no início dessa seção, tanto as situações *elaboradas compreensíveis* como aquelas que apenas *indicaram uma situação* foram classificadas em três enfoques: (6.4.1) os cinco significados da fração - parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número-, (6.4.2) as variáveis quantidades contínuas e discretas e representação icônica ou não e (6.4.3) os invariantes do conceito ordem e equivalência.

Para a análise desses três enfoques, consideramos importante manter os grupos G_1 e G_2 a fim de fazermos comparações com os dados obtidos pelos professores que no momento da pesquisa estavam ensinando fração e os que não estavam.

Os materiais pedagógicos indicados serão categorizados e apresentados somente a título de ilustração. A seguir iniciaremos a análise da concepção dos professores abordando os três diferentes enfoques.

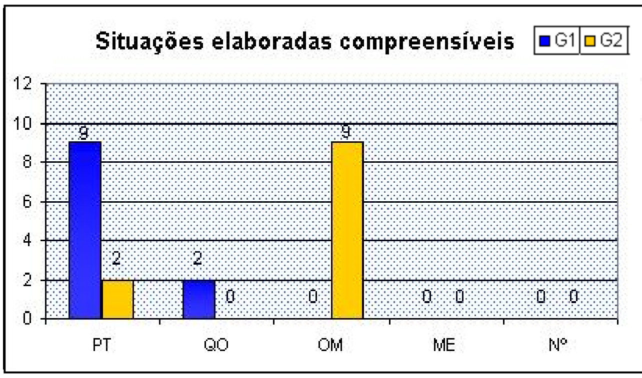
6.4.1 Classificação das situações quanto aos cinco significados da fração

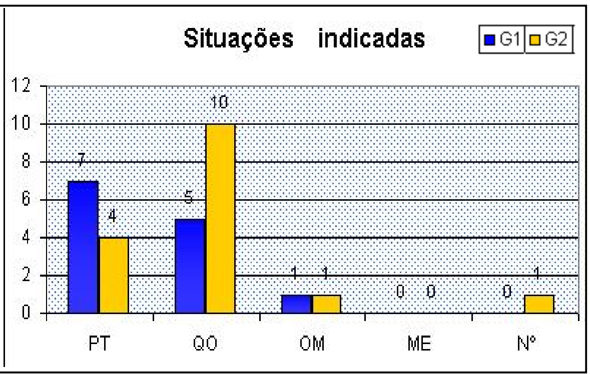
O primeiro enfoque trata da classificação das situações elaboradas e indicadas em relação aos diferentes significados da fração. Para iniciarmos tal análise cabe retomarmos esses significados, que são cinco: parte-todo (PT), quociente (QO), operador multiplicativo (OM), medida (ME) e número (Nº).

Com o intuito de validar a classificação das situações-problema criadas[8] pelos professores dentro dos cinco significados da fração, convidamos quatro mestres em Educação Matemática e um em doutoramento, também na mesma área, os quais realizaram pesquisas envolvendo o conceito de fração. A situação seria classificada com um determinado significado, se tivesse a concordância de pelo menos três dos cinco pesquisadores.

Os gráficos abaixo apresentam essa classificação quanto às *situações elaboradas compreensíveis* (gráfico 6.5) e as *situações indicadas* (gráfico 6.6) distribuídas de acordo com os dois grupos de professores:

GRÁFICO 6.5 - situações cridas por grupo e significado **GRÁFICO 6.6** – situações criadas por grupo e significado





---

8 Situações criadas serão entendidas como a junção das situações elaboradas compreensíveis e as situações indicadas

Decidimos apresentar esses gráficos separadamente pois os problemas elaborados, que expressavam claramente o sentido dado pelo professor, foram classificados facilmente pelo grupo de pesquisadores de fração. Já os problemas indicados não apresentavam com transparência o significado utilizado, sendo classificados apenas por indícios apresentados em seus enunciados.

Comparando os gráficos 6.5 e 6.6 é possível perceber que não houve diferença significativa entre a quantidade de problemas apresentados pelo G_1 e pelo G_2, ou seja, os dois grupos elaboraram 11 questões cada um (gráfico 6.5) e nas situações indicadas (gráfico 6.6) tivemos 13 indicações do G_1 e 16 do G_2.

Analisando o gráfico 6.5, que trata das 21 situações elaboradas[9] pelos professores, percebemos uma forte tendência do G_1 em traduzir o conceito utilizando o significado parte-todo. Como este grupo não estava trabalhando com o conceito de fração no momento da coleta de dados, podemos inferir, assim como Silva (1997), que a concepção do significado parte-todo é a referência que eles têm de seu aprendizado com fração. Nesse mesmo sentido, Santos (2005, p.140) afirma que *"é provável que a concepção do professor, sobre o conceito de fração, está bem próxima daquela construída, como aluno da Educação Básica*". Essas inferências estão diretamente relacionadas com as idéias defendidas por Nóvoa (2001) que a formação é um ciclo que abrange várias fases da vida (quando aluno da escola básica e graduação, primeiros anos da profissão e titular).

Já os professores do G2, ainda no gráfico 6.5, elaboraram as situações com uma predominância do significado operador multiplicativo, sendo estes, na

[9] As situações *elaboradas compreensíveis* serão denominadas, a partir deste trecho, somente como situações elaboradas.

maioria das vezes, tido no contexto algoritmo. Esse resultado nos surpreendeu, pois as recomendações do PCN para os ciclos iniciais sugerem que o ensino de frações aborde os significados parte-todo, quociente e razão, sendo o significado operador multiplicativo sugerido apenas para os ciclos posteriores.

Apesar dos resultados obtidos não estarem em consonância com as recomendações do PCN, esses se assemelharam com os encontrados por Santos (2005) e aos resultados obtidos na análise dos livros didáticos.

Com relação aos problemas indicados, gráfico 6.6, vale ressaltar que foram 29 situações indicadas, mais do que os problemas elaborados, o que nos levou a pensar se estes professores tiveram receio de se expor ou simplesmente optaram pela indicação. Não podemos afirmar nada com relação a atitude desses professores frente a situações indicadas.

Diferentemente do gráfico 6.5, é possível notar a predominância do significado quociente (51,7%), enquanto o significado operador multiplicativo tem uma diminuição expressiva resultando em um baixo número de questões indicadas (6,9%).

É possível notar ainda que nas situações indicadas (gráfico 6.6) o G_1 mantém a criação predominante de problemas envolvendo o significado usual parte-todo, enquanto o G_2 migra para o quociente. De fato, o quociente ganha uma quantidade bem maior de questões.

Esse resultado nos faz refletir sobre as idéias de Kerslake (1986), Nunes e Bryant (1997), Bezerra (2001), Escolano e Gairín (2005), os quais defendem a idéia de que a introdução do ensino de frações a partir do significado quociente pode proporcionar um melhor entendimento desse conteúdo. Kieren (1988), em seus estudos com números racionais, sugere que as frações são produzidas por divisões. Assim podem ter sido as concepções dos professores do G_2 ao indicarem um número alto de questões com esse significado.

Lima (1996) relata que as professoras que participaram de sua pesquisa não relacionavam o conceito de fração com o dia-a-dia, pois não elaboraram nenhum problema nesse sentido. Em nossa pesquisa, nas questões elaboradas, tivemos um resultado próximo do encontrado por Lima (ibid), mas nas situações indicadas, o resultado foi de encontro ao apresentado pela autora, ou seja, as situações indicavam procedimentos adotados no dia-a-dia.

Pudemos destacar os seguintes pontos das situações criadas:

- quando a situação é elaborada, ela está muito próxima dos problemas encontrados nos livros didáticos e não necessariamente retratam o cotidiano das pessoas. A situação criada por uma professora do G_2, com 34 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério, Pedagogia e Estudos Sociais, ilustra as situações elaboradas:

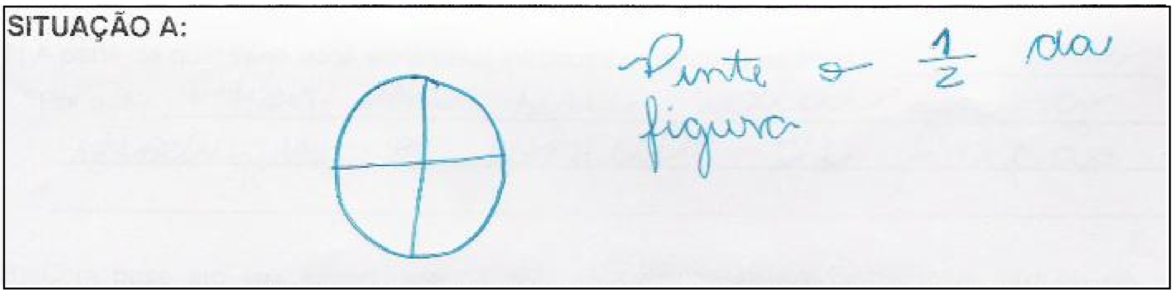


FIGURA 6.5: Exemplo de uma situação elaborada compreensível

- quando as situações que foram apenas indicadas, inferimos que o professor se expressou "mais livremente" usando, na maioria das vezes, situações práticas do dia-a-dia. O exemplo da figura 6.6, criado por uma professora do G_1, com 17 anos de experiência na docência nas séries iniciais do

Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério e Psicopedagogia, ilustra duas indicações de situações:

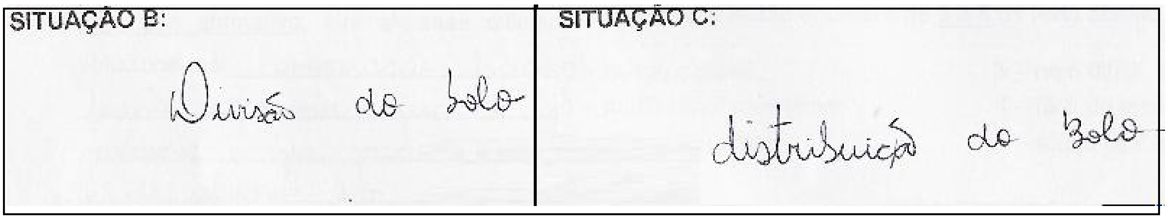


FIGURA 6.6: Exemplo de duas situações indicadas

O significado medida não foi empregado em nenhuma situação criada pelos professores. O significado número só não passou despercebido porque uma professora (P 31) indicou uma situação com números decimais - 0,1; 0,01 e 0,001. Durante a entrevista perguntamos a esta professora como ela propunha trabalhar com os decimais.

> Eu trabalho muito com o material dourado para ensinar a fração decimal... Pego um quadrado formado por vários outros menores e digo: Este representa 1 quadradinho desses 10 e posso indicar como 0,1. Esse outro representa 1 de 100 e posso indicar como 0,01.

Nesse caso é provável que a professora tenha estabelecido as frações $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$ para exemplificar tal trabalho com os decimais. Este procedimento pedagógico é interessante desde que não seja restrito, pois até mesmo no relato desta professora não ficou claro se a mesma tem o entendimento da fração como um número que pode ser representado na forma decimal ou se apenas utiliza um método de transformação.

Para finalizar esta seção, consideramos os resultados gerais apresentados nos gráficos 6.5 e 6.6 e as entrevistas das professoras, chegando a algumas conjecturas:

- ao solicitar que os professores elaborassem situações, percebemos que eles procuraram ser fiéis às questões apresentadas nos manuais didáticos, explorando o significado parte-todo (G_1) e o operador multiplicativo (G_2);

- quando o professor apenas indica uma situação, ele se desprende, em grande parte, do material de apoio e acaba sendo "mais espontâneo" na sua citação. O significado quociente se destaca para o G_2 e é apontado em grande parte nas situações do dia-a-dia.

Feita a análise das concepções dos professores quanto ao conceito de fração e seus diferentes significados passaremos a apresentar os resultados quanto as variáveis de quantidade e representação.

6.4.2 Classificação das situações quanto as variáveis.

Esse segundo enfoque trata da análise das situações criadas pelos professores sob a utilização das quantidades contínuas e discretas e a presença ou ausência de ícones.

Essas variáveis podem ser reconhecidas quando empregadas junto aos diferentes significados da fração, com exceção do significado número que admite apenas a quantidade contínua conforme descrito no Capítulo V da metodologia.

As tabelas 6.7 e 6.8 apresentam a distribuição das variáveis em relação aos grupos de professores.

TABELA 6.7:*situações elaboradas*

Variáveis / Grupos	CÑI	CI	DÑI	DI	Total
G1	**11**	0	0	0	11
G2	**5**	2	**5**	0	12
Total	16	2	5	0	23

TABELA 6.8: *situações indicadas*

Variáveis / Grupos	CÑI	CI	DÑI	DI	Total
G1	**13**	0	0	0	13
G2	**8**	1	**6**	0	15
Total	21	1	6	0	28

CI – contínua icônica
DI – discreta icônica
CÑI - contínua não icônica
DÑI - discreta não icônica

Os dois grupos de professores tiveram o mesmo comportamento nas situações elaboradas (tabela 6.7) e nas indicadas (tabela 6.8). O G_1 se restringe às situações no contínuo sem o auxilio de ícones, enquanto o G_2 varia em relação às quantidades contínuas e discretas, mas não se utiliza, na maioria, de ícones para representar tais questões.

O problema ilustrado na figura 6.7 é um exemplo típico dos problemas elaborados pelos professores do G_1, os quais predominaram a quantidade contínua, geralmente se referindo a “pizza” ou “chocolate” e sem a presença de ícone.

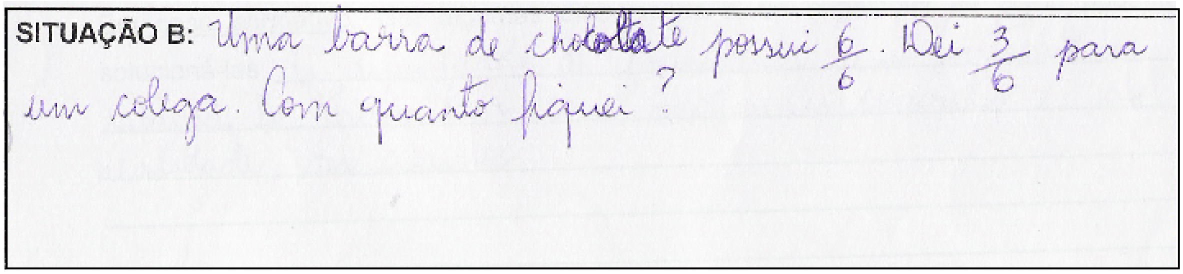

SITUAÇÃO B: Uma barra de chocolate possui $\frac{6}{6}$. Dei $\frac{3}{6}$ para um colega. Com quanto fiquei ?

FIGURA 6.7: Exemplo típico das situações elaboradas pelos professores do G_1

Essa situação foi elaborada por uma professora do G_1, com 17 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério e Pedagogia.

Vale ressaltar a falta de rigor e clareza que encontramos em muitas das situações consideradas elaboradas, tanto no G_1 quanto no G_2. Nessa ilustração, por exemplo, a professora (P 20) não teve a preocupação de explicitar que gostaria de saber quanto do chocolate sobrou, explicitado em forma de fração. Essas “falhas” foram comuns nas situações elaboradas.

Ainda no que diz respeito às situações criadas pelo G_1, se juntarmos as informações obtidas nos gráficos 6.5 e 6.6 referentes aos problemas elaborados e os indicados, temos 16 situações envolvendo o significado parte-todo, ou seja, $\frac{2}{3}$ das situações criadas por esses professores. Nesse caso, podemos caracterizar que a concepção dos professores do G_1 é restrita, voltadas para as situações de parte-todo, com quantidade contínuas não icônicas.

Já os professores do G_2, talvez por estarem trabalhando com o conteúdo de fração naquele momento, mobilizaram diferentes variáveis e contextos em seus problemas. Estes não se limitaram à “pizza” ou ao “chocolate” como o G_1. Eles foram um pouco mais adiante, elaborando em contextos, por exemplo, de pessoas, frutas, dinheiro como mostra a ilustração 6.8:

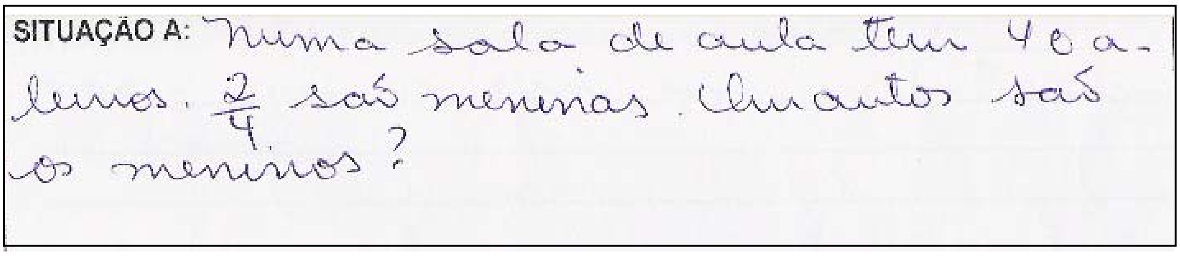

SITUAÇÃO A: Numa sala de aula tem 40 a-
lunos. $\frac{2}{4}$ são meninas. Quantos são
os meninos?

FIGURA 6.8: Exemplo que caracteriza as situações elaboradas pelos professores do G_2

A situação acima foi elaborada por uma professora do G_2, com 25 anos de experiência na docência nas séries iniciais do Ensino Fundamental e com formação nos cursos de Magistério, Psicopedagogia e Letras.

Os problemas elaborados pelos professores do G_2 tenderam à representação sem o auxílio de ícones e a quantidade contínua se destacou um pouco mais em relação à quantidade discreta.

Retomando os dados obtidos nos gráficos 6.5 e 6.6 e nas tabelas 6.7 e 6.8, pudemos caracterizar a concepção do professor do G_2 voltada para os significados quociente e operador multiplicativo, sem representação icônica e com preferência para a quantidade contínua.

Parece-nos que o fato dos professores estarem ensinando fração, pode fazer com que estes tenham uma visão mais ampla de como ensinar esse conteúdo. Esse fato nos faz pensar sobre o *conhecimento profissional* (Ponte,1998), o qual carrega em seu bojo crenças, concepções e mitos do professor e que podem, esses, serem percebidos em sua atuação profissional. Diferentemente, Ponte (ibid) apresenta a *competência profissional*, a qual se caracteriza pelo saber resolver e nesse momento uma questão nos surge: O grupo dos professores do $G_{2,}$ que nos pareceu ter o conhecimento profissional (saber ensinar) mais significativo do que o G_1, terá a mesma vantagem na competência profissional (saber resolver)? Após apresentarmos os resultados obtidos na parte de competência retomaremos essa questão a fim de respondê-la.

Para finalizar a análise das variáveis de quantidade, temos Escolano e Garin (2005) que destacam a importância em trabalhar com diferentes modelos de situações envolvendo fração e dá uma atenção especial a quantidade discreta, afirmando que esta fornece novas perspectivas ao significado da fração, por ser um conhecimento útil e por sua ampla presença no mundo real.

6.4.3 Classificação das situações quanto aos invariantes

Este terceiro enfoque aborda a utilização dos invariantes do conceito de fração nas diferentes situações criadas pelos professores. Esses invariantes, segundo Nunes et al. (2003), são: equivalência $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, ...\right)$ e ordem $\left(\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}, ...\right)$.

Considerados como noções centrais do entendimento do conceito de fração, esses invariantes foram pouco abordados pelos professores em seus problemas criados, assim como mostra a tabela 6.9:

Invariantes / Grupos	Ordem	Equivalência	Total
G1	2	2	4
G2	2	3	5
Total	4	5	9

TABELA 6.9: Distribuição dos invariantes nos grupos de professores

Como é possível visualizar na tabela 6.9 acima, os problemas criados com os invariantes ordem e equivalência representam 17,6% do total de situações. Não há, praticamente, diferença entre a quantidade de problemas criados pelos grupos de professores e nem entre os invariantes da fração.

Nesse caso, a análise quanto aos invariantes, diferentemente dos resultados obtidos na análise dos significados e das variáveis, os grupos G_1 e G_2 apresentam resultados bem próximos.

Parece-nos que do ponto de vista pedagógico, os professores do G_2 avançam (diferentes situações e representações) mas do ponto de vista matemático (invariante do conceito) não.

Retomando as idéias de Vergnaud (2001), que para a aquisição de um conceito é necessário reconhecer a terna S, I, R, e a qual Nunes (2003) se utiliza para exemplificar a construção do conceito fração, tanto para o G1 quanto para o G2 esta terna não se encontrou estável. O G_1 se mostrou restrito nos três enfoques (na terna) enquanto o G_2 foi um pouco mais presente no conjunto de situações e representações, mas mesmo assim não obteve um equilíbrio no tripé.

As cinco questões que envolveram o invariante equivalência foram utilizadas as frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, sendo elas representadas na maioria das vezes como $\frac{2}{4}$.

Esse percentual da utilização dos invariantes do conceito nas situações criadas pelos professores se assemelhou com o que observamos nas coleções dos livros didáticos. Consideramos baixo, a presença desses invariantes, uma vez que são as noções centrais do conteúdo de fração.

6.4.4 Material didático

Conforme indicado no final da seção 6.4 descreveremos resumidamente os materiais indicados pelos professores, uma vez que não é o foco desta pesquisa.

Ao solicitarmos aos professores que elaborassem três situações-problema que considerassem “boas” para trabalharem com seus alunos o conceito de fração, obtivemos 27 indicações de materiais didáticos, conforme mostra a tabela 6.10:

Materiais	Dominó de frações	Dobradura	Material dourado	Figuras geométricas	Receitas
Quantidade de Professores	2 de 27 **7,4%**	3 de 27 **11,1%**	2 de 27 **7,4%**	11 de 27 **40,7%**	9 de 27 **33,3%**

TABELA 6.10 – Categorias dos materiais indicados

O material mais indicado é o uso de figuras geométricas. Supomos que esta indicação está implicitamente ligada a situações que envolvem o significado parte-todo em quantidade contínua, representada por um ícone, que provavelmente são trabalhadas sem um contexto.

Durante a entrevista, perguntamos a P 45 o que ela quis dizer com a indicação “figuras geométricas” e a explicação foi a seguinte:

> ESSAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PODEM SER REPRESENTADAS, POR EXEMPLO, PELOS DISCOS FRACIONÁRIOS. É UM MATERIAL DE MADEIRA QUE PARECE UMA PIZZA E É DIVIDIDO EM VÁRIAS PARTES. VOCÊ PODE TRABALHAR EM FRACIONAR O INTEIRO, POR EXEMPLO, SOLICITANDO AO ALUNO QUE PEGUE PARTE POR PARTE E AO SOMAR ELE IRÁ PERCEBER QUE RESULTA NO TODO “1””.

Em fim, as situações que indicaram um tipo de material pedagógico (27 indicações) e as que indicaram trabalhar com material concreto, sem nada explicitar (32 indicações), tem vistas em facilitar as comparações perceptuais dos alunos. São indicações importantes, mas apenas “visuais” que quando trabalhadas isoladas ou sem uma extensão são desprezíveis, insuficientes tanto para o ensino tanto quanto para a aprendizagem.

6.5 ANÁLISE DA COMPETÊNCIA DOS PROFESSORES

Para analisar a competência dos professores, elaboramos um instrumento formado por 18 questões. Este envolveu (1) os diferentes significados da fração (parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número), (2) as variáveis quantidade (contínua e discreta) e forma de representação (icônica e não icônica) e (3) os invariantes do conceito de fração (ordem e equivalência). Esses três critérios utilizados para a elaboração do instrumento foram os mesmos utilizados na análise das concepções dos professores e os mesmos a serem considerados na análise das competências.

Antes de iniciarmos a análise por enfoque, cabe apresentarmos aqui uma visão geral da competência dos professores frente aos problemas propostos:

Grupos	Total de acertos	% de acertos
G1	188 de 468	40,2%
G2	213 de 450	47,3%

TABELA 6.11: Total e percentual de acertos do s grupos G_1 e G_2

Analisando o índice total de acertos dos professores do G_1 e G_2 na tabela 6.11, temos que a média de acertos foi de 43,7%, o que indica um baixo desempenho desses profissionais. Consideramos baixo o índice, visto que 88,2% dos professores já ensinaram fração em algum momento de sua vida docente. Cabe salientar que os problemas contidos no questionário eram problemas simples adequados para esse universo de pesquisa.

Comparando o índice de acertos entre os grupos G_1 e G_2, a tabela 6.11 nos mostra uma diferença de 7,1 pontos percentuais a favor do G_2. Consideramos esses resultados próximos e proporcionais, visto que o melhor desempenho 47,3%, se reporta ao G_2, grupo de professores que estavam trabalhando com a fração.

Tendo exposto uma visão geral do desempenho dos professores frente às situações propostas, passaremos nas próximas seções a expor a análise dos resultados de acordo com os três enfoques descritos anteriormente, ou seja, cinco significados da fração (PT, QO, ME, OM, Nº), quantidade (contínua e discreta) e a representação (icônica ou não) e os invariantes do conceito (ordem e equivalência)

Durante essas análises e considerando alto o número de erros obtidos nessa parte do instrumento, procuraremos identificar algumas estratégias utilizadas pelos professores as quais levaram ao erro. Identificadas algumas dessas estratégias de resolução, serão criadas o que denominamos de categorias de análise.

6.5.1 Desempenho dos professores quanto aos cinco significados da fração.

Assim como na seção 6.4.1, o enfoque desta seção diz respeito aos cinco diferentes significados da fração propostos por Nunes et al. (2003). Na seção citada, analisamos a concepção dos professores frente às situações criadas e neste momento analisaremos a competência desses mesmos professores frente à resolução de problemas.

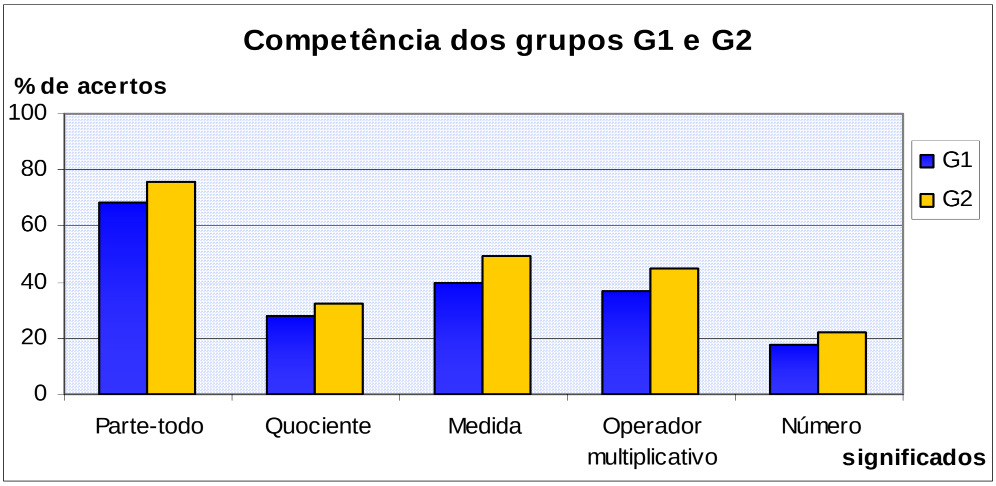
A distribuição dos significados se deu conforme apresenta o quadro 6.1:

SIGNIFICADOS	QUESTÕES
Parte-todo	1; 6; 11 e 16
Quociente	2; 12; 15 e 17
Medida	3; 8; 13 e 18
Operador multiplicativo	4; 7; 9 e 14
Número	5 e 10

QUADRO 6.1: Distribuição das questões por significados

Assim como na análise da concepção, iremos manter a distribuição dos grupos – G_1 e G_2 - a fim de diagnosticar possíveis relações entre os mesmos e os resultados encontrados.

Sendo assim, o quadro 6.2 apresenta os resultados da distribuição dos índices de acertos dos significados em relação aos grupos:



	PT	QO	OM	ME	Nº
% acertos do G_1	68,3	27,9	39,4	36,5	17,3
% acertos do G_2	76,0	32,0	49,0	45,0	22,0
Total	72,0	29,9	44,1	40,7	19,6

GRAFICO 6.7: Comparação do desempenho dos grupos frente aos diferentes significados da fração

Analisando o gráfico 6.7 é possível perceber uma pequena e constante diferença entre o desempenho dos grupos e os cinco significados da fração. O G_2 permanece, em média, 6,4 pontos percentuais na frente do G_1.

Notamos que o percentual de acertos referente ao significado parte-todo se destaca dos demais significados em ambos os grupos. Esse percentual é resultado de quatro questões (1; 6; 11 e 16), subdivididas em nove itens.

O G_1, que apresentou a concepção fortemente ligada ao parte-todo, teve o melhor índice de acerto nesse mesmo significado, o que nos mostrou coerência.

Podemos deduzir, assim, como foi descrito na análise da concepção que este significado está intrínseco no conhecimento desse grupo de professores. Segundo Tardif (2002) o professor interioriza ao longo de sua vida conhecimento, competências que são reutilizados de maneira não reflexiva, mas com grande convicção.

Com relação ao G_2, parece existir uma dissonância entre a concepção e competências desses professores. Quanto à competência, o significado parte-todo que teve maior índice de acertos, pode estar intrínseco no conhecimento dos mesmos, assim como descrito para o G_1. Quanto à concepção no significado operador multiplicativo, observado nas questões elaboradas, este pode estar ligado à grande quantidade de problemas envolvendo esse significado nos livros didáticos. Já o índice alto de situações indicadas como quociente pode ter ocorrido, uma vez que ao classificarmos as indicações, não era necessariamente aquele significado que o professor estava dando para a questão. A situação indicada por uma professora do G_2 que tinha 21 anos de experiência nas séries do Ensino Fundamental, ilustra a conjectura:

SITUAÇÃO A: DIVIDIR 1 PIZZA P/ 8 CRIANÇAS

FIGURA 6.9: Exemplo de uma situação indicada por uma professora do G_2

Nesse caso temos duas variáveis (pizza e criança) e a operação de divisão explícita. Sendo assim classificamos como quociente, conforme definido no Capítulo II. Embora a situação remeta ao significado quociente, a professora ao indicar pode ter dado outro significado, o qual permitiria ser interpretado, por exemplo, no significado parte-todo: “uma pizza dividida em dezesseis partes iguais para serem distribuídos entre oito crianças. Quantos pedaços cada criança receberá?”.

Enfim, o significado é pessoal e ao interpretarmos uma questão não significa que esta tenha sido construída com esse mesmo significado. Sendo assim, temos apenas indícios na interpretação das questões indicadas, o que as diferencia das questões elaboradas.

O significado quociente que foi o segundo mais indicado nas situações criadas teve um desempenho muito baixo. Mais uma vez a conjectura apontada acima pode ser verdadeira. Ainda neste significado, os pontos mais críticos se concentraram nas questões icônicas, em especial, a que envolveu quantidade discreta exigindo como resposta uma fração imprópria (questões 15). Essa mesma dificuldade foi apontada por Rodrigues (2005), em sua pesquisa com alunos de Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Quanto ao desempenho nos significados operador multiplicativo e medida, esses foram bem próximos. Esse é um outro resultado interessante, visto que nas situações criadas pelos professores não tivemos uma indicação se quer do significado medida.

O significado número foi o que apresentou menor índice de acertos. Nas questões criadas esse significado apareceu em apenas uma indicação. Sendo assim, inferimos que esses professores não entendem a fração como número.

Por fim, podemos afirmar que a competência dos professores, tanto do G_1 quanto do G_2, está intimamente ligada ao significado parte-todo e que esses estão longe de alcançarem uma homogeneidade entre os significados da fração.

6.5.2 Desempenho dos professores quanto as variáveis

As variáveis, quantidade contínua e discreta e a representação icônica ou não icônica, foram um dos critérios escolhidos para a elaboração dos 18 problemas que contemplaram o instrumento diagnóstico. Cada um dos cinco significados da fração, com exceção o significado número, que não apresenta situação no contexto discreto, foram criados abordando as duas variáveis de quantidade e as duas de representação, conforme apresenta o quadro 6.2 abaixo:

VARIÁVEIS	QUESTÕES
Contínua icônica	1; 5; 9; 13 e 17
Contínua não icônica	2; 6; 10; 14 e 18
Discreta icônica	3; 7; 11 e 15
Discreta não icônica	4; 8; 12 e 16

QUADRO 6.2: Distribuição das questões em relação as variáveis

Na seção anterior, onde analisamos o desempenho dos professores frente aos cinco significados da fração observamos uma diferença significativa nos percentuais de acertos entre os significados.

Para este enfoque, questionamos se as variáveis também poderiam influenciar no desempenho dos professores. Para facilitar a compreensão dessa análise, decidimos apresentar separadamente o percentual de acertos nas diferentes variáveis consideradas, conforme apresenta a tabela 6.12:

Tabela 6.12: Percentual de acertos entre as variáveis

Variáveis / Grupos	C	D	I	ÑI
G1	35,4%	46,2%	39,3%	41,0%
G2	44,4%	51,0%	46,7%	48,8%
Total	39,9%	48,6%	43,0%	44,9%

C – contínua	I - icônica
D – discreta	ÑI - não icônica

Os dados da tabela 6.12 apresentam uma diferença de 8,7 pontos percentuais favoráveis à quantidade discreta em comparação à quantidade contínua. Este resultado nos surpreendeu uma vez que na elaboração de situações problemas o número de questões criadas, utilizando quantidade discreta (12 situações), foi bem inferior às criadas com a quantidade contínua (39 situações).

Piaget citado por Nunes et al. (2005) salienta que as crianças apresentam mais dificuldade nas quantidades contínuas do que nas discretas e o mesmo acontece com o desempenho dos professores que participaram dessa pesquisa.

Um questionamento que se pode fazer é até que ponto coincide as concepções e competências de aluno e professores? Não pretendemos responder tal pergunta, mas inferimos que tal questionamento é relevante e interessante para futuras pesquisas.

Quanto à presença de ícones, estes não mostraram um fator facilitador nas questões, visto que o melhor desempenho se deu nas questões não icônicas. Nesse caso conjeturamos que não é o uso de figuras nas questões ou até mesmo o uso de material concreto que influenciará no bom desempenho ou entendimento, mas sim, o significado da situação e as reflexões que elas ocasionaram.

A tabela 6.13 apresenta a visão geral do desempenho dos professores em relação as variáveis e os significados:

		PT		QO		ME		OM		Nº	
		I	**NI**	**I**	**NI**	**I**	**NI**	**I**	**NI**	**I**	**NI**
G_1	**D**	**23**	22	2	9	18	8	8	6	-	-
	C	9	**17**	6	12	11	4	12	12	3	6
G_2	**D**	**23**	21	2	13	20	9	8	6	-	-
	C	12	**20**	5	12	17	3	15	16	3	8

TABELA 6.13: Comparação entre o desempenhos dos professores do G1 e G2 com relação aos significados e variáveis

Cabe relembrar que cada uma das células referente ao G_1 poderia atingir 26 respostas corretas e nas células referente ao G_2, 25.

Observando a tabela 6.13 é possível perceber que os dois grupos de professores têm o mesmo comportamento em relação aos significados da fração, às quantidades e representações.

O significado parte-todo foi o que apresentou maior número de acertos em relação às variáveis de quantidade e representação.

6.5.3 Desempenho quanto aos invariantes

Nesta seção iremos analisar os invariantes do conceito de fração. Segundo Vergnaud (1993) um conceito deve ser visto como a composição de uma terna (S,I,R) em que o segundo componente "I" indica os invariantes. Nunes et al. (2003) lança mão desta mesma terna para discutir o conceito de fração, cujos invariantes desse conceito são: ordem e equivalência.

O quadro 6.3 mostra as questões que fizeram parte do instrumento e que abordaram tais invariantes:

INVARIANTES	QUESTÕES
Ordem	4 e 5
Equivalência	1.2. 2. 7 e 13

QUADRO 6.3: Distribuição das questões em relação aos invariantes

Tivemos o cuidado de distribuir esses invariantes de tal modo que aparecessem nas questões que abordaram os cinco diferentes significados e as variáveis de quantidade e representação. Essa escolha se deu, pois não queríamos que possíveis dificuldades apresentadas na resolução com os invariantes; influenciassem nos resultados dos demais enfoques.

Assim sendo, a questão 1.2 abordava o significado parte-todo com quantidade contínua icônica; a questão 2 o significado quociente com quantidade discreta icônica; as questões 4 e 7 o significado operador multiplicativo com quantidades discretas icônica e não icônica; a 5 o significado número com quantidade contínua icônico e por último a questão 13 no significado medida com quantidade contínua icônica. Decidimos deixar essas questões com mais representações icônicas, pois pensamos que esses invariantes poderiam ser fatores de “complexidade” e nesse caso a presença do ícone seria um “facilitador”.

A porcentagem de resultados obtidos nas 6 questões foram:

Invariantes / Grupos	Ordem	Equivalência	Total
G1	9 de 52 17,3%	33 de 104 31,7%	42 de 156 26,9%
G2	9 de 50 18,0%	46 de 100 **46,0%**	55 de 150 36,7%

TABELA 6.14 – Percentual de acertos envolvendo os invariantes do conceito

Com base nos dados da tabela 6.14, podemos afirmar que o percentual de acerto, no geral, foi muito baixo. Tanto o G_1 quanto o G_2 não atingiram 50% de respostas corretas em nenhum dos dois invariantes.

Comparando o desempenho geral dos grupos, o G_2 apresentou melhor desempenho nos dois invariantes. No que diz respeito ao percentual de acertos entre os invariantes, na *ordem* não houve diferença entre o número de acertos do G_1 e do G_2, mas nas questões de equivalência o G_1 apresentou 14,3 pontos percentuais abaixo do G_2.

Podemos caracterizar que os professores do G_2 além de apresentarem melhor desempenho quanto aos invariantes, nas questões que envolveram equivalência esse percentual de acertos se destacou.

Nas situações criadas (tabela 6.9), a concepção dos professores do G_1 e G_2 se mostrou muito próximas em relação aos invariantes. Em relação à competência, o G_2 se destacou apenas pelo alto índice de acerto no invariante equivalência, pois o perfil dos grupos foi o mesmo.

6.5.4 Categorias criadas a partir das estratégias

Frente ao baixo desempenho dos professores nas resoluções das questões, pudemos perceber que muitos erros se repetiam em diferentes questões. Sendo assim, decidimos agrupar algumas dessas estratégias que os levaram ao insucesso nas questões e criamos seis categorias de análise como apresenta o quadro 6.4:

CATEGORIAS	NOME DAS CATEGORIAS
C1	Desprezo da conservação da área
C2	Relação Parte-parte
C3	Quociente remete para o Operador multiplicativo
C4	Fração vista como dois números sobrepostos
C5	Inversão do numerador com o denominador
C6	Operador multiplicativo remete para o Parte-todo

QUADRO 6.4: Relação das categorias de análise

Ainda nessa seção, definiremos cada uma dessas categorias apresentando as questões em que elas foram diagnosticadas, o total de erros os quais se remetem às categorias bem como uma ilustração que as caracterize. Salientamos que na análise das categorias não mais há separação dos grupos de professores.

Vale relembrar que para cada questão tínhamos no máximo 51 acertos, o número de sujeitos envolvidos em nossa pesquisa.

Antes de exemplificarmos cada categoria, a tabela 6.15 abaixo nos mostra uma visão geral do número de erros por categorias:

Categorias	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Nº de erros	46	37	49	17	56	43

TABELA 6.15 – Total de erros por categorias

Para melhor compreensão dos dados da tabela 6.15, vale ressaltar que nem todos os erros foram categorizados. Categorizamos apenas os erros que apareceram em mais de um item e os quais possibilitaram uma inferência do porquê de tal resposta.

❖ **C1 – Desprezo da conservação da área**

A categoria C1 está diretamente ligada ao significado Parte-todo. Neste caso o professor deixa de lado um requisito fundamental da fração (“o todo dividido em partes iguais”) e se utiliza do procedimento de dupla contagem. A categoria C1 foi encontrada nos itens “c” e “e “ da questão 1:

Questões	**1c**	**1e**
Nº de erros	22	24

TABELA 6.16 - Distribuição da C1 nas questões

No caso da questão 1c, as partes não apresentavam a mesma área e nesse caso era impossível representar uma fração que caracterizasse a figura. Já o item “e” exigia que o professor percebesse que as partes pintadas correspondiam ao dobro das demais partes não pintadas, ou seja, o todo não estava explicitamente dividido.

Essa categoria pode ser ilustrada com resolução da professora P 38 do grupo G_2 com 20 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:

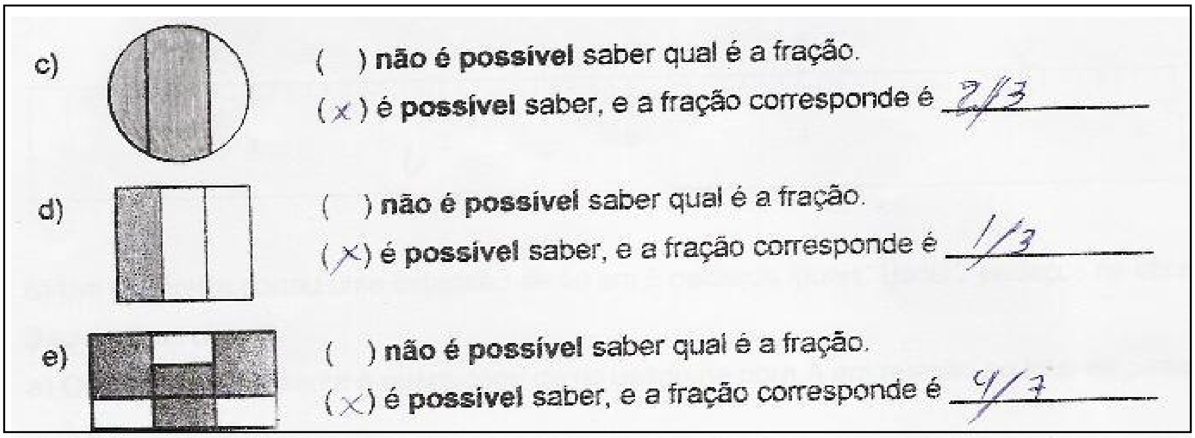


FIGURA 6.10: Erro classificado na categoria 1

Em ambos os itens a professora se utilizou do procedimento de dupla contagem, ou seja, total de partes pintadas para o numerador e o total de partes para o denominador, resultando nas frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{7}$. Já os itens em que o todo estava dividido em partes iguais o desempenho foi próximo do "teto".

Esse erro também foi apontado como significativo nos trabalhos realizados com alunos segundo os autores: Campo et al. (1995); Nunes et al. (2003); Merlini (2005) e Moutinho (2005). Esse é mais um ponto comprovatório da conjectura que levantamos da possível relação entre a concepção errônea do professor e do aluno, apontada na seção 6.5.2.

- **C2 – Relação Parte-parte**

Para essa categoria o professor despreza o todo e se remete apenas às partes. Também cabe pensarmos sobre a utilização de razão a fim de representar tais questões. Essa categoriaC2 foi encontrada nas seguintes questões:

Questões	**3a**	**8**	**16**	**18**
Nº de erros	2	2	3	30

TABELA 6.17 - Distribuição da C2 nas questões

As questões 3 e 8 envolviam o significado medida em quantidade discreta sendo uma delas representada por ícone e outra não. Ainda no significado medida, mas em quantidade contínua sem a representação de ícone, temos a questão 18. E por fim a questão 16 que envolvia o significado parte-todo em quantidade discreta não icônica.

A figura 6.11 ilustra a categoria C2. Essa questão foi respondida por uma professora do grupo G_1 com 14 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:

18) Para fazer uma certa quantidade de argamassa são necessárias 2 medidas de cimento para 5 medidas de areia. Que fração representa a quantidade de cimento em relação a toda a argamassa? 2/5

FIGURA 6.11: Erro classificado na categoria 2

Das 32 respostas errôneas dadas pelos professores, 30 utilizaram à estratégia “parte-parte” ou “razão” fornecendo a resposta $\frac{2}{5}$ e não respondendo exatamente à questão que solicitava uma fração em relação ao todo. A razão, assim como explicitado no Capítulo II seção 2.2.2, se refere somente às partes que compõem o todo, não sendo o “todo” a referência. Já a fração retrata parte de um todo, sendo a resposta correta para a questão 18 a fração $\frac{2}{7}$.

Esse equívoco apareceu em outras respostas, sendo apenas uma das questões no significado parte-todo e as demais no significado medida, assim como apresentamos na tabela 6.17.

- **C3 – Quociente remete para o Operador multiplicativo**

A categoria denominada C3 é exclusiva das questões cujo significado enfocado foi o quociente em quantidade discreta. Sendo assim as questões que apresentaram essa categoria foram:

Questões	**12b**	**12c**	**15**
Nº de erros	18	14	17

TABELA 6.18 - Distribuição da C3 nas questões

Essa categoria explicita uma situação de significado quociente em que o referencial solicitado passa a ser o número de elementos do conjunto a ser repartido e se solicita que o sujeito utilize, implicitamente, a idéia de quociente para representar uma quantidade por uma fração, que sempre poderá ser reduzida a um número natural. Essa operação, se executada como uma simples divisão, remete ao significado quociente. Se executada como o produto de uma fração por um número natural remete ao significado operador multiplicativo.

Um exemplo comum desse tipo de erro (C3) será ilustrado abaixo por uma professora do G_1 com 9 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:

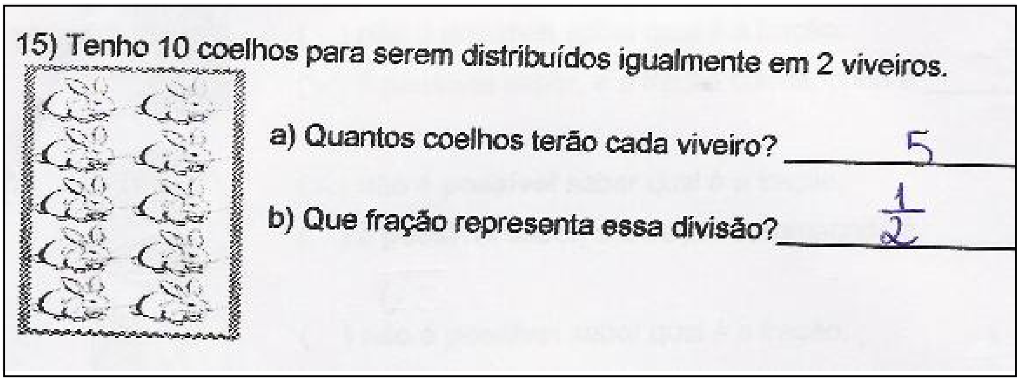


FIGURA 6.12: Erro classificado na categoria 3

A resposta $\frac{1}{2}$, dada por 43,6% dos professores que responderam incorretamente, explica o que descrevemos acima, ou seja, esses professores pensaram em $\frac{1}{2}$ de 10 que resulta no número inteiro 5. Nesse caso podemos afirmar que esses professores não têm a compreensão do que Caraça (1952) denominou como sendo o *"princípio da extensão".* Esse princípio conduz ao entendimento de que as mesmas operações que conduzem a números racionais podem conduzir, em casos particulares, a números naturais, caracterizando o fato de que o conjunto dos números racionais contém o dos naturais.

❖ C4 – Fração vista como dois números sobrepostos

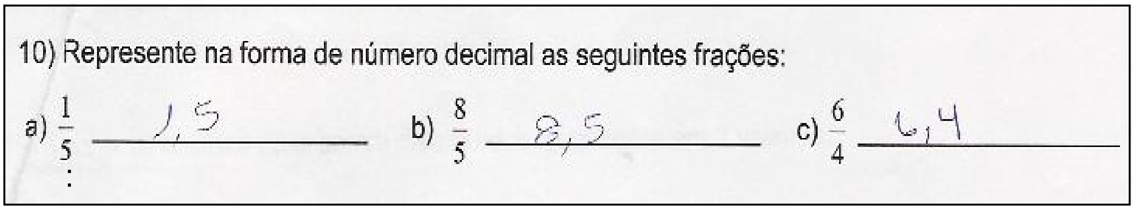
Entendemos a categoria denominada como (C4) os casos em que o professor vê a fração como dois números sobrepostos separados por uma vírgula. Esse erro pode ser interpretado nas questões que envolveram o significado número, conforme mostra a tabela 6.19:

Questões	**5**	**10**
Nº de erros	9	8

TABELA 6.19: Distribuição da C4 nas questões

O significado número, assim como descrito no capítulo V, não precisa, necessariamente, referir-se a quantidades específicas (discretas). Sendo assim, apenas duas questões (5 e 10) envolveram esse significado.

Uma hipótese para tal erro é que questões como essas apresentadas para o significado número são pouco exploradas e quando trabalhadas se apresentam em um quadro restrito de exemplos/atividades. A figura 6.13 apresenta essa categoria estampada na questão 10, no questionário respondido por uma professora do G_2 com 11 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:


10) Represente na forma de número decimal as seguintes frações:

a) $\frac{1}{5}$ 1,5   b) $\frac{8}{5}$ 8,5   c) $\frac{6}{4}$ 6,4

FIGURA 6.13: Erro classificado na categoria 4

Esse tipo de erro nos mostra claramente que estes professores não têm o conhecimento do número racional, na representação fracionária, como um número que representa uma divisão. Ele trabalha com esse número sem saber o seu significado, ou simplesmente considerando a fração como dois números naturais, um sobre o outro separado por um “traço” que ele interpreta como uma “vírgula”.

Nesse mesmo contexto podemos destacar a fala de uma professora quando esta terminou de resolver o caderno 2 que investigava a competência dos professores. O dialogo desta professora com a pesquisadora é ilustrado a seguir:

Professora: *Como posso responder esta questão?* (nesse momento ela apontava a questão 10 que pedia para representar as frações na forma decimal)

Investigadora: Vou te responder com outra pergunta. O que é uma fração? O que significa uma fração?

Professora: *Não sei dizer. (e* nesse momento ela se dirigiu à lousa). *Se a fração fosse* $\frac{1}{10}$ *eu iria responder 0,1; se fosse* $\frac{1}{100}$ *seria 0,01. Pois são essas frações que ensinamos aos alunos.*

Investigadora: Isso mesmo, está correto. Como você chegou a tais resultados?

Professora: *Ensinamos assim: Depende de quantos zeros tem aqui no denominador, você terá de casas depois da vírgula. Exemplo: a fração* $\frac{1}{10}$ *tem apenas um zero. Então escrevo zero, a vírgula e o número 1. A fração* $\frac{1}{100}$ *tem dois zeros. Coloco um zero, a vírgula, outro zero e depois o um. Dois zeros, duas casas decimais.*

Nesse momento percebemos a aplicação mecânica de um procedimento que não representa se quer o conceito de fração. É um procedimento descontextualizado que quando aplicado em frações decimais resulta em acerto.

❖ C5 – Inversão do numerador com o denominador

Nessa categoria inferimos que o professor “entende” a situação, mas não sabe transcrevê-la como uma fração, ou seja, não tem o entendimento do que significa o numerador e o denominador de uma fração.

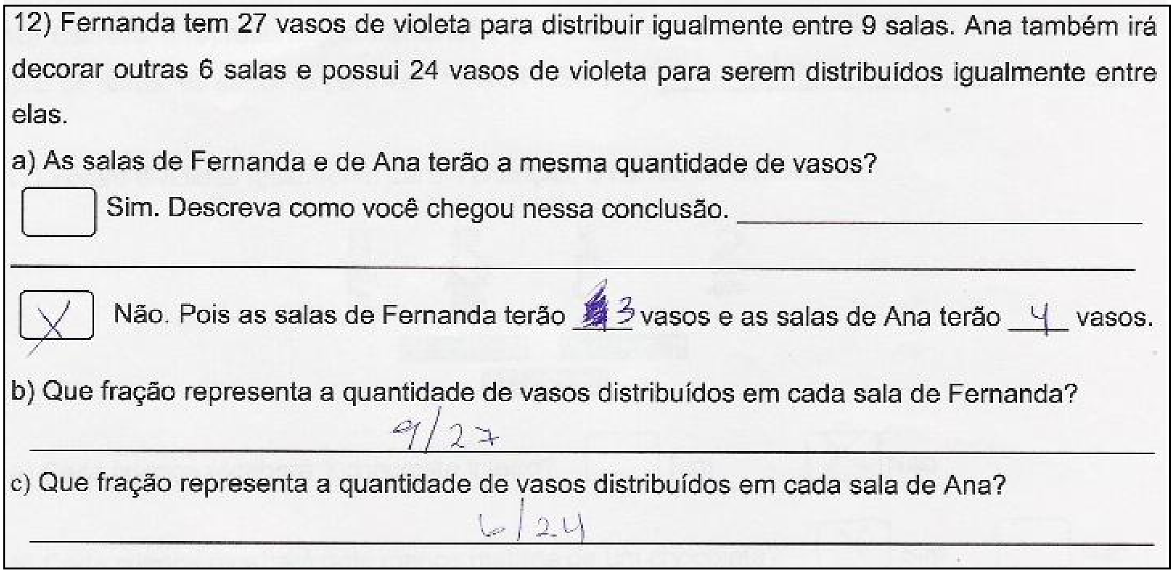
As questões que permitiram visualizar esse erro foram:

Questões	1a	6a	6b	8	12b	12c	15	16	17c
Nº de erros	1	6	6	2	13	15	6	1	6

TABELA 6.20 - Distribuição da C5 nas questões

Como mostra a tabela 6.20, essa categoria se fez presente em várias questões, as quais contemplaram os significados parte-todo, quociente e medida. Esse tipo de erro é muito comum entre as crianças, conforme apresentou os resultados de Bezerra (2001), Merlini (2005) e Moutinho (2005). Mais uma vez, a conjectura de que alunos e professores podem apresentar as mesmas dificuldades se confirmam com esse resultado.

Dentre as várias questões que apresentou a C5, a figura 6.14 ilustra essa categoria com a resposta de uma professora do G_2 com 11 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:


12) Fernanda tem 27 vasos de violeta para distribuir igualmente entre 9 salas. Ana também irá decorar outras 6 salas e possui 24 vasos de violeta para serem distribuídos igualmente entre elas.

a) As salas de Fernanda e de Ana terão a mesma quantidade de vasos?

☐ Sim. Descreva como você chegou nessa conclusão. ______

☒ Não. Pois as salas de Fernanda terão 3 vasos e as salas de Ana terão 4 vasos.

b) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Fernanda?

9/27

c) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Ana?

6/24

FIGURA 6.14: Erro classificado na categoria 5

Essa categoria muitas vezes é tida como “todo-parte” o que significa que o sujeito representa a fração não como uma parte do todo e sim o inverso.

O alto número de respostas erradas na questão 12, faze-nos inferir na possibilidade de além da inversão do numerador pelo denominador, os professores terem a forte crença que o denominador tem que ser sempre maior do que o numerador. Essa hipótese leva a concepção parte-todo, o qual o denominador representa o total de partes e o numerador as partes “tomadas”. As respostas corretas para essa questão seriam $\frac{27}{9}$ e $\frac{24}{6}$.

Não podemos deixar de expressar certa preocupação frente a esses resultados, visto que se trata de pessoas responsáveis pela organização das experiências (crenças) de seus alunos e que possuem um lugar chave para influenciar em suas concepções, Ponte (1992).

- **C6 – Operador multiplicativo remete para o Parte-todo**

Essa categoria foi criada com a finalidade de chamar a atenção para a influência que o significado parte-todo tem nas concepções desses professores. A categoria C6 caracteriza-se nas questões de operador multiplicativo, uma vez que essas apresentavam em seu enunciado frações para serem utilizadas como ferramentas na resolução das questões. A tabela 6.21 nos mostra essas questões:

Questões	**4b**	**7**	**9**	**14**
Nº de erros	11	12	5	6

TABELA 6.21 - Distribuição da C6 nas questões

As quatro questões contemplam o significado operador multiplicativo o qual apresentou o segundo melhor desempenho. A dificuldade encontrada pelos professores em tais questões foi o fato de não fornecermos diretamente uma fração que pudesse ser calculada com a quantidade fornecida, ou seja, na questão 7 quando pedimos, dentro de um contexto, para se calcular $\frac{3}{6}$ de 8, apenas 16 professores responderam corretamente tal questão. Essa categoria pode ser observada na figura 6.15. Essa ilustração é parte do instrumento respondido por um professor do grupo G_1 com 30 anos de experiência nas séries iniciais do Ensino Fundamental:

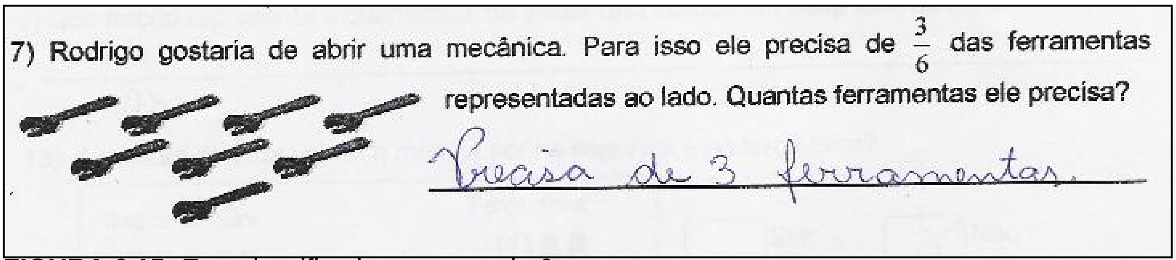


FIGURA 6.15: Erro classificado na categoria 6

A C6 retrata, nesse caso, a resposta 3, onde acreditamos que o professor desprezou tanto a quantidade total de ferramentas fornecidas quanto o denominador da fração, detendo-se apenas ao numerador, que no significado parte-todo, geralmente representa a “parte pintada de uma figura”.

Essa categoria se concretizou após o relato da professora P 13 na entrevista. Apresentamos a essa professora uma folha com cinco questões, as quais abordavam os cinco significados da fração e perguntamos se todas apresentavam o mesmo grau de dificuldade ou se alguma delas poderia ser mais difícil ou fácil de resolver. A resposta foi a seguinte:

A QUESTÃO 3 (VER ANEXO II), $\frac{3}{6}$ DE 8 É IMPOSSÍVEL PARA A CRIANÇA. SE FOSSE $\frac{3}{8}$ DE 8, AÍ SIM DARIA, POIS NEM EU SEI RESPONDER ESTA QUESTÃO.

Foi nesse momento que criamos tal categoria, pois as mesmas também poderiam ser categorizadas em um novo tipo de erro, ou seja, dificuldade em visualizar frações equivalentes.

Acreditamos agora ter dado suficientes para responder nossa questão de pesquisa, a qual será tratada no próximo capítulo, o seja, conclusão de nosso estudo.

CAPITULO VII
CONCLUSÃO

7.1 INTRODUÇÃO

Este estudo teve por objetivo identificar e analisar as crenças, concepções e competências dos professores que atuavam no 1º e 2º ciclos no Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de fração.

Para alcançarmos tal objetivo, iniciamos por justificar o interesse de tal investigação e, em seguida, apresentamos a problemática e a questão de pesquisa (Capítulo I).

Dois pressupostos teóricos foram fundamentais para nos auxiliar no desenvolvimento desse estudo: a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990, 2001), que nos ajudou a compreendermos como se dá a formação do conceito e a Classificação teórica de fração proposta por Nunes et al. (2003), a qual apresenta cinco diferentes significados para esse conceito (Capítulo II).

Ainda como aporte teórico, tivemos as contribuições de Ponte (1992, 1995) e Nóvoa (2001), os quais nos auxiliaram quando de nossa interpretação dos dados advindos do perfil dos professores e sua relação com as crenças, concepções e competências deles (Capítulo III).

Na seqüência, procuramos entender a fração a partir de três diferentes perspectivas: da *Ciência* – sua evolução histórica e construção formal -, da *Escola* – análise de três coleções de livros didáticos dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental – e da perspectiva da *Pesquisa* – revisitando estudos relevantes e correlatos ao nosso estudo (Capítulo IV).

Apoiando-nos nas idéias teóricas, bem como nas leituras de pesquisas relacionadas ao nosso estudo, definimos e construímos a metodologia de nosso estudo, a qual consistiu na elaboração e aplicação de um instrumento diagnóstico. Tal instrumento foi formado por quatros partes e aplicado coletivamente em dois encontros. Tivemos um público alvo de 51 professores, sendo que 26 lecionavam no 1º ciclo e 25 no 2º ciclo do Ensino Fundamental, distribuídos em três escolas da rede municipal da cidade de Osasco (Capítulo V).

O passo seguinte à realização do estudo foi a análise dos dados (Capítulo VI). Esta análise nos forneceu informações suficientes para respondermos à nossa questão de pesquisa, o que acontecerá no presente capítulo. Para tanto apresentaremos, na próxima seção (7.2), uma síntese desses resultados, para em seguida retomarmos a questão de pesquisa com o intuito e respondê-la (seção 7.3). Por fim, concluiremos esta dissertação apresentando algumas sugestões para futuros trabalhos, as quais nos surgiram após a reflexão sobre nosso estudo (seção 7.4).

7.2 SÍNTESE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Nessa seção apresentaremos uma síntese dos resultados obtidos e discutidos no capítulo de análise. Para tanto, dividiremos esta seção em três partes: crença, concepção e competência, sendo que os dados referentes ao perfil dos professores serão, sempre que forem pertinentes, acoplados a essas partes.

<u>Crença</u>

Os professores dos dois grupos (G_1 e G_2) apresentaram crenças muito próximas com relação à fração e seu ensino, o que indica que o fato do professor estar ou não trabalhando com o ensino desse conteúdo, não influência em suas crenças. Nesse caso, podemos inferir que a crença é “mais forte” do que a prática docente, ou seja, ela se sobrepõe à experiência docente.

Mais da metade dos professores (tabela 6.3, p.148) acredita que os alunos apresentam dificuldade em lidar com o conceito de fração e sugerem como estratégia de ensino apenas lançar mão da percepção -trabalhar com o concreto. Essa estratégia aparece isolada, ou seja, sem a explicação de como poder trabalhar com o concreto. Concluímos que a preocupação desses professores não estava relacionada ao trabalho com as relações lógico-matemáticas, mas sim com o ensino da fração por meio da percepção, como apontado por Campos e Magina (2004) na conclusão de seu estudo.

Os dados do gráfico 6.4 (p.153) e da tabela 6.4 (p.150) nos permitiram concluir que, pelo menos, $\frac{1}{3}$ dos professores não reconhecem a divisão como a operação por excelência da fração e consequentemente têm dificuldade de ensiná-la, uma vez que não entendem a estrutura dessa representação. A entrevista com uma das professoras (p.151) mostrou que a mesma acredita que a dificuldade do professor influência na concepção dos alunos, e esta foi uma das conjecturas que levantamos Capítulo III.

Mesmo considerado a fração como um conceito “abstrato” (6 professores), há um número grande (33 professores), que acreditam que o conceito de fração deve ser introduzido no 1º ciclo do Ensino Fundamental. Do ponto de vista da

Teoria dos Campos Conceituais essa crença é justificável, já que Vergnaud (1993) afirma que a construção de um conceito se dá ao longo tempo.

Concepção

A análise das concepções foi realizada a partir da interpretação dos problemas criados pelos professores. Das 153 situações que poderiam ser criadas, tivemos apenas 51. Destas, 22 foram elaboradas e as demais, 29, foram apenas indicação de uma possível situação. Interpretamos tal comportamento como uma indicação de que esses professores apresentam dificuldades em elaborar situações-problema que favoreçam o ensino de fração.

Outro dado interessante foi que a quantidade de situações criadas pelos professores dos dois grupos, foram muito próximas (G_1=24 e G_2=27). Mais uma vez notamos que o comportamento desses professores sofre pouca influência pelo fato de eles estarem ou não trabalhando com o conceito de fração.

Nas situações criadas foi possível identificar o *aspecto prático* apontado por Behr et al. (1983), no que tange ao ensino e aprendizagem do conceito de fração. Esse aspecto esteve presente, principalmente, nas situações indicadas, nas quais os professores explicitavam uma divisão entre duas variáveis distintas relacionadas ao cotidiano das crianças.

Com relação aos cinco significados da fração, os dados apontaram que não houve uma distribuição na criação eqüitativa dos significados.

Os professores do G_1 apresentaram suas concepções fortemente ligadas ao significado parte-todo (gráficos 6.5 e 6.6, p 159) enquanto os professores do G_2 no significado operador multiplicativo (gráfico 6.5) e quociente (gráfico 6.6).

A concepção dos professores do G_1 pode ser interpretada como o espelho de seu aprendizado da época em que eram alunos do Ensino Fundamental. Salientamos que eles não estavam trabalhando com o conceito de fração no momento da coleta de dados. Já os professores do G_2 podem ter tido suas concepções influenciadas pelos livros didáticos, os quais costumam apresentar um número alto de questões, envolvendo o significado operador multiplicativo (seção 4.3.3, p. 79). No que diz respeito ao significado quociente, alguns pesquisadores como: Kerslake, (1986); Nunes e Bryant, (1997); Bezerra, (2001); Escolano e Gairín, (2005) e Kieren, (1988) sugerem que a introdução do conceito de fração por este significado pode proporcionar um melhor entendimento desse conteúdo. Essa pode ter sido a justificativa para a indicação de situações com o significado quociente.

Os demais significados, número e medida, não tiveram incidência nos problemas criados, talvez porque os livros didáticos não explorassem esses significados (seção 4.3.3, p. 78).

Quanto as variáveis de quantidade (discreta e contínua) e de representação (icônica e não icônica), predominaram nos problemas criados pelo G_1 a quantidade contínua, sem a presença de ícone e esses, geralmente se referindo a “pizza” ou a “chocolate” (tabelas 6.7 e 6.8, p. 165). Já os professores do $G_{2,}$ mobilizaram diferentes variáveis e também exploraram diferentes contextos, além do chocolate e da pizza, contexto com pessoas, frutas e dinheiro. O G_2 só não explorou na criação das situações-problema a variável quantidade discreta icônica.

Acreditamos que tal diferença, entre as concepções dos professores do G_1 e G_2, esteja relacionada às séries em que esses professores estavam trabalhando e não ao tempo de experiência de ensino, visto que os problemas elaborados são bem próximos dos que se encontram nos livros didáticos. Nesse sentido, temos as idéias de Nóvoa (2001) que defende a idéia de que a experiência, por si só, não é formadora, pois pode ser uma mera repetição, de uma mera rotina.

Neste momento, podemos inferir que a concepção dos professores parece sofrer influências de sua prática docente, o que possibilitaria que fosse feito um trabalho minucioso com os professores a fim de se solucionar possíveis concepções errôneas. O mesmo não acontece com a crença, conforme descrevemos no inicio dessa seção. A prática docente não influência nas crenças já formadas.

Quanto aos dois invariantes da fração (ordem e equivalência), os grupos apresentaram o mesmo perfil, sendo que a ocorrência nos problemas criados foi baixo (17,6%). Considerando que tais invariantes são pouco explorados nos livros didáticos, talvez seja a explicação para a baixa ocorrência nos problemas criados no G_2.

Comparando os dados obtidos nos grupos G_1 com o G_2, podemos interpretar que os professores do G_2 possuem um melhor *conhecimento profissional* (Ponte, 1998) do que os professores do $G_{1,}$ uma vez que esse último apresentou concepção restrita às situações de parte-todo, com quantidade contínua não icônica. Observamos que o G_2 explorou um pouco mais as variáveis da fração (significados, quantidade e representação), mas o resultado geral ficou aquém do esperado, uma vez que as questões elaboradas, além de terem sido em pouca quantidade, apresentaram falhas conceituais no seu enunciado. Outro dado importante e relevante foi a concepção restrita dos significados da fração, visto que estamos defendendo e apoiado-nos nas idéias de Vergnaud e Nunes, cujo conhecimento conceitual deve emergir dentro de uma variedade de situações.

Nesta perspectiva, temos também o aspecto *psicológico* apontado por Behr et al. (1983), que propõem um rico campo para que as crianças possam expandir suas estruturas mentais. Este aspecto psicológico, por sua vez, não se fez presente na concepção dos professores do G_1 e $G_{2,}$ os quais apresentaram concepções restritas a respeito do conceito de fração.

Competência

De início, observamos que os percentuais de acertos, tanto para o G_1 (40,2%) quanto para o G_2 (47,3) foram baixo e próximo um do outro, o que demonstra certa homogeneidade no que se refere à competência desses professores para lidarem com resolução de problemas de frações.

O G_2 apresentou, em média, 6,4 pontos percentuais acima do G_1 nos cinco significados da fração. Essa diferença, provavelmente, se deveu à experiência profissional do G_2, que estava trabalhando com o ensino de fração no momento da coleta de dados. Não acreditamos que haja influência do tempo de “experiência” em sala de aula, pois as concepções se mostraram bem próximas daquelas que encontramos nos livros didáticos e os erros cometidos na competência foram, praticamente, os mesmos dos professores do G_1. Esses erros se mostram como concepções errôneas já enraizadas, as quais influenciam na competência desses professores.

A semelhança entre os percentuais de acertos nos grupos de professores se confirmou ao analisarmos os diferentes significados da fração (gráfico 6.7, p.

173), e onde foi possível identificar imediatamente o significado parte-todo (72,0%) como o melhor desempenho dentre os significados para os dois grupos.

Nesse sentido, o G_1 mostrou total coerência entre a concepção (maior números de problemas criados foi no significado parte-todo) e a competência (maior índice de acerto foi nos problemas de parte-todo), o que não aconteceu com o G_2. Os professores deste último grupo elaboraram maior número de situações no significado operador multiplicativo e o maior número de indicação no significado quociente, enquanto que na competência, o melhor desempenho foi no significado parte-todo. Para esse último grupo de professores, podemos inferir que, mesmo ainda restrito nas concepções relacionadas à fração, eles apresentam mais estratégias de ensino do que a própria competência na resolução de problemas.

Podemos destacar que o significado parte-todo foi o único que apresentou, na média, mais de 50% de acertos. O melhor desempenho se deu nos problemas que envolveram quantidade discretas e, em especial, com a presença de ícones.

É possível observar, ainda, que nas questões que envolviam a quantidade contínua, o ícone não foi um agente facilitador. Por exemplo, a questão 1e, que abordava o significado parte-todo (o significado com mais sucesso) em quantidade contínua com presença de ícone, o índice de acerto foi 43,1% sendo a dificuldade identificada no desprezo da conservação de área (erro do tipo C1, p 182).

Foi no significado quociente que os professores apresentaram o segundo pior desempenho (29,9% de acertos). Dentro desse significado, as questões icônicas foram as que mais apresentaram erros (tabela 6.13, p. 178), sendo que os erros mais comuns foram aqueles classificados na categoria “inversão do numerador pelo denominador” (erro do tipo C5, p. 188). Uma explicação para isso pode estar na crença errônea de que o numerador da fração deve ser sempre menor que o denominador. Crença esta que também apareceu com freqüência nos estudos de Moutinho (2005) e Merline (2005). O maior sucesso nesse significado se deu nas questões não icônicas, tendo uma homogeneidade no percentual de acertos que envolviam as quantidades discreta e contínua.

Analisando o significado medida, embora o percentual de acertos nos dois grupos tenha sido baixo, este foi o terceiro melhor desempenho entre os significados (G_1= 36,5% e G_2= 45,0%), alcançando maior sucesso nas questões icônicas. Nestas questões percebemos facilmente que o ícone foi um fator facilitador. Nestes dados, chama-nos a atenção a discrepância entre concepção e competência. Na concepção não tivemos se quer uma situação indicada nesse significado. Sendo assim, inferimos que os professores não consideram como uma possibilidade de ensino, situações que envolvam esse significado.

O significado operador multiplicativo, o qual apresentou o segundo melhor desempenho dentre os grupos de professores (G_1= 39,4% e G_2= 49,0%), teve como variável facilitadora a quantidade contínua. Neste significado não houve diferença alguma no desempenho dos professores com relação às questões terem ou não representação icônica.

Por último temos o significado número, o qual os professores do G_1 e G_2 apresentaram pior desempenho (G_1= 17,3% e G_2= 22,0%). Nesse significado, que só envolveu quantidade contínua, o ícone não se apresentou como facilitador, uma vez que o melhor desempenho foi na questão não icônica. Aqui, diferentemente dos significados medida e quociente, os baixos resultados referentes à concepção e à competência dos professores estão em consonância.

Esse resultado nos permite concluir que a fração compreendida enquanto objeto do conjunto numérico dos racionais está longe de ter sido apropriada por esses dois grupos de professores.

O terceiro aspecto apontado por Behr et al. (1983), perspectiva *matemática*, que deve estar presente no ensino e aprendizagem do conceito de fração, diz respeito às primeiras compreensões desse conceito. Com os resultados obtidos na parte de competência podemos afirmar que este aspecto está aquém do satisfatório.

Com relação aos invariantes da fração – ordem e equivalência – o percentual de acertos foi bem baixo (tabela 6.14, p. 179). Foi possível perceber que, apesar do desempenho do G_2 ter sido um pouco melhor, os resultados apontam para uma mesma tendência de sucesso entre os grupos G_1 e G_2. Os melhores índices de acerto foram obtidos nas questões de equivalência (G_1= 31,7% e G_2= 46,0%), sendo que o invariante ordem teve um sucesso bem baixo (G_1= 17,3% e G_2= 18,0%). Mais uma vez, confirma-se a não ampliação do campo conceitual desses professores, pois o invariante ordem esta diretamente relacionado ao significado número, o qual está compreendido como objeto do conjunto numérico dos racionais.

Constatamos que não houve, em nenhum dos grupos pesquisados, um desempenho eqüitativo entre os cinco significados da fração propostos por Nunes et al. (2003), ou entre as variáveis de quantidade ou de representação e nem mesmo nos invariantes do conceito.

Este dado é preocupante e relevante, visto que, segundo Vergnaud (1990), os conceitos matemáticos adquirem significado a partir de uma variedade de situações e que cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de um único conceito, mas, ao contrário, ela requer vários deles.

Nesse mesmo sentido, mas direcionando para o nosso objeto de pesquisa, temos as idéias de Nunes et al. (2003) e Kieren (1976), as quais afirmam que para a compreensão do conceito de fração é necessário, não apenas, o entendimento dos diferentes significados (constructos), mas sim a relação entre estes.

7.3 RESPONDENDO A QUESTÃO DE PESQUISA

Nosso estudo teve por objetivo identificar e analisar as crenças, concepções e competências dos professores que atuam no 1º e 2º ciclos no Ensino Fundamental no que diz respeito ao conceito de fração e os seus cinco significados.

O interesse para tal pesquisa se deu ao depararmos com o baixo desempenho dos alunos frente às questões de fração. Apesar de não ser o objetivo deste trabalho, no seu bojo, levantamos vários questionamentos sobre a possível relação entre o conhecimento e competência de professores e alunos. Após a análise dos dados, consideramos ter informações suficientes para afirmar que essa relação existe.

As evidências diagnosticadas até aqui, apontam a grande importância do papel do professor nas crenças, concepções e competências dos seus alunos. Apoiados, nessa hipótese, elaboramos a seguinte questão de pesquisa:

Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?

Para responder tal pergunta, consideramos necessários mais duas perguntas especificas, propostas no início deste trabalho, com o objetivo de fornecer os elementos necessários para responder à questão de pesquisa principal:

1- Quais as crenças e concepções que esses professores têm a respeito da fração? – entendimento no ensino.

2- Quais as competências desses professores nas resoluções das questões envolvendo o conceito de fração? – entendimento na competência.

Essas duas questões podem ser resumidas no que Ponte (1998) nomeia como *conhecimento profissional* (pergunta 1) e *competência profissional* (pergunta 2).

Como *conhecimento profissional* (pergunta 1), podemos apontar que os professores reconhecem as dificuldades, tanto de seus alunos quanto deles próprios, em lidar com frações e consideram que a antecipação desse ensino para o 1º ciclo pode proporcionar melhor entendimento a seus alunos. Sua crença de ensino é restrita à percepção, ou seja, acreditam que trabalhar apenas com a percepção proporcionará a seus alunos o entendimento de fração.

Quanto às concepções, os dois grupos apresentaram comportamentos distintos. O G_1 apresentou concepção restrita no significado parte-todo com quantidade contínua não icônico. Já no G_2, a concepção abrangeu os significados no operador multiplicativo em quantidade discreta não icônica e no significado quociente nas quantidades contínuas não icônicas. O primeiro significado apontado para o grupo G_2 foi explicitamente diagnosticado nos problemas elaborados pelos professores enquanto o segundo significado foi interpretado (implicitamente) nas questões indicadas. Estes professores nos pareceram ter uma visão mais ampla, mas não atingiram o significado número, medida e nem a quantidade discreta não icônica.

Quanto aos invariantes do conceito de fração, constatamos, nos dois grupos, uma baixa, mas presente, utilização dos mesmos.

Na *competência profissional* (pergunta 2), identificamos que tanto os professores do G_1 quanto os do G_2 apresentaram melhor competência em problemas envolvendo o significado parte-todo.

Quanto à variável quantidade contínua e discreta houve uma tendência de acertos nas quantidades discretas. No que diz respeito à variável representação, esta apresentou, salvo pequena diferença, resultados muito próximos entre o percentual de acerto nas questões icônicas e não icônicas.

Nos invariantes do conceito de fração, ordem e equivalência, tivemos uma diferença expressiva na quantidade de acertos entre esses invariantes. Os professores se mostraram ser mais competentes quanto ao invariante equivalência em comparação à ordem. Mais uma vez a restrição na aquisição do conjunto numérico dos racionais.

Com as respostas das duas questões que subsidiaram a principal, é possível responder à questão, geral, de pesquisa a qual retomaremos a seguir:

Qual é o entendimento que os professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apresentam em relação ao conceito de fração?

Podemos afirmar que, para essa amostra de sujeitos, os professores reconhecem a fração como sendo um conceito complexo, mas acreditam que se trabalhado desde as primeiras séries do 1º ciclo pode-se proporcionar uma melhor compreensão para os alunos. Por outro lado, esses professores precisam adquirir conhecimento mais amplo sobre o conceito de fração. Essa afirmação pode ser justificada, ao analisarmos o baixo percentual de acertos (significados, variáveis e invariante do conceito) e também ao diagnosticarmos que os erros cometidos pelos professores, nessa pesquisa, são bem próximos dos cometidos pelos alunos (Merlini, 2005 e Moutinho, 2005).

O significado parte-todo permanece fortemente implícito no conhecimento desses professores, mas também percebemos que os livros didáticos influenciam muito em suas concepções.

Identificamos muitas concepções errôneas que já estão enraizadas no conhecimento desses professores. Esse fato pôde ser observado nos resultados obtidos pelos professores do 2º ciclo, os quais estavam trabalhando com fração. Suas concepções são influenciadas pelos livros didáticos, mas quando ficam frente a questões a serem resolvidas, as concepções formadas quando aluno, que em muitos casos apresentam falhas, florescem e influência na sua competência.

Partindo dessa hipótese, é o momento de refletirmos se os cursos de formações inicial e continuada estão atentos para esse fato, e se sim, como estão sendo realizados os trabalhos junto a esses professores. Temos a convicção de que um bom trabalho nessa área pode amenizar tais falhas como, por exemplo, fazer com que os professores reconheçam a fração em outros significados, além do parte-todo, a ampliação do conjunto numérico e a apropriação explicita dos invariantes do conceito. O resultado alcançado nesse trabalho, poderia proporcionar aos professores um maior equilíbrio na terna S,I,R , citada por Vergnaud (2001) como fundamental para a construção do conceito.

Podemos afirmar também que os professores do G_2 perceberam, ainda que seja muito pouco, a necessidade de trabalhar com várias situações e contextos para a construção do conceito, mas estes não apresentaram competência o suficiente para ensinar seus alunos. Nesse mesmo sentido podemos afirmar que esses professores oferecem maior variedade em técnicas de ensino, mas não têm a apropriação do entendimento dessas.

Nesse sentido, temos a convicção de que, o processo para um melhor conhecimento e competência profissional desses professores, no que refere à fração, já se encontra nos primeiros degraus e sua chegada ao topo exige que continuemos realizando pesquisas e formação continuada com os professores.

7.4 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Nesse estudo, o nosso objetivo foi investigar o entendimento (crença, concepção e competência) que os professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental têm a respeito do conceito de fração. Para alcançarmos tal objetivo, muitas outras questões ficaram latentes no decorrer do trabalho, as quais propomos para futuras pesquisas:

- Como os cursos iniciais que propiciam esses profissionais o direito de lecionar nas séries inicias, os quais vão influenciar diretamente nas crenças e concepções dos alunos, trabalham com o conceito de fração? Esses mesmos cursos têm a possibilidade de diagnosticar concepções errôneas criados pelos seus “alunos” quando criança e trabalhar para modificá-la?

Com essa questão poderíamos diagnosticar se os cursos de formação iniciais propiciam aos futuros professores que ingressem no mercado com suas concepções errôneas solucionadas, pois estas, assim como vimos em nosso estudo, refletem diretamente em sua competência e conseqüentemente nas concepções de seus alunos.

Outra questão seria:

- Os cursos de formação continuada têm a preocupação de trabalhar com resultados encontrados em pesquisas diagnósticas? Como está a relação desses cursos com os resultados obtidos no campo da pesquisa?

Essa outra questão nos permitiria visualizar a influência que a formação continuada possa ter no entendimento dos professores. Esta questão poderia vir acompanhada de um trabalho comparativo entre professores que não participam de cursos de formação continuada com os que participam.

Além das questões que nos permeou durante a realização desse estudo, propomos também, a futuros trabalhos, que de posse dos dados adquiridos nessa pesquisa diagnóstica realize um trabalho de intervenção com professores, a fim de minimizar ou até mesmo superar alguns entendimentos errôneos diagnosticados aqui.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, G. *Introdução à análise Matemática*. 2ª ed. rev. São Paulo: Edgard Blucher, 1999**.**

BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação.* Brasília, DF, 1996.

______, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática (1ª a 4ª) Brasília, DF, 1997.

______, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação de Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática (5ª a 8ª). Brasília, DF, 1998.

BEHR, M. J. et al. Rational number, ratio, and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 1983. p. 296-333.

BEZERRA, F. J. *Introdução do Conceito de Número Fracionário e de suas Representações: Uma abordagem Criativa para a Sala de Aula.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2001.

BROUSSEAU, G. Os Diferentes Papéis do Professor: Contextualização e Descontextualização do Saber. *In: Parra, C., Saiz, I. (orgs.), Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.* Porto Alegre/RS, 1996.

CAMPOS, T. et al. *Uma análise da construção do conceito de fração*: relatório de pesquisa. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Não publicada, 1995.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática.* Lisboa: Gradiva, 1998.

D'AMBRÓSIO, B. *Conteúdo e metodologia na formação de professores*. In Fiorentini, D. & Nacarato, A.M. Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. P. 20-30.Ed Musa, São Paulo, 2005

DELVAL, J. Introdução à prática do método clínico descobrindo o pensamento das crianças. Tradução Fátima Murad. Porto Alegre, 2002.

ESCOLANO, R. GAIRIN, J.M. "*Modelos de Medida para o Ensino do Número Racional na Educação Primária* ".Revista Iberoamericana de Educação Matemática. Lisboa. 2005. Disponível em:http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ponte/ Acesso em: 12 agos. 2005.

KERSLAKE, D. *Fractions: children's strategies and errors*: a report of the strategies and errors in Secondary Mathematics Project. Windsor: NFER-Nelson, 1986.

KIEREN, T. E. Multiple views of multiplicative structures. In: HAREL, G.; CONFREY, J. (eds.): *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics.* New York: State University of New York Press. 1994. p. 389-400.

_____________. Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: J. HIEBERT, J.; BEHR, M. (eds.): *Number concepts and operations in the Middle Grades.* New Jersey: Erlbaum, 1988. p. 162-80.

_______. Number and measurement: *mathemathical, cognitive and instrucional foundaments of rational number*, Columbus, OHERIC/SMEA, p. 101-144, 1976.

LIMA, V.S. *Mapeamento Cognitivo: Um estudo do conceito de frações em estudantes de magistério e professores do primeiro grau (1ª a 4ª séries).*

Dissertação de Mestrado, Grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM), UNICAMP, 1996.

MACK, N. K. *Learning rational numbers with understanding*: the case of informal knowledge. In: T. P. Carpenter; E. Fennema, and T.A. 1993.

MAGINA, S., CAMPOS, T.M.M., NUNES, T., GITIRANA, V. *Repensando Adição e Subtração*. –1ª ed.- São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; *Teacher's conceptions of fractions and their teaching strategies*, 2004, Copenhague. ICME- International Congress of Mathematical Education-
Disponível em: http://www.icme-organisers.dk/tsg22/. Acesso em: 15 abr. 2006.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração e seus diferentes significados: um, estudo junto a alunos de 5 e 6ª série do Ensino Fundamental.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

MOUTINHO, L. *Fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

NACARATO, A.M; Passos, C. L. B; CARVALHO, D.L de*.. Os graduandos de pedagogia e suas filosofias pessoais frente a matemática e o seu ensino*. Zetetikè; Campinas; 2004; v.12; 21; p.9-33, jan-jun.

NÓVOA, A. *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

_________. *Programa de formação continuada para profissionais do Ensino Médio.* Síntese da teleconferência proferida em 2001.

NUNES, T., BRYANT, P. *Crianças Fazendo Matemática.* Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T., BRYANT, P., PRETZLIK, U. & HURRY, J. *The effect of situations on children´s understanding of fractions.* Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, June, 2003.

NUNES, T. et al. *Educação Matemática: números e operações numéricas.* 4.ed. São Paulo: Cortez, 2005

PERRENOUD, P. *Dez Novas Competências para Ensinar.* Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre, 2000.

PIAGET, Jean. *O Nascimento da Inteligência na Criança*. Trad. Alvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

PONTE, J. P. *A formação matemática o professor. Uma agenda com questões para reflexão e investigação.* Lisboa, 2003. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.html . Acesso em: 02 mar. 2006.

____________. *A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas*. Conferência realizada no I SIPEM — Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, promovido pela SBEM — Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e realizado em Serra Negra, São Paulo, Brasil, em Novembro de 2000. (em publicação). 2001. http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.html . Acesso em: 02 mar. 2006.

____________..*Da Formação ao Desenvolvimento Profissional*. Actas do ProMat 98 (pp. 27-44) Lisboa:APM, 1998.

http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.html. Acesso em: 20 maio. 2006.

____________. *Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática.* In: João Pedro Ponte et al (org). Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Que Formação? Lisboa, SPCE 1995.

___________ . *Mathematics teachers' professional knowledge*. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), Proceedings PME XVIII (Vol. I, pp. 195-210). Lisboa, Portugal. 1994.
http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm . Acesso em: 15 mar. 2006.

_____________. *O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Educação e Matemática.* Lisboa: APM, n. 31, 1994. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.html . Acesso em: 5 set. 2005.

____________. *Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Educação Matemática: temas de investigação.* Lisboa: IIE, 1992. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.html . Acesso em: 2 set. 2005.

RICO, L et al. *Concepciones y creencias Del profesorado de secundaria andaluz sobre enseñamza-aprendizaje y evaluación em matemáticas*. Cuadrante, Lisboa: APM, 2002.

RUDIO,F.V. *Introdução ao projeto de pesquisa cientifica,* Rio de Janeiro, 1978.

SAEB *Relatório SAEB 2001 – Matemática*. Sistema de Avaliação do Ensino Básico. Brasília INEP, MEC, 2001.

SANTOS, A. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

SARAIVA, M., & Ponte, J. P. *O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática*. *Quadrante, 12*(2), 25-52, 2003.

SARESP *Relatório SARESP*. Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar. São Paulo: SSE/SP. Vol. 4, 1998.

SILVA, M. J. *Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 1997.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.

VERGNAUD, G. *Didáctica das Matemáticas.* In BRUN, J. Lisboa.Instituto Piaget, 2001.

____________ *Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica.* Perspectivas, 26(10): 1996 , 195-207.

____________ *Teoria dos campos conceituais*. In NASSER, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26. 1993.

____________ *Multiplicative conceptual field: what and why?* In GUERSHON, H. and La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (23): 133-170, 1990.

______________ *La formation des concepts scientifiques Relire Vygotsky et debattre.avec lui aujourd"hui"*. Enfance,Tome 42, n.1-2, (1989). p.111-118.

____________ *Multiplicative structures*. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161, 1988.

___________. *Problem solving and concept development in the learning of mathematic..* E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen, 1987.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ANEXOS

ANEXO I – O instrumento de pesquisa

Nome:____(pode ser fictício)

1) Você cursou: **( )** Magistério **( )** Pedagogia
( ) outro curso universitário Qual? ________________

2) Em qual(is) rede de ensino você leciona?

( ) Particular ( ) Municipal ( ) Estadual

3) Que ano você se formou? _________________________________

4) Há quanto tempo você leciona?_____________________________

5) Em que série(s) você está trabalhando? ______________________________

6) Qual(is) série(s) que você já trabalhou? ______________________________

7) A partir de qual série você acha ideal introduzir o conceito de fração? ______
Por quê? ____
____

8) Com base em sua experiência na sala de aula, os alunos apresentam dificuldades ao trabalhar com fração? **( )** SIM **( )** NÃO
<u>Em caso afirmativo</u>, cite algumas dificuldades e dê sugestões de como podemos solucioná-la ____
____
____

9) Para essa questão enumere de **<u>0 a 5</u>** os itens abaixo, usando o seguinte critério:

0 – nunca ensinei
1 – muito difícil de ensinar
2 – difícil de ensinar
3 – nem difícil, nem fácil
4 – fácil de ensinar
5 – muito fácil de ensinar

( ) adição	( ) subtração sem reserva	( ) multiplicação
( ) divisão sem resto	( ) subtração com reserva	( ) fração
( ) divisão com resto	( ) expressão	( ) números decimais

APENAS se você assinalou os critérios **0, 1 ou 2** em algum dos itens acima:

Quais são as suas justificativas? ____

____

____

10) Você relaciona o conceito de fração com alguma operação? **( )** SIM **( )** NÃO

Se **SIM**, Qual (ou quais)? ____

Se **NÃO**, por quê? ____

____

____

11) Elabore abaixo **3 situações** que você considera boas para trabalhar o conceito de fração

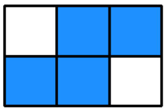
SITUAÇÃO A:

SITUAÇÃO B:

SITUAÇÃO C:

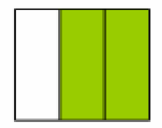
Nome:____(pode ser fictício)

1.1 - Responda qual a fração que representa as partes pintadas de cada da figura.

a) 

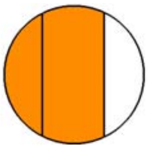
( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é _____________

b) 

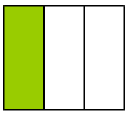
( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é _____________

c) 

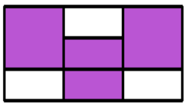
( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é _____________

d) 

( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é _____________

e) 

( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é _____________

1.2 Com relação às figuras acima, indique quais representam dois terços___________

2) Em uma festa foram distribuídos igualmente 3 bolos para 7 crianças, e em outra festa foram distribuídos igualmente 9 bolos, do mesmo tamanho, para 21 crianças.

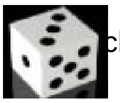
Todas crianças receberam a mesma quantidade de bolo?

Descreva como você chegou nessa conclusão ____________________________

____

____

3) Jogando apenas uma vez um dado de 6 faces, qual a fração que representa a



chance de tirar o número 3? __________

b) Jogando apenas uma vez dois dados juntos, cada um com 6 faces, qual a fração

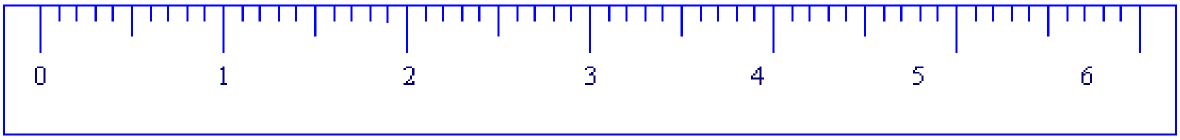
que representa a chance de tirar o número 3 nos dois dados? _________

4) Em uma gincana, os três primeiros alunos que terminaram as tarefas ganharam um número de bolas, do total de 35, conforme a classificação. Paulo ganhou $\frac{4}{14}$ das bolas, Daniel $\frac{1}{7}$ e Thiago $\frac{4}{7}$.

a) Quem chegou em 1º, 2º e 3º lugar respectivamente? ______________________

b) Qual a quantidade de bolas que Paulo, Daniel e Thiago ganharam respectivamente?____

5) Identifique as frações $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$ na reta numérica abaixo:



6) Um eletricista cortou uma extensão de fio em 5 pedaços iguais. Usou 2 pedaços na obra A e 3 pedaço na obra B.

a) Que fração representa a quantidade de fio usado na obra A em relação ao total de pedaços? ____________________

b) Que fração representa a quantidade de fio usado na obra B em relação ao total de pedaços? ____________________

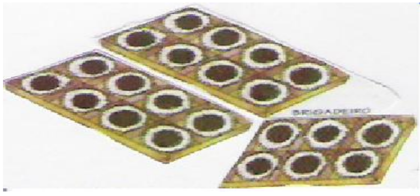
c) Que fração representa a quantidade de fio usado nas duas obras em relação ao total de pedaços?______________

7) Rodrigo gostaria de abrir uma mecânica. Para isso ele precisa de $\frac{3}{6}$ das ferramentas

ado. Quantas ferramentas ele recisa? ________________________________

8) Para o sorteio de uma casa realizado por um canal de televisão, foram enviadas 400 cartas, sendo que 20 delas foram enviadas por Tereza. Qual a fração que representa a chance de Tereza ser sorteada, ou seja, ganhar a casa? ___________

9) Em uma festa, Marina que adorava doces, comeu $\frac{9}{11}$ dos brigadeiros

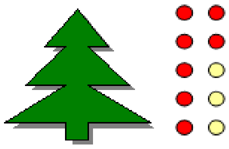


presentados abaixo. Quantos brigadeiros Marina meu?_______________________

10) Represente na forma de número decimal as seguintes frações:

a) $\frac{1}{5}$ _______________ b) $\frac{8}{5}$ _______________ c) $\frac{6}{4}$ ______________

11) Para enfeitar uma pequena árvore de Natal, Patrícia usou 10 bolinhas. Que fração



representa a quantidades de bolinhas amarelas em relação ao total?____________________________

12) Fernanda tem 27 vasos de violeta para distribuir igualmente entre 9 salas. Ana também irá decorar outras 6 salas e possui 24 vasos de violeta para serem distribuídos igualmente entre elas.

a) As salas de Fernanda e de Ana terão a mesma quantidade de vasos?

☐ Sim. Descreva como você chegou nessa conclusão. _________________

____ Não.

☐ Pois as salas de Fernanda terão _____ vasos e as salas de Ana terão _____ vasos.

b) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Fernanda? ______________

c) Que fração representa a quantidade de vasos distribuídos em cada sala de Ana?_________________

13) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?

☐ ☐

a) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca?________________________________

b) na segunda-feira?_________________________

c) E na terça-feira?__________________________

14) Fátima e Plínio compraram uma caixa de chocolate que continha 40 barras iguais. Plínio pegou para ele $\frac{7}{10}$ das barras.

a) Plínio ficou com mais da metade do total de barras de chocolate?

☐ Sim ☐ Não

b) Quantas barras Plínio pegou para ele? ________________________________

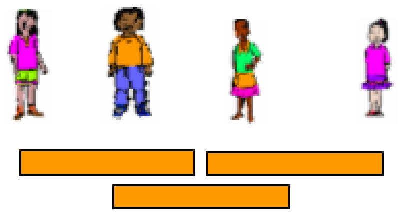
15) Tenho 10 coelhos para serem distribuídos igualmente em 2 viveiros.

a) Quantos coelhos terão cada viveiro? ___________________

b) Que fração representa essa divisão?_____________________

16) Escreva a representação fracionária que indica o número total de vogais em relação ao total de letras, da seguinte palavra: **“PROFESSOR”** ______________

17) Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? ☐ ☐

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?

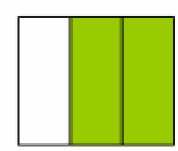
☐ Sim ☐ ão

c) Que fração de chocolate cada criança receberá? _________________________

18) Para fazer uma certa quantidade de argamassa são necessárias 2 medidas de cimento para 5 medidas de areia. Que fração representa a quantidade de cimento em relação a toda a argamassa? ___________________

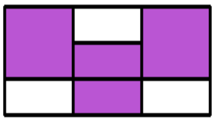
ANEXO II– O instrumento da entrevista

1- Responda qual a fração que representa as partes pintadas de cada da figura.

a) 

( ) **não é possível** saber qual é a fração.

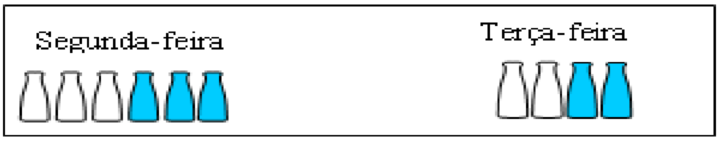
( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é ____________

b) 

( ) **não é possível** saber qual é a fração.

( ) é **possível** saber, e a fração corresponde é ____________

2) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?

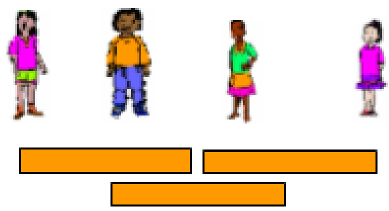


a) Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca? __________________________

3) Rodrigo gostaria de abrir uma mecânica. Para isso ele precisa de $\frac{3}{6}$ das ferramentas representadas ao lado. Quantas ferramentas ele

____

4) Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



Que fração de chocolate cada criança receberá? ___________________________

5) Identifique as frações $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$ na reta numérica abaixo: