



I Conferência Latino-Americana de GeoGebra
GeoGebra e Educação Matemática: pesquisa, experiências e perspectivas.



Estudo das cônicas no ensino superior com a utilização do GeoGebra

Autores:

Juracélio Ferreira Lopes - IFMG
Wladimir Seixas - UFSCAR

20 de novembro de 2011

Motivação e Objetivos

- **Motivação:** A motivação para este trabalho surgiu a partir da dissertação de mestrado "Cônicas e Aplicações", defendida no programa de Pós-Graduação em Matemática Universitária, UNESP - Rio Claro.

Motivação e Objetivos

- **Motivação:** A motivação para este trabalho surgiu a partir da dissertação de mestrado "Cônicas e Aplicações", defendida no programa de Pós-Graduação em Matemática Universitária, UNESP - Rio Claro.
- **Objetivos:**
 - Apresentar uma reflexão didática para o ensino das cônicas marcada pela separação entre os tratamentos geométrico e analítico e pela definição foco-diretriz;

Motivação e Objetivos

- **Motivação:** A motivação para este trabalho surgiu a partir da dissertação de mestrado "Cônicas e Aplicações", defendida no programa de Pós-Graduação em Matemática Universitária, UNESP - Rio Claro.
- **Objetivos:**
 - Apresentar uma reflexão didática para o ensino das cônicas marcada pela separação entre os tratamentos geométrico e analítico e pela definição foco-diretriz;
 - Utilizar o software GeoGebra como mediador da aprendizagem através da visualização e investigação dos resultados demonstrados nas diferentes abordagens sobre o tema.

Organização do trabalho

Organização do trabalho

1 Tratamento Geométrico

Organização do trabalho

1 **Tratamento Geométrico**

2 **Tratamento Analítico**

Organização do trabalho

- 1 **Tratamento Geométrico**
- 2 **Tratamento Analítico**
- 3 **Definição Unificada**

Organização do trabalho

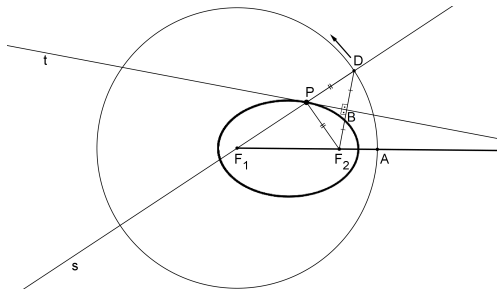
- 1 **Tratamento Geométrico**
- 2 **Tratamento Analítico**
- 3 **Definição Unificada**
- 4 **Roteiro das construções no Geogebra**

Definição

Elipse é o lugar geométrico dos pontos para os quais a soma das distâncias a dois pontos distintos fixados é igual a uma constante, maior que a distância entre esses pontos.

Construção da elipse a partir da definição:

- 1 Determinação dos pontos da elipse usando régua e compasso

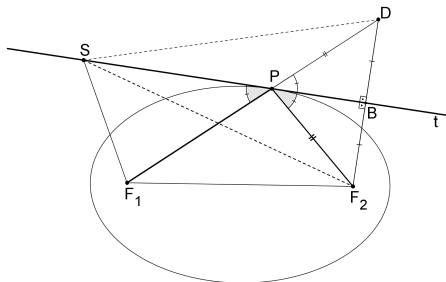


- 2 Demonstração
- 3 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Consequências da construção por régua e compasso

Propriedade

A reta tangente t à elipse num ponto P forma ângulos iguais com os segmentos do ponto P aos focos, ou seja, com PF_1 e PF_2 .

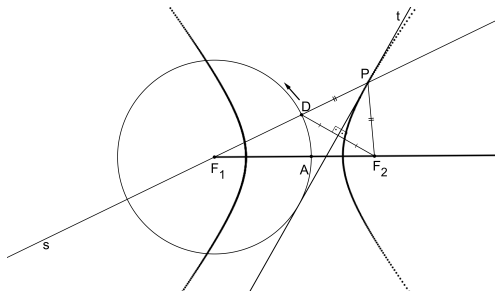


- 1 Demonstração
- 2 Visualização através do GeoGebra: **Clique aqui**

Definição

Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos para os quais a diferença das distâncias a dois pontos distintos fixados é em valor absoluto igual a uma constante, menor que a distância entre estes pontos fixados.

Construção da hipérbole a partir da definição:

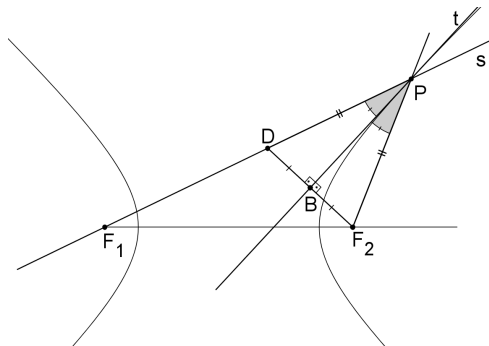


- 1 Demonstração
- 2 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Consequências da construção por régua e compasso

Propriedade

A reta t tangente a hipérbole no ponto P é bissetriz do ângulo $F_1\hat{P}F_2$.

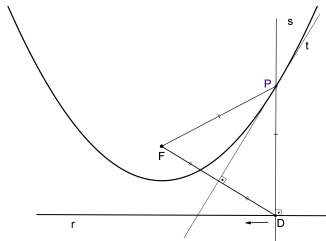


- 1 Demonstração
- 2 Visualização através do GeoGebra: **Clique aqui**

Definição

Fixados uma reta e um ponto não pertencente a ela denomina-se parábola o lugar geométrico dos pontos que são equidistantes à reta e ao ponto fixados.

Construção da parábola a partir da definição:

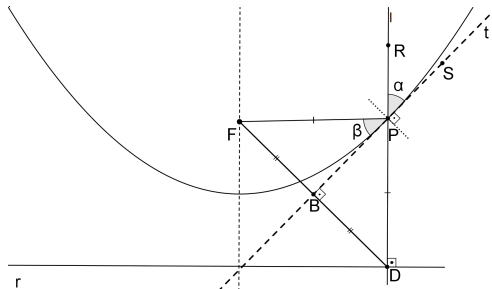


- 1 Demonstração
- 2 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Consequências da construção por régua e compasso

Propriedade

A reta t tangente à parábola em um ponto P qualquer forma ângulos iguais com o segmento PF e com a reta l que passa por P e paralela ao eixo da parábola.



- 1 Demonstração
- 2 Visualização através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Definição Unificada das Cônicas

Definição

*Dados uma reta r e um ponto F não pertencente à reta. A elipse, a hipérbole e a parábola podem ser definidas como o lugar geométrico dos pontos cuja razão das distâncias ao ponto F e a reta r é uma constante real positiva que depende de cada curva. Esta constante será chamada de **excentricidade**. A reta r será chamada de **diretriz** e o ponto F dado será chamado de **foco**.*

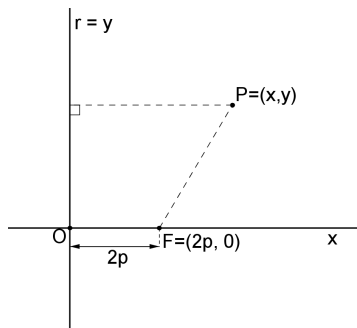
- 1 Sendo r a reta diretriz, F o foco, e P um ponto qualquer sobre uma cônica qualquer então

$$\frac{d(P, F)}{d(P, r)} = e$$

onde e é a excentricidade da cônica.

- 2 Visualização através do GeoGebra: **Clique aqui**

Expressão analítica partindo-se da definição unificada



- 1 A equação geral das cônicas:

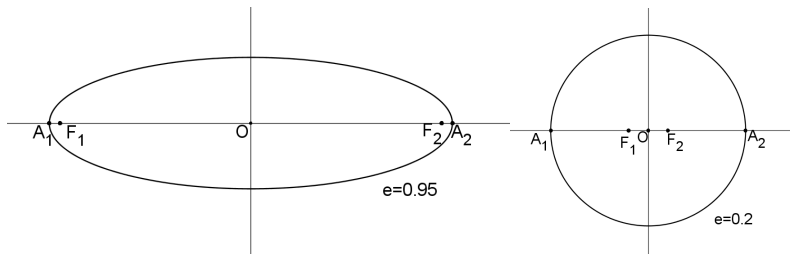
$$(1 - e^2)x^2 - 4px + y^2 + 4p^2 = 0 \quad (1)$$

- 2 Demonstração
- 3 Famílias de curvas
- 4 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Forma das cônicas

1 Elipse

- Excentricidade: $\frac{c}{a}$

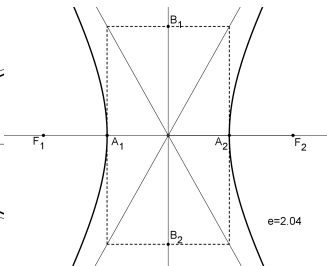
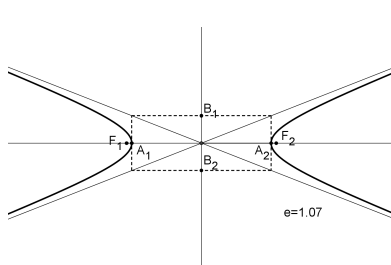


2 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Forma das cônicas

1 Hipérbole

- Excentricidade: $\frac{c}{a}$;

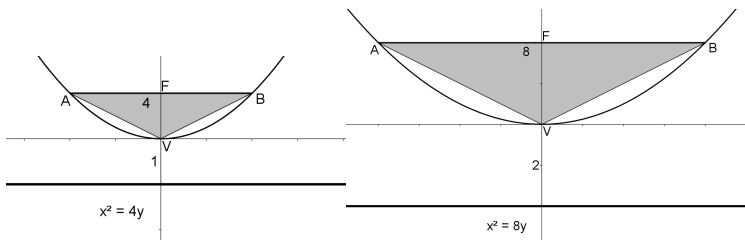


2 Visualização através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

Forma das cônicas

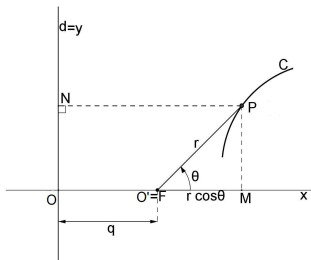
1 Parábola

- Excentricidade: 1
- Os triângulos fundamentais de todas as parábolas são semelhantes



- 2 Visualização e investigação através do GeoGebra: [Clique aqui](#)

- Equação polares das cônicas



- Pela definição foco-diretriz tem-se

$$\frac{PF}{PN} = e$$

- Equação geral das cônicas em coordenadas polares na forma $r = f(\theta)$ dada por:

$$r = \frac{eq}{1 - e \cos \theta} \quad (2)$$








- A partir da equação (2) obtém-se uma elipse para $0 < e < 1$, parábola para $e = 1$ e hipérbole para $e > 1$.

- 1 Considerando a diretriz a direita do polo perpendicular ao eixo polar

$$r = \frac{eq}{1 + e \cos \theta}$$

- 2 Visualização e investigação através do GeoGebra: **Clique aqui**

Bibliografia

-  BOULOS, P. *Geometria Analítica*. [S.l.]: Prentice Hall, 2005.
-  VENTURI, J. *Cônicas e Quádricas*. 5. ed. Curitiba: Unificado, 1949.
-  SATO, J. *As Cônicas e suas Aplicações*. [S.l.], 2004.
-  GONÇALVES, Z. *Curso de Geometria Analítica Com Tratamento Vetorial*. Rio de Janeiro: Científica, 1969.
-  MURDOCH, D. *Geometria Analítica*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1969.
-  LEHMANN, C. *Geometria Analítica*. México: Editorial Limusa, S.A., 1989.
-  N.EFIMOV. *Curso Breve de Geometria Analítica*. Moscou: Mir, 1978.