PUC-SP
I Conferência Latino-Americana de GeoGebra
GeoGebra e Educação Matemática: pesquisa, experiências e perspectivas.
INSTITUTO SÃO PAULO GeoGebra
13 a 15 de Novembro de 2011

Possibilidades Educacionais com Utilização do Geogebra no Contexto de um Computador por Aluno

Profª Camila Medeiros
Piraí/RJ

A Oficina

- Foi ministrada durante o 1º Seminário de Educação e Tecnologia: Inovação na Educação no Contexto de um Computador por Aluno, realizado no município de **Piraí-RJ** em setembro de 2010.

- Público Alvo: Professores de Matemática

- Objetivo: apresentação de possibilidades educacionais com a utilização do Geogebra nos ***classmates*** / PROUCA(desde 2007).

Classmates utilizados em Piraí:

Na Oficina:

1º Momento:

- Conhecimento do Software e das suas principais ferramentas

2º Momento:

- Desenvolvimento das atividades propostas, a fim de discutirmos possíveis abordagens para cada atividade em sala de aula, explorando conteúdos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos.

Atividades Propostas

Foram selecionadas atividades que pudessem ser trabalhadas com os alunos do Ensino Fundamental.

- Construção de Polígonos Inscritos na Circunferência:

Triângulo Equilátero Inscrito na Circunferência

1º Seminário Educação Tecnologia

PIRAÍ PiraíDigital

Oficina Possibilidades Educacionais com Utilização do Geogebra
Professores: Celso Henrique Figueiredo (UERJ) e Camila Medeiros (SME)

ATIVIDADE 1: Construção de um Triângulo Eqüilátero inscrito em uma circunferência

Passo 1: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos**, construir um segmento AB.

Passo 2: Utilizando a ferramenta **circunferência definida pelo centro e um de seus pontos**, construa uma circunferência com centro no ponto A e raio AB e repetir o procedimento para o ponto B e raio BA.

Passo 3: Utilizando a ferramenta **novo ponto**, crie o terceiro ponto resultante da intersecção entre as circunferências, que será o vértice C.

Passo 4: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos** construa os lados BC e AC do triângulo eqüilátero.

Passo 5: Utilizando a ferramenta **reta perpendicular**, crie retas perpendiculares ao segmento AB passando por C e outra perpendicular ao segmento BC passando por A.

Passo 6: Utilizando a ferramenta **novo ponto**, marque o ponto O, interseção das duas perpendiculares traçadas.

Passo 7: Utilizando a ferramenta **circunferência definida pelo centro e um de seus pontos**, trace uma circunferência raio AO.

Passo 8: Utilizando a ferramenta **polígono**, colorir o polígono inscrito na circunferência.

Passo 9: Utilizando a ferramenta **ângulo**, trace os ângulos internos ao polígono inscrito.

Passo 10: Utilizando a ferramenta **exibir objetos**, desmarque-a a fim de ocultar as circunferências e as perpendiculares.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

____

____

Resposta: O triângulo equilátero é inscritível numa circunferência.

Quadrado Inscrito na Circunferência

Educação Tecnologia

PIRAÍ PiraDigital

Oficina Possibilidades Educacionais com Utilização do Geogebra
Professores: Celso Henrique Figueiredo (UERJ) e Camila Medeiros (SME)

ATIVIDADE 2: Construção de um Quadrado inscrito em uma circunferência

Passo 1: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos** , construa um segmento AC.

Passo 2: Com o botão direito do mouse, clique em renomear e renomeie o ponto B para C.

Passo 3: Utilizando a ferramenta **ponto médio** , trace o ponto médio do segmento AC.

Passo 4: Com o botão direito do mouse, clique em renomear e renomeie o ponto B para O.

Passo 5: Utilizando a ferramenta **reta perpendicular** , trace uma perpendicular ao segmento AC passando pelo ponto médio O.

Passo 6: Utilizando a ferramenta **circunferência definida pelo centro e um de seus pontos** , trace uma circunferência raio OC.

Passo 7: Utilizando a ferramenta **interseção de dois objetos** , marque os pontos B e D, interseção com a perpendicular e a circunferência.

Passo 8: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos** , trace os segmentos AB, BC, CD e DA, lados do quadrado e observe os valores de tais segmentos na janela algébrica.

Passo 9: Utilizando a ferramenta **polígono regular** , colorir o polígono inscrito à circunferência, modificando a cor, se quiser (clique com o botão direito do mouse em cima do polígono, propriedades e escolha a cor que quiser)

Passo 10: Utilizando a ferramenta **ângulo** , trace os ângulos internos ao polígono inscrito e observe os valores na janela algébrica.

Passo 11: Utilizando a ferramenta **exibir objetos** , desmarque-a a fim de ocultar o diâmetro AC e a perpendicular ao segmento AC passando pelo ponto O.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

____

____

Resposta: O quadrado é inscritível numa circunferência. Os ângulos internos de qualquer quadrado valem 90°.

Hexágono Regular Inscrito na Circunferência

ATIVIDADE 3: Construção de um Hexágono Regular inscrito em uma circunferência

Passo 1: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos** construa um segmento AD.

Passo 2: Com o botão direito do mouse, clique em renomear e renomeie o ponto B para D.

Passo 3: Utilizando a ferramenta **ponto médio**, trace o ponto médio do segmento AC.

Passo 4: Com o botão direito do mouse, clique em renomear e renomeie o ponto B para O.

Passo 5: Utilizando a ferramenta **circunferência definida pelo centro e um de seus pontos**, trace uma circunferência de centro O e raio AO.

Passo 6: Utilizando a ferramenta **circunferência definida pelo centro e um de seus pontos**, trace duas circunferências, uma de centro A e raio AO e outra de centro D e raio DO.

Passo 7: Utilizando a ferramenta **exibir objetos**, desmarque-a a fim de ocultar os pontos B e C

Passo 8: Utilizando a ferramenta **interseção de dois objetos**, marque os pontos de interseções das circunferências construídas, renomeando-os para B,F, C e E, respectivamente.

Passo 9: Utilizando a ferramenta **segmento definido por dois pontos**, trace os segmentos AB, BC, CD, DE, EF e FA, lados do hexágono regular

Passo 10: Utilizando a ferramenta **polígono regular**, colorir o polígono inscrito à circunferência, modificando a cor, se quiser (clique com o botão direito do mouse em cima do polígono, propriedades e escolha a cor que quiser)

Passo 11: Utilizando a ferramenta **ângulo**, trace os ângulos internos ao polígono inscrito e observe os valores na janela algébrica.

Passo 12: Utilizando a ferramenta **exibir objetos**, desmarque-a a fim de ocultar as duas circunferências de centro A e B.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

____

____

Resposta: O hexágono é inscritível numa circunferência. Os ângulos internos de um hexágono regular medem 120º.

Atividades Propostas:

- Construção dos **Elementos Notáveis** de um Triângulo:
  - Mediatriz
  - Bissetriz
  - Altura
  - Mediana

Trabalhando com Mediatrizes

Elementos Notáveis de um Triângulo **8° ano**

ATIVIDADE 1: Trabalhando com Mediatrizes

Passo 1: Utilizando a ferramenta **polígono** construa um triângulo ABC qualquer.

Passo 2: No quarto ícone da esquerda para direita, utilizando a ferramenta **Mediatriz**, construa duas mediatrizes do triângulo ABC.

Passo 3: No segundo ícone da esquerda para direita, utilizando a ferramenta **Insterseção de dois objetos**, marque um ponto D, no encontro das duas mediatrizes.

Passo 4: Utilizando a ferramenta **círculo definido pelo centro e um de seus pontos**, construa um círculo com centro no ponto de encontro das duas mediatrizes (ponto D) e que passe por um dos vértices do triângulo.

Passo 5: Utilizando a ferramenta **mover**, movimente os vértices desse triângulo e observe atentamente o que acontece.

Passo 6: Utilizando novamente a ferramenta **Mediatriz**, construa então a terceira mediatriz do triângulo ABC e observe atentamente o que acontece.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

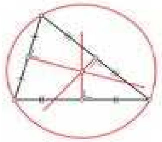
____

____

Resposta: O ponto de encontro de duas das mediatrizes do triângulo equidista de seus três vértices. A terceira mediatriz também passa por este ponto.

Mediatriz: Mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento que passa pelo seu ponto médio.

As três mediatrizes dos lados de um triângulo se encontram em um único ponto, o circuncentro, que é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.



Bissetrizes e Alturas

ATIVIDADE 2: Trabalhando com Bissetrizes

Passo 1: Utilizando a ferramenta **polígono** construa um triângulo ABC qualquer.

Passo 2: No quarto ícone da esquerda para direita, utilizando a ferramenta **Bissetriz**, construa duas bissetrizes de dois ângulos internos do triângulo ABC.

Passo 3: No segundo ícone da esquerda para direita, utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos**, marque um ponto D, no encontro das duas bissetrizes.

Passo 4: Utilizando a ferramenta **Reta perpendicular**, construa as perpendiculares aos lados do triângulo passando pelo ponto de encontro das duas bissetrizes (ponto D).

Passo 5: Com o botão direito do mouse sobre as perpendiculares, clique na opção **propriedades**, na guia **cor,** modifique a cor de cada uma delas para vermelho, a fim de não confundir com as outras linhas.

Passo 6: Utilizando a ferramenta **Interseção de dois pontos**, marque os pontos E, F e G que serão os pontos de encontro entre os lados do triângulo e as retas perpendiculares.

Passo 7: Utilizando a ferramenta **Círculo definido pelo centro e um de seus pontos** construa um círculo de centro D e passando pelos pontos E, F ou G.

Passo 8: Utilizando a ferramenta **mover**, movimente os vértices desse triângulo e observe que o círculo deve permanecer tangente.

Passo 9: Utilizando novamente a ferramenta **Bissetriz**, construa então a bissetriz do terceiro ângulo do triângulo ABC e observe atentamente o que acontece.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

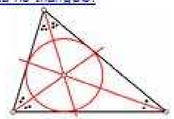
____

____

Resposta: Os pontos de tangência do círculo são dados pelos pés das perpendiculares aos lados que passam pelo centro do círculo, ou seja, este ponto equidista dos três lados do triângulo. A terceira bissetriz também passa por este ponto.

Bissetriz: Bissetriz de um ângulo é a semi-reta que divide este ângulo em dois ângulos de mesma medida.

Em um triângulo há três bissetrizes internas, sendo que o ponto de interseção delas chama-se incentro, que é o centro da circunferência inscrita no triângulo.



ATIVIDADE 3: Trabalhando com Alturas

Passo 1: Utilizando a ferramenta **polígono** construa um triângulo ABC qualquer.

Passo 2: Utilizando a ferramenta **exibir rótulo** (clicando com o botão direito do mouse em cima do que deseja ocultar), desmarque-a a fim de ocultar os rótulos dos lados a ,b e c para melhor visualização.

Passo 3: Utilizando a ferramenta **Reta Perpendicular** construir as retas suporte das três alturas do triângulo ABC.

Passo 4: Utilizando a ferramenta **Reta Paralela** construir três retas paralelas aos três lados do triângulo ABC, de forma que cada uma passe por um dos vértices do triângulo.

Passo 5: Utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos**, construir três pontos D, E e F nos encontros das retas paralelas construídas anteriormente.

Passo 6: Utilizando a ferramenta **polígonos** construir o triângulo DEF, que possui seus lados paralelos aos lados do primeiro e que passam pelos três vértices do primeiro triângulo.

Passo 7: Utilizando a ferramenta **Distância ou Comprimento**, meça a distância do ortocentro a cada um dos vértices do triângulo DEF.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

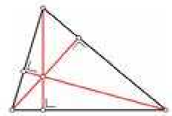
____

____

Resposta: O ortocentro do triângulo menor é o circuncentro do triângulo maior.

Altura: Altura de um triângulo é o segmento que vai, perpendicularmente, de um dos vértices do triângulo à reta suporte do lado oposto a este vértice.

O ponto de interseção das três alturas de um triângulo denomina-se ortocentro (H). No triângulo acutângulo, o ortocentro é interno ao triângulo; no triângulo retângulo, é o vértice do ângulo reto; e no triângulo obtusângulo é externo ao triângulo.



Trabalhando com Medianas

ATIVIDADE 5: Trabalhando com Medianas

Passo 1: Abra o arquivo que contém o triângulo retângulo.

Passo 2: Utilizando a ferramenta **ponto médio** , marque os pontos médios D, E e F dos lados do triângulo retângulo ABC.

Passo 3: Utilizando a ferramenta **Segmento definido por dois pontos** , construa a mediana (segmento que une os vértices do triângulo ao ponto médio do lado oposto a ele) relativa à hipotenusa do triângulo ABC.

Passo 4: Utilizando a ferramenta **Distância ou Comprimento** , mostre na janela geométrica, a medida dessa mediana e também da hipotenusa do triângulo ABC.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

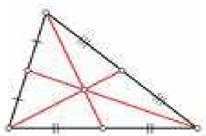
____

____

Resposta: A mediana relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo mede exatamente a metade da hipotenusa. Por que?

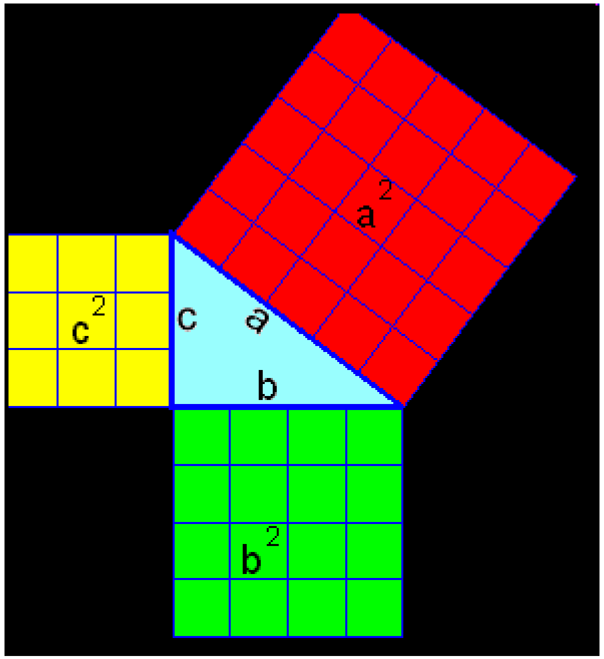
Mediana: Mediana é o segmento de reta que une cada vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto.

O ponto de interseção das três medianas é o **baricentro** ou centro de gravidade do triângulo. O baricentro divide a mediana em dois segmentos. O segmento que une o vértice ao baricentro vale o dobro do segmento que une o baricentro ao lado oposto deste vértice. No triângulo equilátero, as medianas, mediatrizes, bissetrizes e alturas são coincidentes.



Atividades Propostas:

- Construção da **Verificação do Teorema de Pitágoras**



Professores conhecendo o Geogebra:

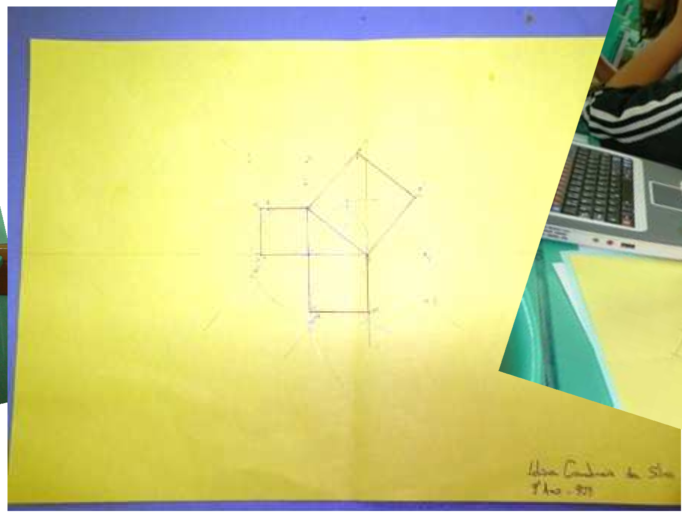
É importante saber que:

- Antes de introduzir o *software* em sala de aula, é preciso conhecê-lo bem, para que se possa utilizá-lo da maneira mais adequada possível. E foi sob esta perspectiva que os professores inscritos na oficina trabalharam, procurando sempre fazer a conexão do que estavam aprendendo sobre o **Geogebra**, com o conteúdo a ser trabalhado em sua sala de aula.

Conclusão da Oficina

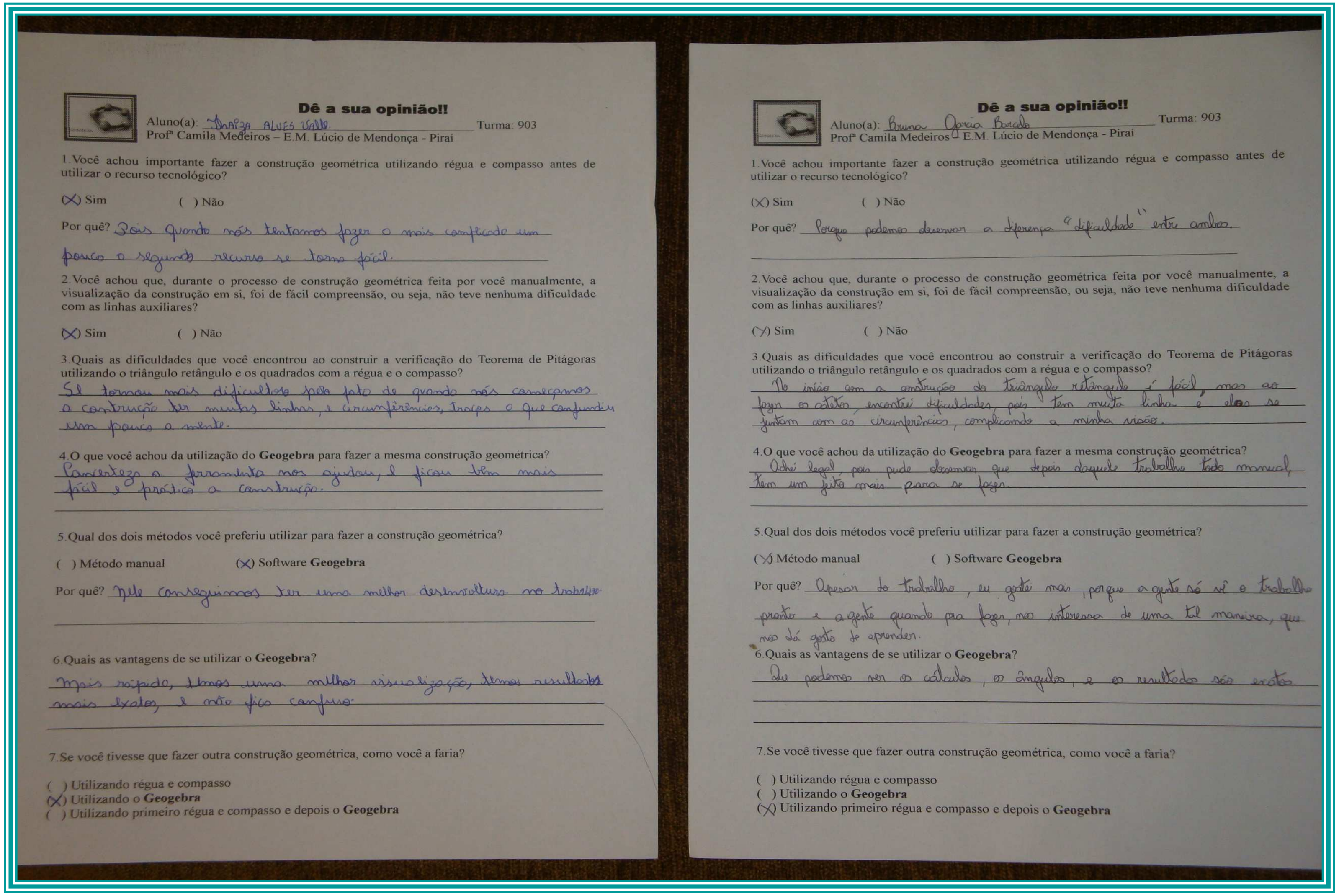
- Ao final da oficina, todos os professores saíram com uma apostila contendo o roteiro das atividades realizadas com a utilização do Geogebra e que poderão ser desenvolvidas por eles em suas salas de aula, no Ensino Fundamental.

Aplicação em Sala de Aula de uma das Atividades da Apostila: Utilizando Régua e Compasso



Utilizando o Geogebra

Pesquisa de Opinião



Dê a sua opinião!!

Aluno(a): Thaiza Alves Valle. Turma: 903

Profª Camila Medeiros – E.M. Lúcio de Mendonça - Piraí

1.Você achou importante fazer a construção geométrica utilizando régua e compasso antes de utilizar o recurso tecnológico?

(X) Sim ( ) Não

Por quê? Pois quando nós tentamos fazer o mais complicado um pouco o segundo recurso se torna fácil.

2.Você achou que, durante o processo de construção geométrica feita por você manualmente, a visualização da construção em si, foi de fácil compreensão, ou seja, não teve nenhuma dificuldade com as linhas auxiliares?

(X) Sim ( ) Não

3.Quais as dificuldades que você encontrou ao construir a verificação do Teorema de Pitágoras utilizando o triângulo retângulo e os quadrados com a régua e o compasso?

Se tornou mais dificultoso pelo fato de quando nós começamos a construção ter muitas linhas, e circunferências, traços o que confundiu um pouco a mente.

4.O que você achou da utilização do **Geogebra** para fazer a mesma construção geométrica?

Com certeza a ferramenta nos ajudou, e ficou bem mais fácil e prático a construção.

5.Qual dos dois métodos você preferiu utilizar para fazer a construção geométrica?

( ) Método manual (X) Software **Geogebra**

Por quê? Nele conseguimos ter uma melhor desenvoltura no trabalho.

6.Quais as vantagens de se utilizar o **Geogebra**?

Mais rápido, temos uma melhor visualização, temos resultados mais exatos, e não fica confuso.

7.Se você tivesse que fazer outra construção geométrica, como você a faria?

( ) Utilizando régua e compasso
(X) Utilizando o **Geogebra**
( ) Utilizando primeiro régua e compasso e depois o **Geogebra**

Dê a sua opinião!!

Aluno(a): Bruna Garcia Barcelo Turma: 903

Profª Camila Medeiros – E.M. Lúcio de Mendonça - Piraí

1.Você achou importante fazer a construção geométrica utilizando régua e compasso antes de utilizar o recurso tecnológico?

(X) Sim ( ) Não

Por quê? Porque podemos observar a diferença "dificuldade" entre ambos.

2.Você achou que, durante o processo de construção geométrica feita por você manualmente, a visualização da construção em si, foi de fácil compreensão, ou seja, não teve nenhuma dificuldade com as linhas auxiliares?

(X) Sim ( ) Não

3.Quais as dificuldades que você encontrou ao construir a verificação do Teorema de Pitágoras utilizando o triângulo retângulo e os quadrados com a régua e o compasso?

No início com a construção do triângulo retângulo é fácil, mas ao fazer os catetos, encontrei dificuldades, pois tem muita linha e elas se juntam com as circunferências, complicando a minha visão.

4.O que você achou da utilização do **Geogebra** para fazer a mesma construção geométrica?

Achei legal, pois pude observar que depois daquele trabalho todo manual, tem um jeito mais para se fazer.

5.Qual dos dois métodos você preferiu utilizar para fazer a construção geométrica?

(X) Método manual ( ) Software **Geogebra**

Por quê? Apesar do trabalho, eu gostei mais, porque a gente só vê o trabalho pronto e a gente quando pra fazer, nos interessa de uma tal maneira, que nos dá gosto de aprender.

6.Quais as vantagens de se utilizar o **Geogebra**?

Que podemos ver os cálculos, os ângulos, e os resultados são exatos

7.Se você tivesse que fazer outra construção geométrica, como você a faria?

( ) Utilizando régua e compasso
( ) Utilizando o **Geogebra**
(X) Utilizando primeiro régua e compasso e depois o **Geogebra**

Pesquisa de Opinião

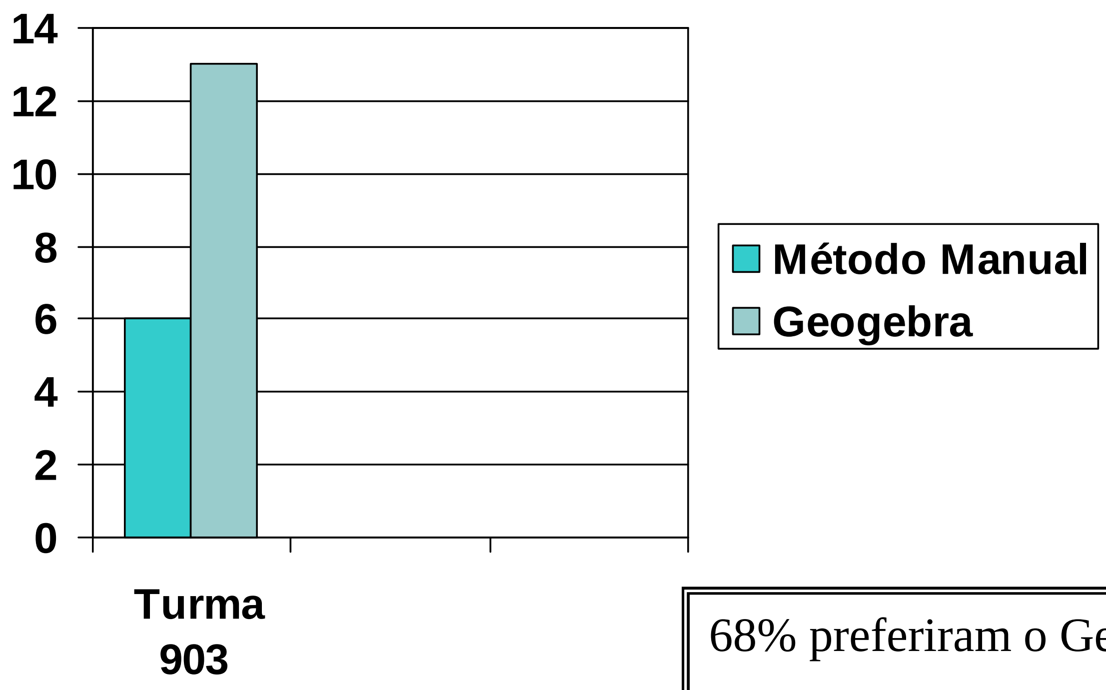
- **<u>Pergunta 5</u>**: Qual dos dois métodos você preferiu utilizar para fazer a construção geométrica?

( ) Método Manual

( ) Software Geogebra

Dados Estatísticos

- Dos 19 alunos presentes que responderam ao questionário:



68% preferiram o Geogebra e

32% o Método Manual

Pesquisa de Opinião

- **<u>Pergunta 7</u>:** Se você tivesse que fazer outra construção geométrica, como você faria?

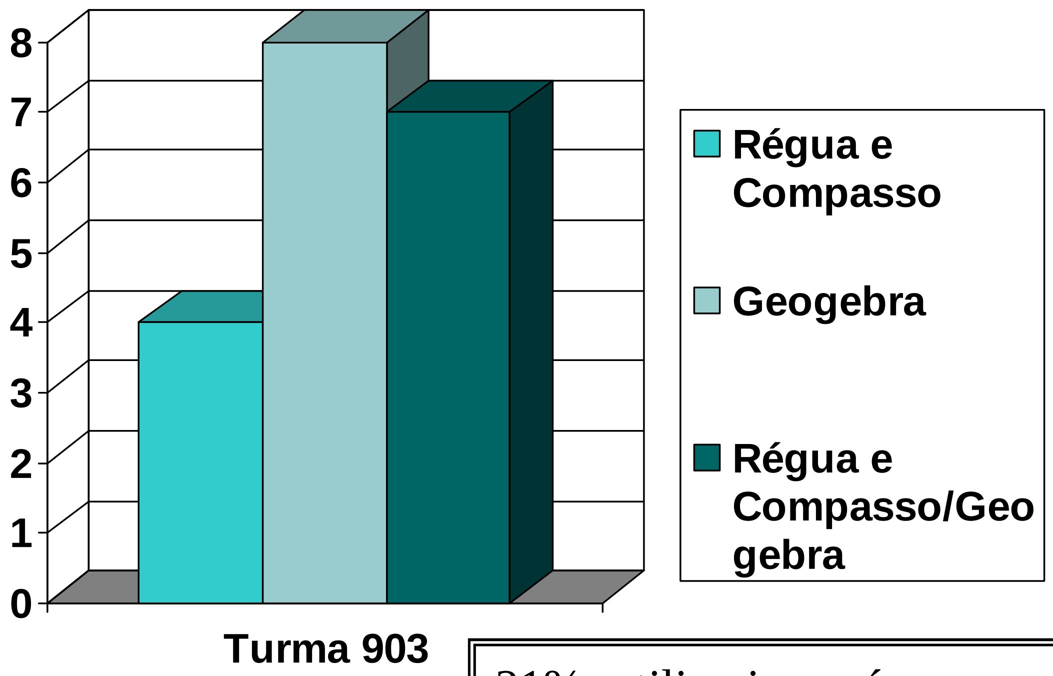
( ) Utilizando régua e compasso

( ) Utilizando o Geogebra

( ) Utilizando primeiro régua e compasso e depois o Geogebra

Dados Estatísticos

- Dos 19 alunos presentes que responderam ao questionário:



21% utilizariam régua e compasso, 42%, o Geogebra e 37% utilizariam primeiro o método manual e depois o Geogebra.

Referências Bibliográficas

- ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes e.;NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. ***Explorando Tópicos de Matemática do Ensino fundamental e Médio através do Geogebra.*** Disponível em: http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf . Acesso em: 01.set.2011

- ***Geogebra.*** Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra. Acesso em: 24.ago.2011

- NUNES, Alessandra Martins; DALBERTO, Franciele; MATHIAS, CarmenVieira. ***Conteúdo Educacional Digital para o Ensino dos Pontos Notáveis de um Triângulo.*** Disponível em: http://www.unifra.br/eventos/sepe2010/2010/Trabalhos/tecnologica/Completo/5387.pdf. Acesso em: 10.set.2011

Profª Camila Medeiros Mendes

camilammendes@yahoo.com.br