Clasificación particional de cuadriláteros como fuente de demostraciones y construcciones en la formación inicial de profesores

Mario Dalcín mdalcin00@gmail.com

Verónica Molfino veromolfino@gmail.com

Departamento de Matemática del Instituto de Profesores 'Artigas'
Montevideo-Uruguay

Taller

realizado con estudiantes de primer año de profesorado de matemática de enseñanza media en el Instituto de Profesores 'Artigas' (Montevideo-Uruguay), en su curso regular de Geometría Euclidiana (8 horas semanales).

Objetivo

Promover la reflexión sobre la definición y clasificación de cuadriláteros, y ofrecer alternativas a las usadas por los estudiantes y a las existentes en los libros de texto.

Visión de los estudiantes sobre los cuadriláteros

Los cuadriláteros que mencionan:
cuadrado,
rectángulo,
rombo,
paralelogramo,
paralelogramo tipo,
trapecio,
trapecio isósceles,
trapecio birrectángulo,
trapezoide,
romboide

Definiciones de rectángulo dadas por los estudiantes

Cuadrilátero con lados paralelos iguales y tres ángulos de 90º

Cuadrilátero con sus lados opuestos iguales y paralelos y además tiene un ángulo recto

Cuadrilátero con dos pares de lados paralelos y un ángulo recto

Cuadrilátero con dos lados paralelos y dos ángulos opuestos iguales y rectos

Cuadrilátero con lados opuestos iguales y cuatro ángulos rectos

Cuadrilátero con lados opuestos iguales y un ángulo recto
Cuadrilátero con cuatro ángulos iguales
Cuadrilátero con cuatro ángulos rectos
Cuadrilátero con tres ángulos rectos
Cuadrilátero con dos ángulos opuestos rectos
Cuadrilátero con tres ángulos rectos y dos lados distintos

Paralelogramo que tiene todos sus ángulos rectos y sus lados opuestos de igual medida
Paralelogramo con cuatro ángulos rectos
Paralelogramo con ángulos iguales
Paralelogramo con dos ángulos rectos
Paralelogramo con un ángulo recto

Esta diversidad de definiciones entorpece la comunicación en la clase y dificulta el acordar sobre pruebas que se elaboran en clase.

Definiciones de rectángulo en los textos

"El rectángulo está formado por cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos rectos."

(VV.AA., 1979, *Texto único 4º*)

"Se llama rectángulo al paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos."

(Repetto, Linskens, Fesquet, 1991, *Geometría 2*)

"Si en un paralelogramo uno de los ángulos es recto, la figura se denomina rectángulo."

(Petracca, Varela y Foncuberta, 1984, *Matemática II*)

Clasificación de cuadriláteros

Los textos suelen considerar una clasificación particional tomando como criterio principal el paralelismo de los lados:

paralelogramos trapecios trapezoides

Y como criterios subordinados la igualdad de lados o de ángulos.

Actividad 1

Realiza una clasificación particional de los cuadriláteros usando como criterio exclusivo la igualdad de sus lados.

Se trabaja en equipos de 2 o 3 estudiantes.
No se usan nombres y se refieren a los cuadriláteros por las propiedades que lo definen.

Las clases que surgen:

4 lados iguales
2 pares de lados iguales
sólo 3 lados iguales
sólo 1 par de lados iguales
sin lados iguales

Algunos equipos consideran también la posición de los lados en el cuadrilátero:

4 lados iguales
2 pares de lados consecutivos iguales
2 pares de lados opuestos iguales
sólo 3 lados iguales
sólo 1 par de lados consecutivos iguales
sólo 1 par de lados opuestos iguales
sin lados iguales

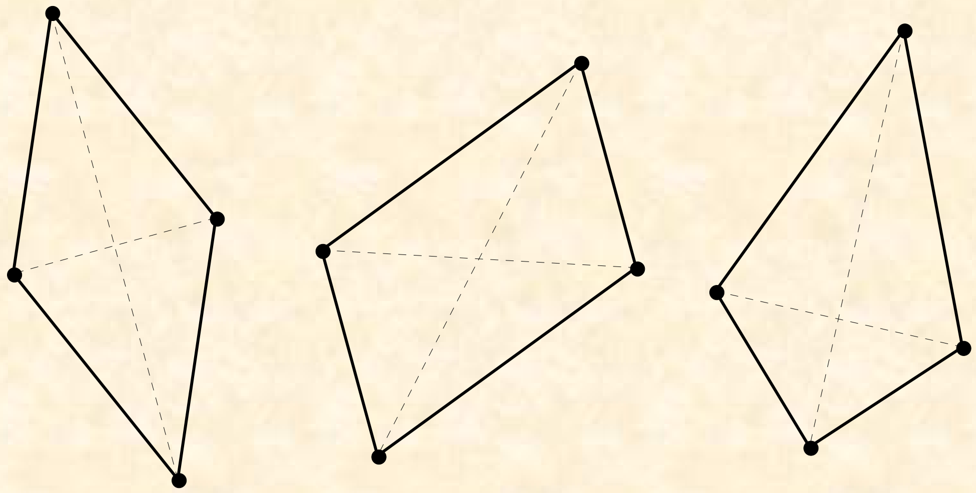
Actividad 2

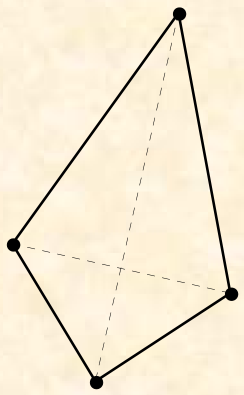
¿Existen cuadriláteros en cada una de estas clases? Intenta construir la figura de al menos un cuadrilátero de cada clase, tanto en lápiz y papel como en Geogebra.

Actividad 3

¿Observas peculiaridades en los ángulos o diagonales de algunas de las clases?

¿Puedes explicar por qué pasa lo observado?





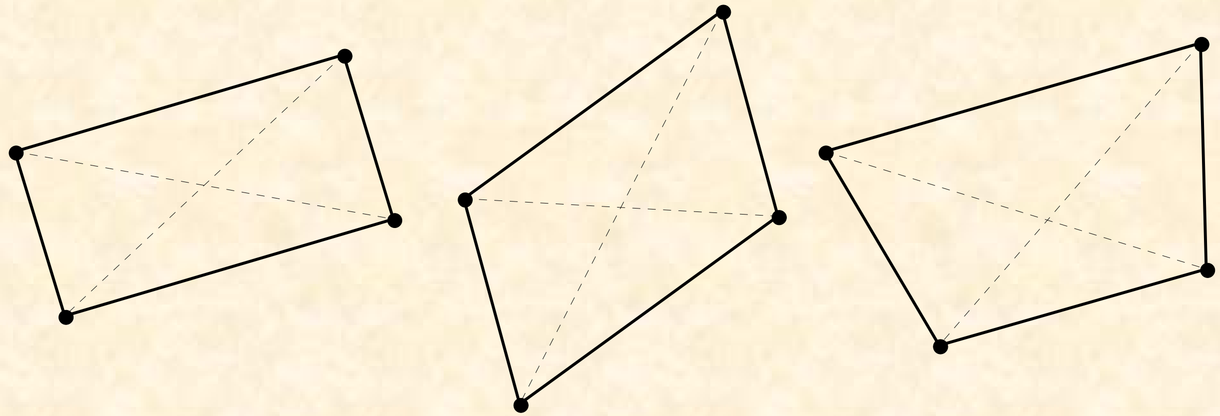
1) Dos pares de lados consecutivos iguales

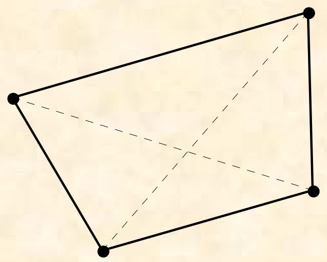
2) Dos ángulos opuestos iguales
3) Dos ángulos opuestos tienen la misma bisectriz

4) Diagonales perpendiculares
5) Una diagonal corta a la otra en su punto medio

¿Son equivalentes las afirmaciones 1), 2)y3), 4)y5)?
Los equipos hacen construcciones en lápiz y papel, en Geogebra, y buscan evidencias (empírica y/o deductivas).

Se proponen actividades análogas a las 1, 2 y 3 partiendo considerando la igualdad de ángulos





1) Dos pares de ángulos consecutivos iguales

2) Dos lados opuestos iguales
3) Dos lados opuestos tienen la misma mediatriz

4) Diagonales iguales
5) El punto de intersección de las diagonales determina segmentos proporcionales en ambas diagonales

¿Son equivalentes las afirmaciones 1), 2)y3), 4)y5)?

Actividad 4

Construye tabla de doble entrada con

lados	*ángulos*
sin lados iguales	**sin ángulos iguales**
un solo par de lados opuestos iguales	**un solo par de ángulos opuestos iguales**
un solo par de lados consecutivos iguales	**un solo par de ángulos consecutivos iguales**
dos pares de lados opuestos iguales	**dos pares de ángulos opuestos iguales**
dos pares de lados consecutivos iguales	**dos pares de ángulos consecutivos iguales**
sólo tres lados iguales	**sólo tres ángulos iguales**
cuatro lados iguales	**cuatro ángulos iguales**

Si es posible, construye un cuadrilátero para cada casillero, o fundamenta por qué es imposible construirlo.

¿Cómo concebir la geometría y la actividad geométrica?

Houdement y Kuzniak (1999, 2000) proponen tres geometrías:

Geometría I. La geometría natural. La fuente de validación es la realidad, el mundo sensible. Hay una cierta confusión entre el modelo y la realidad. La deducción se hace centralmente mediante la percepción y el uso de instrumentos.

Geometría II. La geometría axiomática natural. La fuente de validación se basa sobre lo hipotético deductivo en un sistema axiomático lo más preciso posible. Pero dicho sistema axiomático se mantiene lo más fiel posible a la realidad.

Geometría III. La geometría axiomática formalista. Se cortan los lazos de la geometría con la realidad. El razonamiento lógico se impone y los axiomas no se basan en lo sensible, en lo real.

Referencias

Houdement, C. y Kuzniak, A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspire de Gonseth et destine a etudier lenseignement de la geometrie en formation des maitres. *Educational Studies in Mathematics*, 40 (3), 283-312.

Houdement, C. y Kuzniak. A. (2000). Formation des maitres et paradigmes geometriques. *Recherches en didactique des mathematiques*, 2, 89-116.

Kuzniak, A.(2006). Paradigmes et espaces de travail geometriques. Elements d'un cadre theorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en geometrie. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 6 (2), April, 167–187.