



PUC-SP

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC-SP

Thais Albernaz M. C. Guimarães

**Proposição e Avaliação de uma Sequência Hierárquica para o  
Comportamento de Contagem**

DOUTORADO EM PSICOLOGIA EXPERIMENTAL: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO

SÃO PAULO

2015

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC-SP

Thais Albernaz M. C. Guimarães

**Proposição e Avaliação de uma Sequência Hierárquica para o  
Comportamento de Contagem**

DOUTORADO EM PSICOLOGIA EXPERIMENTAL: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Psicologia Experimental: Análise do Comportamento, sob a orientação do Prof. Dr. Sergio Vasconcelos de Luna.

SÃO PAULO

2015

## **Banca Examinadora**

---

---

---

---

---

## **Agradecimentos**

### **A entrega**

Te conto meu amigo: é um prazer!

Entregar-se, integrar-se e também enlouquecer um pouco.

Datas de artigos, planilhas, formatações, conclusões, escrita de frases encrenca.

É um pouco como o velho quarto de tecidos da minha avó. Uma diversão procurar os pensamentos certos para fazer uma roupa.

Entregar-se e desligar-se do mundo. A não ser é claro para fazer um lanchinho. Mais adequado o plural: lanchinhossssss.

O sentimento agora é de alegria e de gratidão.

Alegria que compartilho com todos que suportaram a ausência física e mental, e que torceram à sua maneira para essa construção.

Muito obrigada!

Agradeço à Deus, à minha mãe Marcia e ao meu pai Evandro.

Ao meu amor Murilo, obrigada!

Meus irmãos Evandro, Sylvia e Letícia, e aos meus cunhados Karine, Gustavo e Andrew.

Agradeço os meus lindos sobrinhos, Joaquim, Antônia, Anna, Spike, João e meus enteados Pablo e Letícia.

Mônica e Buni, um super obrigada!

Obrigada aos meus companheiros de todos dias Camila, Tatiana, Luciana, Tatiana, Renata e Danilo.

Obrigada aos meus mestres Maria do Carmo e Sergio.

Guimarães, T.A. (2015). *Proposição e Avaliação de uma Sequência Hierárquica para o Comportamento de Contagem*. Tese de Doutorado (125 p.) Programa de Estudos Pós-graduados em Psicologia Experimental: Análise do Comportamento. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

### **Resumo**

Os objetivos da presente pesquisa foram identificar e descrever comportamentos componentes e pré-requisitos envolvidos no comportamento matemático de contagem, propor uma sequência hierárquica para a aquisição do comportamento de contagem e avaliar a adequação da sequência hierárquica proposta. Para tanto, dois estudos foram desenvolvidos. O Estudo 1 apresenta uma busca na literatura pela identificação e descrição de comportamentos componentes e pré-requisitos da contagem. Foram identificados, com regularidade na citação de autores, três componentes da contagem, a saber: correspondência termo a termo, intraverbal de sequência numérica e cardinalidade. Como resultado do Estudo 1, uma sequência hierárquica, seguindo a proposição de Resnick, Wang e Kaplan (1973), foi elaborada. Para cada um dos três componentes, estabeleceram-se comportamentos pré-requisitos. No Estudo 2, buscou-se avaliar a adequação da sequência hierárquica proposta no Estudo 1. Para tanto, participaram desse estudo 13 crianças com média de 4 anos e meio de idade. O procedimento contou com etapas de teste e de ensino referentes à sequência hierárquica do comportamento de contagem, assim como um pré e um pós-teste envolvendo comportamentos supostamente mais complexos, como comparação de conjuntos e questões de aritmética. O teste de adequação da sequência hierárquica foi realizado em quatro momentos distintos: 1) teste inicial; 2) teste pós-ensino do componente A; 3) teste pós-ensino do componente B; e 4) teste pós-ensino do componente C. O método de análise empregado foi escalar, de modo que o desempenho de cada participante foi registrado em termos de aprovação (+) ou de reprovação (-) no teste de cada componente e pré-requisito. Nesse método, a sequência hierárquica é considerada inadequada para ocorrências em que um comportamento supostamente mais complexo é realizado conforme o critério, mas não os seus pré-requisitos. De maneira geral, os resultados mostraram que a sequência foi adequada para a maioria dos participantes nos componentes e pré-requisitos propostos. Os resultados desta pesquisa também mostraram que, na aplicação inicial da sequência hierárquica, o componente A (correspondência termo a termo) foi aquele para o qual mais participantes apresentaram resultados discrepantes com a hipótese de ordenação dos pré-requisitos. Além disso, os pré-requisitos que pareceram mais inadequados no que diz respeito à sua ordenação foram o A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória atribuindo nome de um número a cada um dos itens), o C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) e o C.2.1 (produzir conjunto com dedos). Para os demais pré-requisitos, os resultados mostraram estar de acordo com a sequência hierárquica proposta. Os dados do ensino mostraram que o desempenho da maioria dos participantes melhorou nos testes de adequação da sequência hierárquica. Por fim, os resultados do pós-teste mostraram que 8 de 11 participantes aumentaram o número de acertos nas questões acerca de comparação de conjuntos e que todos os 11 participantes aumentaram o número de acertos nas questões de aritmética, indicando um possível efeito do ensino dos pré-requisitos de contagem em comportamentos matemáticos mais complexos. Ao fim, discutiram-se as limitações de pesquisa com essa temática e a sua importância para a prática.

**Palavras-chave:** contagem; sequência hierárquica; comportamento matemático.

Guimarães, T.A. (2015). Proposal and Evaluation of a Hierarchical Sequence for Counting Behavior. PhD dissertation. (125 p.) Programa de Estudos Pós-graduados em Psicologia Experimental: Análise do Comportamento. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

### **Abstract**

The objectives of this research were to identify and describe component behaviors and prerequisites involved in the mathematical behavior of counting, propose a hierarchical sequence for the acquisition of counting behavior and evaluate the suitability of the proposed hierarchical sequence. Hence, two studies were proposed. Study (1) is a research throughout the existing literature to identify and describe components behavior and prerequisites of counting. Three components of counting were identified regularly, namely: one-one correspondence, intraverbal of the number sequence and cardinality. As a result of Study (1) a hierarchical sequence, following the proposition Resnick, Wang, and Kaplan (1973), was developed. For each of the three components, prerequisites behaviors were established. In Study (2), we sought to evaluate the adequacy of the hierarchical sequence proposed in Study (1). Participants were 13 children with an average age of 4 ½ years of age. The process included teaching and testing steps related to the hierarchical sequence of counting behavior, as well as pre and post test involving supposedly more complex behavior such as sets comparison and arithmetic. The adequacy test of the hierarchical sequence was conducted in four distinct stages: 1) initial test; 2) test after teaching component A; 3) test after teaching component B; and 4) test after teaching component C. The method used was escale analysis in which performance of each participant was recorded in terms of approval (+) or failure (-) in the test for each component and prerequisite. The sequence was considered improper for instances where a supposedly more complex behavior was carried out according to the criteria but not its prerequisites. The results showed that the sequence was adequate for most participants in the proposed components and prerequisites. More specifically, this research showed that in the initial application of the hierarchical sequence, component A (one-one correspondence) was the one that most participants results differed. Prerequisites that seemed inadequate in regard to its ordination were A.1.1 (remove objects one by one in random order while assigning a number name to each of the items), C.3.1 (answer the question how many objects there are in a group after adding items in front of the childs) and C.2.1 (producing sets with fingers). For other prerequisites, the results were as expected. The data showed that after teaching, performance of most participants improved in the hierarchical sequence tests. Finally, the results of arithmetic test showed that 8 of 11 participants increased the number of correct answers on questions about sets comparison and all the 11 participants showed increased number of correct answers relating to problem situations, indicating a possible effect of teaching prerequisite counting behaviors upon more complex mathematical behavior. Research limitations on this topic and its importance to practice are discussed.

**Key-words:** counting; hierarchical sequence; mathematical behavior.

## Sumário

<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>Estudos Sobre o Comportamento Matemático Infantil .....</b>	<b>4</b>
<b>Análise do Comportamento e Comportamento Matemático .....</b>	<b>7</b>
Subitização.....	10
Contagem.....	13
<b>Progressão Curricular: Trajetórias de Aprendizagem e Sequências Hierárquicas .....</b>	<b>20</b>
Trajetórias de aprendizagem.....	20
Sequências hierárquicas: um método para a proposição de currículos comportamentais .....	22
Avaliação de uma sequência hierárquica.....	29
<b>O Problema de Pesquisa .....</b>	<b>31</b>
<b>Estudo 1 - Identificação e Descrição de Comportamentos de Contagem na Literatura .....</b>	<b>33</b>
<b>Procedimento .....</b>	<b>33</b>
Etapa 1: Busca preliminar em periódicos de análise do comportamento.....	33
Etapa 2: Delimitação do comportamento matemático a ser estudado e levantamento de comportamentos componentes. ....	34
<b>Resultados do Estudo 1: Proposição de uma Sequência Hierárquica.....</b>	<b>39</b>
<b>Estudo 2 – Avaliação da Sequência Hierárquica Proposta.....</b>	<b>44</b>
<b>Participantes.....</b>	<b>45</b>
<b>Equipamentos e Materiais .....</b>	<b>45</b>
<b>Procedimento .....</b>	<b>46</b>
Local e arranjo experimental. ....	47
Etapa 1: Avaliação prévia de desempenho em comparação de conjuntos e de situações-problema envolvendo aritmética. ....	47
Etapa 2: Teste inicial da sequência hierárquica. ....	48
Etapa 3: Ensino dos componentes da sequência hierárquica e testagens intermediárias da sequência hierárquica.....	51
Etapa 4: Reaplicação da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética.....	56
<b>Resultados do Estudo 2: Avaliação da Sequência Hierárquica Proposta .....</b>	<b>57</b>
<b>Relacionamento com a Escola, Ambiente de Coleta e Frequência dos Participantes .....</b>	<b>57</b>
<b>Avaliação da Sequência Hierárquica do Comportamento de Contagem e Atividades de Ensino .....</b>	<b>59</b>

Teste inicial da sequência hierárquica (Hi).....	60
Atividades de Ensino dos Componentes A, B e C.....	66
Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente A (Habc).....	70
Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente B (Hbc).....	75
Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente C (Hc).....	79
Comparação do desempenhos nos componentes A, B e C nos testes da sequência hierárquica.....	81
Comparação do desempenho nos componentes A, B e C pós-atividades de ensino.....	82
Comparação do número de discrepâncias observadas nas análises dos comportamentos pré-requisitos nos testes da sequência hierárquica.....	84
Comparação pré e pós-teste da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética.....	88
<b>Suma dos Resultados.....</b>	<b>90</b>
<b>Discussão.....</b>	<b>92</b>
<b>Sobre a Proposição dos Comportamentos Componentes.....</b>	<b>93</b>
<b>Sobre a Proposição dos Comportamentos Pré-requisitos dos Componentes A, B e C.....</b>	<b>96</b>
<b>Sobre o Efeito do Ensino nos Resultados dos Testes da Sequência Hierárquica.....</b>	<b>99</b>
<b>Importância e Limitações de Estudos Sobre Sequências Hierárquicas de Aprendizagem.....</b>	<b>100</b>
<b>Considerações Finais: Implicações para a Prática.....</b>	<b>102</b>
<b>Referências.....</b>	<b>103</b>
<b>Apêndices.....</b>	<b>cxii</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>cxxii</b>

## Lista de Figuras

Figura 1. Etapas da Elaboração e da Análise de um Currículo de Ensino Segundo uma Sequência Hierárquica de Aprendizagem.....	24
Figura 2. Sequência Hierárquica de Unidades Matemáticas de Resnick et al. (1973). .....	25
Figura 3: Sequência Hierárquica dos Objetivos das Unidades 1 e 2 de Resnick et al. (1973).	27
Figura 4. Sequência Hierárquica Estabelecida a partir de um Comportamento Terminal (Resnick et al., 1973).....	28
Figura 5: Sequência Hierárquica Proposta na Presente Pesquisa. ....	41
Figura 6: Esquema dos Percursos Possíveis para os Participantes da Pesquisa. ....	52
Figura 7. Acertos nas Questões de Comparação de Conjuntos. ....	88
Figura 8: Acertos nas Questões de Situações-Problema Envolvendo Aritmética. ....	89

## Lista de Tabelas

Tabela 1: Uma escala de Guttman perfeita.....	30
Tabela 2: Comportamento de Contagem Descrito por Diversos Autores.....	37
Tabela 3. Características dos Participantes.....	45
Tabela 4. Descrições de Comportamentos Componentes e Pré-requisitos Solicitados, Materiais Utilizados, Números de Tentativas e Critérios para Mudança de Fase .....	49
Tabela 5: Atividades de Ensino para Subitização e Componentes A, B e C.....	54
Tabela 6. Teste Inicial da Sequência Hierárquica.....	60
Tabela 7. Análise dos Pré-requisitos do Componente A no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi).....	62
Tabela 8. Análise dos Pré-requisitos do Componente B no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi).....	63
Tabela 9. Análise dos Pré-requisitos do Componente C no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi).....	64
Tabela 10. Início e Número de Atividades de Ensino por Participante .....	67
Tabela 11. Atividades de Ensino Destinadas a Cada Participante Identificadas Pela Sequência Hierárquica Inicial e Pelas Demais Sequências Hierárquicas .....	69
Tabela 12. Teste da Sequência Hierárquica Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc) .....	71
Tabela 13. Delta de Desempenho Pós-Atividades de Ensino do Componente A para a Sequência Hierárquica (Habc) .....	71
Tabela 14. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente A Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc) .....	72
Tabela 15. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente B Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc) .....	73
Tabela 16. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc) .....	74
Tabela 17. Teste da Sequência Hierárquica Pós-Atividades de Ensino do Componente B (Hbc) .....	75
Tabela 18. Delta de Desempenho Pós-Atividades de Ensino do Componente B para a Sequência Hierárquica (Hbc).....	76

Tabela 19. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente B Pós-Atividade de Ensino do Componente B (Hbc).....	77
Tabela 20. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente B (Hbc).....	78
Tabela 21. Teste da Sequência Hierárquica Pós-Atividades de Ensino do Componente C (Hc) .....	79
Tabela 22. Delta de Desempenho Pós-Atividades de Ensino do Componente C para a Sequência Hierárquica (Hc) .....	79
Tabela 23. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente C (Hc) .....	80
Tabela 24. Desempenho dos Participantes nos Componentes A, B e C nos Testes da Sequência Hierárquica Hi, Habc, Hbc e Hc.....	82
Tabela 25. Desempenho nas atividades propostas para os componentes A, B e C nos testes Hi, Habc, Hbc e Hc .....	83
Tabela 26. Comparação dos Comportamentos pré requisitos discrepantes para os comportamentos componentes A, B e C nos testes da sequência hierárquica .....	86
Tabela 27. Análise da Ordenação dos Componentes da Sequência Hierárquica Proposta ..	95

### **Lista de Apêndices**

Apêndice I. Busca em periódicos de análise do comportamento .....	cxiii
Apêndice II. Termo de consentimento informado - instituição .....	cxvi
Apêndice III. Termo de consentimento informado .....	cxvii
Apêndice IV. Materiais utilizados na coleta .....	cxviii
Apêndice V. Folha de aplicação pré e pós-teste .....	cxxi

### **Lista de Anexos**

Anexo I: Parecer consubstanciado do CEP .....	cxxiii
---	--------

A aprendizagem de conteúdos acadêmicos por alunos brasileiros é bastante deficiente, de acordo com dados da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Com os resultados da avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)<sup>1</sup> de 2012, o Brasil passou a ocupar o 56<sup>o</sup> lugar no *ranking* mundial, com 410 pontos em leitura, 391 em matemática e 405 em ciências. Na área de matemática, ao se considerar o desempenho na primeira avaliação, o país teve uma grande evolução de rendimento: subiu de 334 para 391 pontos. Esta evolução, de acordo com o PISA, se deve a uma redução na proporção de estudantes cujo desempenho é considerado baixo (níveis 1 e 2). Em 2003, 75,2% dos alunos avaliados no país estavam classificados nestes níveis, enquanto em 2012 essa taxa era de 67,1%. Na última avaliação, apenas 1,1% dos participantes avaliados no Brasil tiveram um rendimento considerado de alto nível (níveis 5 e 6).

Dessa forma, os resultados do PISA indicam que as habilidades dos brasileiros na área de matemática estão abaixo da expectativa e que os estudantes se encontram, em média, no nível 2 de proficiência, o que implica que

. . . os estudantes podem interpretar e reconhecer situações em contextos que exigem apenas inferências diretas. Podem extrair informações relevantes de uma única fonte e fazer uso de apenas um tipo de representação. Podem empregar algoritmos, fórmulas, convenções ou procedimentos básicos. São capazes de raciocinar diretamente e fazer interpretações literais dos resultados. (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, 2010, p. 130)

Resultados semelhantes foram encontrados na Avaliação Brasileira do Final do Ciclo de Alfabetização, a Prova ABC, do movimento Todos pela Educação, aplicada no final de 2012. Participaram da avaliação 54 mil alunos de 1.200 escolas públicas e privadas distribuídas em 600 municípios brasileiros. Os resultados indicaram que apenas 29,3% dos estudantes do 3<sup>o</sup> ano do ensino fundamental possuíam proficiência na disciplina. Dessa forma, 70,7% dos alunos não

---

<sup>1</sup> Criado em 2000, o PISA, da OCDE, tem como objetivo comparar o desempenho de alunos de diversos países e é aplicado a estudantes de 15 anos de idade - faixa etária média do término da escolaridade básica obrigatória. A avaliação, que é aplicada em 65 países a cada três anos, abrange três áreas do conhecimento: leitura, matemática e ciências. Cada uma destas áreas é priorizada em cada edição. Em 2000, primeiro ano do programa, o foco foi em leitura; em 2003, em matemática; e em 2006, em ciências. Em 2009, iniciou-se um novo ciclo do programa, com o foco novamente recaindo sobre o domínio de leitura, seguido por matemática, em 2012. Em 2015, o enfoque será em ciências.

tinham domínio da adição e da subtração e não conseguiam resolver problemas envolvendo notas e moedas.

Os resultados da Prova Brasil<sup>2</sup> também corroboraram com esses dados. Apesar da melhora na média geral da disciplina de matemática na edição mais recente (2013) em comparação à edição anterior, (2011), os resultados ainda se encontravam muito abaixo da média considerada apropriada para os alunos. De acordo com a análise dos resultados da avaliação, apenas 35% dos alunos do 5º ano do ensino fundamental apresentaram conhecimento adequado em matemática, e apenas 11% dos alunos de 9º ano demonstraram ter aprendido o adequado. (QEdu, 2015)

O fraco desempenho de brasileiros em provas internacionais e nacionais constitui uma preocupação e um desafio para todos os que trabalham com educação. Muitos estudiosos têm se dedicado a investigar tanto as variáveis envolvidas neste problema quanto possíveis soluções para ele (p. ex., Hübner & Marinotti, 2004; Keller, 1968; Luna & Marinotti, 2010; Nunes & Bryant, 1996; Skinner, 1968; Vargas, 2013). O baixo desempenho evidenciado nestas avaliações é um retrato da defasagem do repertório que deveria ser obtido em ambiente escolar. Quanto a esta questão, diversos autores (Hart & Risley, 1995; Heckman, 2000; Shonkoff, 2011) têm defendido que tão importante quanto a intervenção no contexto educacional atual é a investigação do impacto das estimulações que antecedem a vida escolar. Pesquisas longitudinais com foco em predição de dificuldade em matemática têm demonstrado que crianças que possuem repertório de comportamentos matemáticos bem estabelecidos no início da vida escolar apresentam, em geral, bom desempenho ao longo da escolarização, ao passo que crianças com baixo desempenho em comportamentos matemáticos tendem a continuar com dificuldades (Aubrey & Godfrey, 2003; Aubrey, Godfrey & Dahl, 2006; Aunio & Niemivirta, 2010; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009).

Aubrey et al. (2006), na Inglaterra, dando continuidade a um estudo anterior (Aubrey & Godfrey, 2003)<sup>3</sup>, solicitaram a aproximadamente cem crianças que respondessem a três

---

<sup>2</sup> A Prova Brasil é uma avaliação censitária que engloba os alunos do 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino.

<sup>3</sup> Em 2003, os autores estudaram 300 crianças com o mesmo objetivo e o mesmo teste de 2006. A diferença entre os dois procedimentos estava na relação que os autores estabeleceram com os resultados da Avaliação Padronizada Nacional, realizada pelo governo inglês. O estudo de 2006 comparou os resultados aos desta avaliação, os quais, desta forma, também foram incluídos na análise.

formulários<sup>4</sup> com exercícios, um em cada um dos três ciclos de testes analisados. Os formulários compreendiam oito subtestes, totalizando quarenta itens, que forneceram informações sobre o repertório das crianças quanto a relações de espaço, tamanho, quantidade e ordem, contagem progressiva e regressiva, ordenação de números e resolução de problemas simples. O primeiro ciclo de testes ocorreu na metade do ano de entrada na escola; o segundo, no final do ano de entrada (quando as crianças tinham 5 anos de idade); e o terceiro, na metade do ano seguinte (quando as crianças tinham 6 anos de idade).

Com os dados obtidos, os autores confirmaram resultados anteriores de pesquisa: crianças que já possuíam os comportamentos matemáticos de contagem e de reconhecimento de números até dez no repertório de entrada da pré-escola apresentavam progresso na disciplina matemática para além dos anos iniciais do ensino fundamental, enquanto crianças que não possuíam esses repertórios tinham desempenhos muito inferiores ao longo dos anos. A Avaliação Padronizada Nacional foi um bom preditor para desempenhos baixos em anos seguintes, em especial para os alunos da pré-escola, quando estes possuíam baixos repertórios de sequência numérica e enumeração. A preocupação de Aubrey et al. (2006) em relacionar os dados de uma avaliação disponível e obrigatória à população inglesa com o desempenho posterior de crianças na disciplina matemática abriu a discussão para a importância da educação formal na pré-escola de comportamentos por vezes tão simples como a contagem.

Os resultados da pesquisa de Jordan et al. (2009) corroboraram os de Aubrey et al. (2006) e Aubrey e Godfrey (2003), indicando que seria possível prever o desempenho matemático escolar a partir de testagem que verificasse repertório de alguns comportamentos. Jordan et al. (2009) buscaram avaliar se haveria uma relação de predição entre os comportamentos matemáticos pré-escolares e o desempenho posterior na disciplina de matemática, em dois momentos distintos: no 1º ano e no período entre o 1º e o 3º ano. O comportamento dos participantes foi testado 11 vezes entre a pré-escola e o 3º ano. A avaliação do desempenho matemático posterior das crianças foi realizada a partir dos testes *Woodcock-Johnson III* e *Delaware State Testing Program*. As autoras também conseguiram demonstrar uma relação modesta, mas significativa, entre os comportamentos matemáticos presentes na pré-escola e o desempenho em matemática nos anos seguintes, sendo que esta relação se mostrou mais forte entre crianças de nível socioeconômico baixo.

---

<sup>4</sup> Os formulários faziam parte do teste padronizado *Utrecht Early Mathematical Competence Test*.

Os estudos apresentados corroboram para a suposição de que alguns comportamentos sejam tão fundamentais que permitam prever o desempenho matemático escolar posterior. Destaca-se que, quando da identificação de um déficit em comportamentos matemáticos, se não houver intervenção, é provável que crianças no início da escolarização formal permaneçam com baixo desempenho na área ao longo dos anos escolares (Aubrey & Godfrey, 2003; Aubrey et al., 2006; Jordan et al., 2009).

Para Dowker (2005), as dificuldades relacionadas à matemática nos primeiros anos escolares são largamente ignoradas, e, apesar de os comportamentos matemáticos poderem ser identificados precocemente, tais dificuldades, em geral, só são identificadas e caracterizadas diante das deficiências encontradas tardiamente, no ensino médio (Jordan et al., 2009). Desta forma, investir em aprimorar ou estabelecer comportamentos matemáticos em crianças mais jovens deveria ser uma prioridade no jardim de infância, na pré-escola e no 1º ano (Fuchs et al., 2005; Gersten, Jordan & Flojo, 2005; Kadosh, Dowker, Heine, Kaufmann & Kucian, 2013). A identificação desses comportamentos é o primeiro passo tanto para intervir nas dificuldades quanto para construir um currículo que possa contemplar formalmente o ensino de tais comportamentos às crianças.

Considerando a relevância dos comportamentos pré-escolares para o desempenho matemático posterior, o presente trabalho visou contribuir com respostas a indagações relativas às primeiras experiências da criança em matemática, mais especificamente, com investigações acerca de quais seriam os comportamentos matemáticos considerados fundamentais para o estabelecimento do comportamento de contagem, que, segundo diversos autores, é importante para aprendizagens subsequentes (p. ex., Baroody & Coslick, 1998; Frye et al., 2013; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Resnick, Wang & Kaplan, 1973). Para isso, lançou mão, entre outros recursos, das sequências hierárquicas, tema que será abordado posteriormente.

## **Estudos Sobre o Comportamento Matemático Infantil**

Em uma revisão histórica, Clements e Sarama (2009) e Sarama e Clements (2009) sugerem que estudos referentes ao comportamento matemático podem ser divididos em quatro fases, que diferem quanto às suas considerações teóricas e metodológicas.

Segundo os autores, a primeira fase ocorreu há mais de cem anos, quando Dewey, em 1989 (Clements & Sarama, 2009), e outros pesquisadores estudaram a relação entre contagem e subitização. De modo geral, a subitização designa a capacidade de reconhecer rapidamente numerosidades de três ou quatro elementos sem o uso da contagem. O conceito será abordado mais detalhadamente adiante.

A segunda fase foi marcada pela abrangente influência da teoria de Piaget, que redirecionou os estudos teóricos e empíricos, os quais passaram a explicar o desenvolvimento de conceitos numéricos com base em operações lógicas. Segundo Piaget, sem tais operações, não havia como realizar atividades quantitativas e, portanto, não havia motivo para tentar desenvolver comportamentos matemáticos como contagem. Para Clements e Sarama (2009) e Sarama e Clements (2009), os estudos de Piaget levaram professores e educadores em geral a acreditar que as crianças não poderiam pensar logicamente sobre quantidades até os primeiros anos do ensino fundamental. Esta visão foi embasada por centenas de investigações que compartilhavam da perspectiva teórica de Piaget e teve como implicação a escassez de investimentos em pesquisas e intervenções precoces, já que se acreditava que as crianças só poderiam adquirir determinados comportamentos após atingirem a devida maturação.

A terceira fase teve início quando uma nova perspectiva e novos métodos de pesquisa desafiaram os aspectos críticos da teoria de Piaget. Alguns pesquisadores questionaram se as tarefas de Piaget consistiam em medidas para o conhecimento numérico ou para outras competências, como a atenção a aspectos relevantes (Gelman, 1969). Outros duvidaram da posição de Piaget referente às operações lógicas. Assim, esta fase foi marcada por investigações que buscavam compreender comportamentos matemáticos em crianças pré-escolares, considerados fundamentais para aprendizagens posteriores.

A quarta fase é uma extensão da fase anterior, quando ainda se buscava conhecer mais sobre os comportamentos componentes e pré-requisitos da aprendizagem matemática. Os estudos desta fase diferem dos demais por adotarem novos métodos e medidas científicas, como as ressonâncias magnéticas (Clements & Sarama, 2009).

Tomando como referência as quatro fases propostas por Clements e Sarama (2009), podemos inserir estudos brasileiros relacionados ao comportamento matemático na terceira e na quarta fase, quando se iniciam, também no Brasil, indagações sobre a aprendizagem de

comportamentos matemáticos em crianças pré-escolares (p. ex., Carraher, Carraher & Schliemann, 1988).

O primeiro trabalho brasileiro em análise do comportamento a abordar o comportamento matemático foi apresentado em 1970 por Drachenberg. Em seu estudo, a autora propôs uma investigação sobre controle de estímulos, buscando identificar componentes fundamentais dos conceitos de número e de quantidade. Preocupada com o processo de formação do conceito de número em crianças de 2 a 4 anos, a autora investigou experiências anteriores à fase escolar que pudessem proporcionar maior conhecimento sobre estes conceitos. Utilizando um procedimento que envolvia *fading*<sup>5</sup> e *matching to sample*<sup>6</sup>, ela chamou a atenção para a importância de procedimentos que reduzissem o número de erros e, assim, o tempo necessário para a aprendizagem.

Desde então, alguns analistas do comportamento brasileiros vêm estudando comportamentos relacionados à matemática. Del Rey (2009), com o intuito de mapear o que havia sido pesquisado sobre o comportamento matemático por analistas do comportamento até 2005 no Brasil, examinou teses e dissertações que tratavam do tema. Apesar do número relativamente pequeno de produções que analisavam comportamentos matemáticos, os 29 trabalhos localizados se propunham a estudar diferentes comportamentos e conceitos. Com relação aos conceitos estudados, o autor observou uma maior frequência de uso dos conceitos de equivalência de estímulos (para estudos de número e ordenação), cadeias comportamentais (para estudos de ordenação) e generalização. Del Rey verificou que o paradigma da equivalência de estímulos foi o mais utilizado, aparecendo em 18 trabalhos, especialmente entre 2003 e 2004. O conceito de equivalência de estímulos foi identificado em oito dos nove trabalhos que investigavam o conceito de número, em cinco dos nove trabalhos sobre cadeias comportamentais e em todos os trabalhos que envolviam operações numéricas.

---

<sup>5</sup>*Fading* ou esvanecimento é um procedimento de ensino com redução gradativa de transferência do controle de um estímulo para outro. No procedimento *fading in*, há a introdução gradual de estímulos; no procedimento *fading out*, há a remoção gradual de estímulos (Fields, 1978).

<sup>6</sup>*Matching to sample* consiste em um procedimento para ensinar relações condicionais entre estímulos. Assim, um estímulo-modelo é apresentado e uma resposta a ele produz o aparecimento de dois ou mais estímulos-comparação, sendo apenas um designado como a escolha correta. A apresentação destes estímulos pode ser simultânea, de forma que todos estejam presentes no momento da escolha, ou pode haver uma diferença de tempo entre a apresentação do estímulo-modelo e a dos estímulos-comparação. As sessões experimentais são constituídas de tentativas nas quais o participante deve escolher o estímulo-comparação designado como correto condicionalmente ao estímulo-modelo apresentado (Sidman & Tailby, 1982).

O paradigma da equivalência de estímulos tem sido utilizado como modelo para o estudo de problemas importantes referentes à proposição de metodologias e para debates que digam respeito ao comportamento matemático (Carmo & Prado, 2004; Donini, 2005). Tal modelo permite a investigação e a intervenção em questões relacionadas ao estabelecimento de símbolos. Geralmente, o procedimento empregado para ensinar relações condicionais entre estímulos é o *matching to sample*. Ao se estabelecerem relações condicionais entre estímulos, estes podem passar a fazer parte de uma mesma classe, um se tornando símbolo do outro e, portanto, sendo intercambiáveis entre si. Essas classes de estímulos que se tornam equivalentes, além das relações diretamente ensinadas, incluem todas as possíveis relações emergentes entre seus membros, que são estabelecidas sem ensino direto. Testes para verificar se os estímulos passaram a ser equivalentes entre si são baseados nas relações lógicas de reflexividade, simetria e transitividade<sup>7</sup>. Uma vez que estas propriedades são características de um desempenho em *matching to sample*, é possível afirmar que uma classe de estímulos equivalentes foi formada (Sidman, 1994).

Apesar do número crescente de pesquisas (Clements & Sarama 2009), os conhecimentos acerca de comportamentos matemáticos infantis ainda são incipientes, em especial dentro da área de conhecimento da análise do comportamento (Carmo & Prado, 2004; Del Rey, 2009).

### **Análise do Comportamento e Comportamento Matemático**

Diferentes descrições e termos têm sido empregados por analistas do comportamento para definir comportamentos específicos envolvidos na matemática. Até mesmo a própria definição de comportamento matemático, embora esteja frequentemente apoiada no paradigma da equivalência, ainda é pouco clara. Carmo e Prado (2004) utilizam a definição de Skinner (1968), que designa como comportamento matemático todo repertório que esteja sob controle de estímulos numéricos e de relações arbitrárias entre números e símbolos matemáticos. Ribeiro, Assis e Enumo (2007), por sua vez, compreendem comportamento matemático como “. . .uma

---

<sup>7</sup> A reflexividade se refere à correspondência de identidade. Por exemplo, diante de um numeral específico escrito, a criança é capaz de emparelhá-lo com ele mesmo. A simetria diz respeito à reversibilidade funcional de uma relação. Por exemplo, ante um numeral escrito por extenso (nove), espera-se que a criança selecione o símbolo numeral escrito (9), e vice-versa. A transitividade se refere à equivalência de pelo menos três estímulos, de maneira que haja a transferência da relação a novas combinações por meio da associação compartilhada. Desta forma, diante da relação entre um numeral escrito por extenso (nove) e o símbolo numeral escrito (9), e de outra relação entre o numeral escrito por extenso (nove) e o número falado (“nove”), espera-se que a relação entre o símbolo numeral escrito (9) e número falado (“nove”) emerja.

rede de relações entre estímulos e/ou entre estímulos e respostas que estabelece as condições para a ocorrência de desempenhos verbais e de outros desempenhos cognitivos complexos, como a resolução de problemas aritméticos” (p. 25).

Dentre os comportamentos relacionados à matemática, o comportamento conceitual numérico é um que desperta interesse em pesquisadores no que diz respeito à sua definição. Resnick et al. (1973) se propuseram a descrever operacionalmente o comportamento que chamaram de “conceito de número” e, para tanto, destacaram todos os possíveis comportamentos componentes deste conceito: contagem; correspondência termo a termo; emparelhamento entre numerais escritos, falados e conjuntos de objetos; comparação de conjuntos; seriação e posição ordinal; adição e subtração; equações de adição e subtração. Para os autores, os comportamentos especificados compreendem desempenhos observáveis que, todos juntos, permitem inferir que a criança possui o conceito abstrato de número. O estudo de Resnick et al. tem o mérito de ter sido o primeiro não apenas a buscar a definição operacional do conceito de número, mas também em fazê-lo em uma sequência hierárquica, estabelecendo complexidades e relações entre os diferentes comportamentos que os autores julgavam ser componentes para aquisição do conceito de número.

Outros autores, como Carmo (2002), Carmo e Prado (2004) e Lorena, Castro-Caneguiem e Carmo (2013) propõem a utilização do termo “comportamento conceitual numérico” para descrever uma ampla rede de relações entre numerais e quantidades, englobando relações de algarismo-quantidade, de quantidade-algarismo, de nome do número-quantidade e de nome do número-algarismo. Lorena et al. (2013) destacam que, para a aprendizagem do comportamento conceitual numérico, alguns comportamentos básicos ou elementares são necessários, sendo definidos da seguinte forma:

Os comportamentos ou habilidades numéricas são aqueles repertórios que ocorrem em contextos que envolvem numerosidade, problemas aritméticos, estimativas, cálculos, etc. Em qualquer atividade humana, apresentar essas habilidades parece ser crucial para a execução de algumas tarefas no dia a dia. (p. 440)

Monteiro e Medeiros (2002), por sua vez, utilizam o termo “conceito de número” e o descrevem operacionalmente de acordo com sete critérios que devem ser aprendidos:

. . .1) na presença do número (5), de um conjunto de elementos (oooo) ou do nome escrito deste número (cinco), emitir oralmente o nome correspondente (...); 2) após um número ditado (“cinco”), escolher (apontar, marcar ou separar) a palavra escrita, o número ou a quantidade de elementos correspondentes (neste último caso, estaria implícito o comportamento de contar); 3) estabelecer correspondência entre uma determinada quantidade de elementos, o número, a palavra escrita e o nome falado do número, percebendo-os como estímulos equivalentes; 4) ordenar os numerais, palavras ou quantidades em uma sequência crescente ou decrescente; 5) realizar a produção de uma cadeia verbal da sequência anterior; 6) comparar dois conjuntos de elementos (corresponder um a um) e dizer qual é o “maior” (ou o que tem mais), qual é o “menor” (ou o que tem menos) ou se possuem quantidades iguais; 7) apresentar os comportamentos descritos nos itens 1 a 6 em outros contextos do dia a dia em que seja requisitada ou apropriada a emissão de tais respostas. (p. 74)

Apesar das diferentes definições dos comportamentos que envolvem a formação do conceito de número, os autores citados parecem concordar que a contagem é um comportamento essencial nesse processo (Carmo, 2002; Carmo & Prado, 2004; Lorena et al., 2013; Monteiro & Medeiros, 2002). Outros pesquisadores também estão de acordo com essa proposição e destacam a importância do bom desempenho no comportamento de contagem para a aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos como, por exemplo, comparação de conjuntos e problemas de aritmética (Clements & Sarama, 2009; Sarama & Clements, 2009). A descrição do comportamento de contagem e de comportamentos que o compõem foi alvo de estudos de alguns autores (Gelman & Gallistel, 1978; Jordan et al., 2009; Resnick et al., 1973; Shoenfeld, Cole & Sussman, 1976). Um dos comportamentos descritos como possível pré-requisito para o comportamento de contagem é o comportamento de subitização (Baroody & Coslick, 1998; Carmo & Prado, 2004; Clements & Sarama, 2009). Esses dois tópicos – contagem e subitização – serão abordados adiante.

A importância ímpar da aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos, incluindo o comportamento conceitual numérico, torna relevante o estudo do comportamento de contagem e de seus comportamentos componentes e pré-requisitos. (Aubrey et al., 2006; Baroody & Coslick, 1998; Carmo & Prado, 2004; Clements & Sarama, 2009; Fuson, 1988; Jordan et al., 2009; Monteiro & Medeiros, 2002; Payne & Huinker, 1993; Resnick & Ford, 1981). Por essas razões, passaremos a discutir a subitização, comportamento pré-requisito do comportamento de contagem, sendo este último o foco da presente pesquisa.

### **Subitização**

Subitização (*subitizing*) foi um termo cunhado em 1949 por Kaufman, Lord, Reese e Volkman. Refere-se a um processo de discriminação visual pelo qual é possível detectar até três objetos com uma rapidez de milésimos de segundos. O termo é derivado do adjetivo latino *subitus* (que significa "súbito") e diz respeito à discriminação imediata de quantos itens se encontram dentro da cena visual. Este comportamento de reconhecimento de quantidades é pré-verbal (Resnick, 1989) e foi detectado em diferentes faixas etárias, gêneros e etnias (McCrink, Spelke, Pica & Dehaene, 2013). Alguns acreditam que este comportamento seja um pré-requisito para vários comportamentos matemáticos, e não apenas para contagem (Clements & Sarama, 2009; Sarama & Clements, 2009).

Clements e Sarama (2009) sugerem que existem dois tipos diferentes de subitização: a subitização perceptual e a subitização conceitual. A subitização perceptual se refere ao comportamento de reconhecer a quantidade em pequenos conjuntos sem o conhecimento de números e do comportamento matemático de contagem. As crianças desenvolvem este comportamento em uma idade jovem. De acordo com Clements e Sarama, elas começam a nomear coleções de um, dois e três objetos entre as idades de 1 e 2 anos. Aos 3 anos, as crianças também podem criar coleções de um a três objetos, às vezes quatro.

O segundo tipo, subitização conceitual, é um comportamento um pouco mais complexo, pois requer a aprendizagem de determinados padrões e seu correspondente numérico. O comportamento se relaciona a ver instantaneamente as partes e juntá-las para formar um todo. Por exemplo, no caso de um conjunto de cinco itens que estivesse organizado com três e dois pontos, em um comportamento de subitizar conceitualmente o indivíduo veria três e dois e, então, concluiria que havia cinco itens no conjunto, sem para tanto ter recorrido à contagem. Subitização conceitual para cinco a dez itens pode ser esperada, segundo os autores, aos 5 anos de idade.

Entre os primeiros estudos com o objetivo de demonstrar a existência de comportamentos necessários para perceber e representar itens em pequena quantidade está o de Starkey e Cooper (1980). Como sujeitos, os autores utilizaram 72 crianças com idades entre 16 e 30 meses, já que estudos prévios haviam indicado que crianças com 2 anos (104 semanas) apresentavam subitização para distinguir conjuntos que contivessem menos de quatro itens (Starkey & Cooper, 1980).

Durante o experimento, os bebês permaneciam sentados no colo de suas mães e eram, a princípio, expostos a *slides* com conjuntos contendo dois ou três grandes pontos pretos distribuídos horizontalmente. Os autores chamaram esta fase de habituação, e ela se encerrava no momento em que os bebês começavam a olhar para outras coisas ao redor. A fase seguinte, chamada de pós-habituação, consistia em apresentar *slides* com conjuntos contendo um número diferente de pontos. Apresentavam-se três pontos para os bebês previamente expostos a dois pontos, e dois pontos para os bebês previamente expostos a três pontos. Os autores tiveram o cuidado de variar o espaçamento entre os pontos para que nem o comprimento total da linha nem a densidade dos pontos fossem usados para discriminar o número.

Starkey e Cooper (1980) notaram que o tempo médio de fixação do olhar das crianças era significativamente maior quando o *slide* apresentava um número diferente de pontos. Na condição de dois para três pontos na pós-habituação, a média de 1,9 segundos foi obtida para o último *slide* de dois pontos apresentado, enquanto para o primeiro *slide* de três pontos a média subiu para 2,5 segundos, o que representa um aumento de 32% no tempo de fixação do olhar. As crianças do grupo de controle, para as quais eram apresentados *slides* com quatro ou seis pontos, não evidenciaram uma variação significativa no tempo de fixação do olhar quando o *slide* apresentou um número diferente na fase de pós-habituação.

Com este estudo, Starkey e Cooper (1980) concluíram que, antes dos 10 meses de idade, os bebês são capazes de discriminar quantidades pequenas (entre um e dois e entre dois e três), e sugeriram que bebês humanos usam uma percepção imediata para realizar esta atividade. Os autores, assim, definiram e comprovaram o conceito de *subitizing*, cunhado por Kaufman et al. (1949). Para eles, o experimento evidenciou a existência de habilidades precursoras ao início da contagem verbal.

Muitos estudos replicaram sistematicamente o experimento de Starkey e Cooper (1980). Os autores seguintes, entre outras mudanças, variaram o número de pontos apresentados, os aparatos utilizados e até mesmo o tipo de estímulo empregado (Lipton & Spelke, 2003, 2005; Xu & Arriaga, 2007; Xu, Goddard & Spelke., 2005; Xu & Spelke, 2000).

Xu e Spelke (2000) realizaram dois experimentos com o objetivo de testar diretamente se bebês são capazes de discriminar numerosidades aproximadas maiores do que as descobertas por Starkey e Cooper (1980). O Experimento 1 testou a discriminação de 16 bebês de 6 meses de idade com cartões de oito ou 16 pontos que variavam de tamanho e de posição. O Experimento 2,

por sua vez, usou cartões de oito ou 12 elementos com as mesmas crianças. Os experimentos delineados planejaram controlar as seguintes variáveis, questionadas em outros estudos: brilho médio dos elementos do cartão, comprimento do contorno, densidade de exibição e tamanho do ponto.

Os resultados mostraram que, quando as variáveis densidade e brilho dos elementos foram controladas, os bebês foram capazes de distinguir os cartões que apresentavam oito dos que mostravam 16 elementos, mas não os que apresentavam oito dos que traziam 12 elementos. Isto indica que a marca de três elementos não representa um verdadeiro limite numérico para a capacidade da criança de diferenciar numerosidades, como havia sido sugerido em estudos anteriores, por exemplo, o de Starkey e Cooper (1980). Xu e Spelke (2000) comprovaram que crianças de 6 meses de idade eram capazes de discriminar conjuntos que diferiam em uma razão de 1:2, mas não em uma razão de 2:3.

A fim de investigar diferenças em nível de desenvolvimento na discriminação de grandes números dispostos em conjuntos visuoespaciais, Xu e Arriaga (2007) realizaram dois experimentos para determinar se crianças de 10 meses de idade eram capazes de diferenciar oito elementos de 12 (uma razão de 2:3) e oito de dez (uma razão de 4:5). Os experimentos foram bastante semelhantes aos de Xu e Spelke (2000), com as seguintes diferenças: a média de idade dos participantes passou a ser de 10 meses e 5 dias e os estímulos, em vez de serem apresentados em cartões, foram mostrados em uma tela de computador. Os resultados de Xu e Arriaga demonstraram que crianças de 10 meses eram capazes de fazer a distinção entre telas de oito e de 12 elementos, mas não entre telas de oito e de dez elementos. Para os autores, esta é mais uma evidência de que há um limite na discriminação da numerosidade e que, à medida que os bebês crescem, eles passam a ser capazes de discriminar arranjos que se diferenciam em razões menores.

Apesar de a subitização ser considerada filogenética, alguns autores, como Clements e Sarama (2009), Gersten e Chard (1999) e Gurganus (2004), defendem que é possível e desejável que as crianças sejam estimuladas a desenvolvê-la.

Para Clements e Sarama (2009) e Sarama e Clements (2009), a subitização é um comportamento matemático de extrema relevância, mas não é a única forma de as crianças aprenderem sobre números e relações matemáticas. Eles consideram que contar é um meio mais eficiente para se chegar a conclusões sobre problemas matemáticos. De qualquer forma, segundo os autores, a subitização consiste em um importante passo para atingir o comportamento de

contagem, uma vez que introduz alguns de seus comportamentos básicos: identificar pequenas quantidades; diferenciar conjuntos maiores de menores; e distinguir partes de conjuntos de conjuntos inteiros. Quando tais comportamentos são ensinados e ficam bem estabelecidos, eles se relacionam com o início do comportamento de contagem. Pode-se dizer, ainda, que estes comportamentos sejam pré-requisitos para a aprendizagem da matemática ao longo dos anos escolares da criança.

### **Contagem**

Diversos autores associam uma experiência pobre com contagem a prejuízos no desempenho escolar e na vida do indivíduo (Baroody, 1987; Baroody & Coslick, 1998; Clements & Sarama, 2009; Fuson 1988; Payne & Huinker, 1993; Resnick & Ford, 1981). Para Baroody e Coslick (1998), o comportamento de contagem é “. . .o primeiro veículo para a construção do conceito de número e a base para o uso da matemática informal. Dificuldades com contagem podem prejudicar seriamente o progresso matemático escolar de uma criança” (p. 5). Para os autores, ter o domínio da contagem é essencial porque comportamentos matemáticos são construídos apoiados uns nos outros e servem de base para atividades mais complexas, como tirar um determinado número de elementos de um grupo maior, ou realizar comparações entre conjuntos. Baroody e Coslick defendem que, se os comportamentos matemáticos que servem de base para outros comportamentos mais complexos não forem eficientes, as crianças não poderão desempenhar tarefas mais complicadas.

Com frequência, o trabalho de Gelman e Gallistel (1978) é utilizado na literatura como referência para a descrição do comportamento de contagem. Entre os tópicos abordados, Gelman e Gallistel descreveram o que acreditaram ser princípios que as crianças respeitam quando contam.

Em 1978, Gelman e Gallistel solicitaram a crianças com idades entre 2 e 6 anos que contassem conjuntos isolados de objetos. Tais conjuntos eram sempre organizados em filas retas e variavam de tamanho, possuindo de dois a 19 objetos. As autoras observaram as crianças contando esses conjuntos e registravam se elas contavam apenas uma vez, se elas contavam sempre na mesma ordem (um antes de dois, dois antes de três) e se elas pareciam reconhecer que o último número contado representava o número de objetos no conjunto.

Em um conjunto posterior de experimentos, Gelman e Meck (1983) pediram a crianças que fizessem julgamentos acerca da contagem feita por um fantoche que ocasionalmente contava erroneamente os objetos em um conjunto. Os experimentos visavam verificar se as crianças conseguiam detectar essas violações na contagem. Os resultados mostraram que se o fantoche contasse até seis, por exemplo, e então dissesse que havia cinco objetos no conjunto, as crianças geralmente detectavam que ele cometera um erro. Ao contar conjuntos com mais de quatro objetos, no entanto, as crianças abaixo de 5 anos cometeram um número considerável de erros e apenas aproximadamente metade das crianças obteve êxito na tarefa de contagem.

De modo geral, as crianças tiveram um desempenho bastante bom, particularmente quando estavam contando conjuntos pequenos. Elas geralmente contavam, de fato, cada objeto uma vez, apenas uma vez e eram rápidas em julgar que o fantoche contara errado quando ele deixava de contar um dos objetos ou contava um membro específico do conjunto mais de uma vez. As crianças também tendiam a produzir os mesmos nomes de números, na mesma sequência, em ocasiões diferentes, mesmo que a ordem real das palavras - e, às vezes, as próprias palavras - nem sempre estivesse correta.

Partindo de suas observações, Gelman e Gallistel (1978) postularam que a atividade de contagem seria regida por cinco princípios: o princípio da ordem estável; o princípio da correspondência termo a termo; o princípio da cardinalidade; o princípio da abstração; e o princípio da não pertinência da ordem. Os três primeiros princípios definiriam o procedimento de contagem, o quarto determinaria o tipo de conjunto em que a contagem pode incidir e o quinto permitiria distinguir a contagem de uma simples nomeação.

O princípio da ordem estável, chamado também de sequência verbal numérica, alude à ideia de que, sempre que se conta, devem ser produzidos nomes de números que sigam a ordem correta. Se a ordem dos números for alterada (p. ex., 1-2-3-4-5-6 em uma ocasião e 1-3-5-6-2-4 em outra), chegar-se-á a totais diferentes para o mesmo conjunto de objetos em momentos distintos. Esta sequência, para a análise do comportamento, pode ser entendida como um comportamento intraverbal. De acordo com Skinner (1957), o operante intraverbal é o operante verbal cuja estimulação antecedente pode ser um antecedente verbal vocal ou escrito e cuja resposta não apresenta correspondência ponto a ponto com o estímulo antecedente. As consequências que mantêm a resposta são estímulos reforçadores generalizados.

A correspondência termo a termo se refere ao fato de que, no ato de contar, todos os objetos devem ser contados, e cada um deles uma vez, apenas uma vez. Caso se conte cada objeto duas vezes, se pule um objeto ou se conte nos espaços entre os objetos na coleção, chegar-se-á ao total errado.

A cardinalidade, por sua vez, diz respeito ao fato de o último termo de um processo de enumeração ter um significado especial, pois ele não apenas localiza o último número enumerado como representa o total de itens em uma coleção. Este terceiro componente, a cardinalidade, indica que contar implica decidir o número de elementos do conjunto de objetos sendo contado - ou seja, o total de objetos corresponde ao último nome de número da contagem. O princípio da cardinalidade, no sentido empregado por Gelman e Gallistel (1978), significa que se usam rótulos em contagem. Se for dito que ela vai até “cinco” (1-2-3-4-5), então deve haver cinco objetos no conjunto sendo contado.

Gelman e Gallistel (1978) ainda destacaram outros dois princípios: o da abstração e o da não pertinência da ordem. O da abstração afirma que os princípios anteriores podem ser aplicados a quaisquer arranjos ou conjuntos físicos ou não físicos. Trata-se um princípio permissivo e não restritivo de como e que itens devem ser contados.

O princípio da não pertinência da ordem, por sua vez, diz que a ordem de enumeração, ou seja, a ordem em que os itens são marcados e, portanto, qual item recebe qual nome, é irrelevante. Em outras palavras, "não importa a ordem em que você conta".

Para Clements e Sarama (2009) e Nunes e Bryant (1996), os três princípios de como contar são indiscutíveis. Uma criança que não os respeite não está contando apropriadamente, e qualquer criança que de fato os respeite consistentemente pode estar se saindo bem.

Há, entretanto, divergências relacionadas à interpretação dos princípios, tanto no que diz respeito à sua característica inatista quanto no que se refere à interpretação sobre o princípio da cardinalidade. A proposição de que esses comportamentos descritos seriam inatos não é aceita, por exemplo, por pesquisadores da análise do comportamento. Para estes, os princípios poderiam ser descritos em termos comportamentais e sua aprendizagem seria facilmente compreendida pelo processo de condicionamento operante, quando uma resposta (ação) é modelada no organismo através de reforço diferencial e aproximações sucessivas. Adotar a visão analítico-comportamental sobre o comportamento de contagem implica em olhar para cada um dos

princípios descritos por Gelman e Gallistel (1978) como comportamentos a serem estudados e analisados.

Outros autores (Baroody & Wilkins, 1999; Fuson 1988; Nunes & Bryant, 1996) argumentam de maneira contrária à interpretação de Gelman e Gallistel (1978) sobre a cardinalidade. Para eles, as crianças com 5 anos de idade podem não entender o significado da última palavra falada na contagem. Assim, tais autores defendem que é possível que a criança aprenda o comportamento de repetir a última palavra da contagem em resposta à pergunta “Quantos itens há no conjunto?” sem, no entanto, relacionar esta resposta com a quantidade do conjunto. Baroody e Wilkins (1999) afirmam que, inicialmente, a criança pode não compreender que o objetivo da contagem é determinar o número de itens em um conjunto. Para Fuson (1988), o princípio da cardinalidade proposto por Gelman e Gallistel foi acurado ao descrever que crianças se comportam como se estivessem obedecendo a um princípio, mas não ao concluir que elas compreendem que o último número representa a quantidade em um determinado conjunto. De acordo com Fuson, responder sob controle da última palavra é um importante passo para que a criança passe a utilizar a contagem como um meio para a cardinalidade, mas o entendimento de que a última palavra contada tem um significado especial pode ser independente da capacidade de contar precisamente.

Buscando saber mais sobre a aquisição da contagem e o conceito de número em crianças, Karen Fuson reuniu, em 1988, os resultados de um extenso programa de pesquisa relatando o desenvolvimento dos comportamentos de cardinalidade, contagem e sequência numérica em crianças dos 2 aos 8 anos de idade. Em muitos experimentos, a autora dialoga com os resultados de Gelman e Gallistel (1978).

Com relação à correspondência termo a termo, Fuson (1988) realizou dez estudos analisando os erros que as crianças cometiam neste comportamento em atividades com arranjos lineares e aleatórios. Outras variáveis foram analisadas, como tamanho do conjunto, homogeneidade de cores dos objetos e proximidade entre objetos. Uma das justificativas para os estudos se referia ao fato de que as tarefas propostas por Gelman e Gallistel (1978) envolveram contar objetos em um arranjo específico - em filas retas e com intervalos regulares entre eles.

Em um de seus experimentos, Fuson (1988) solicitou a crianças com idades entre 3 anos e meio e 6 anos que contassem conjuntos de blocos dispostos em arranjos lineares, circulares ou

aleatórios. Assim como Gelman e Gallistel (1978), a autora também variou o número de objetos que deu para as crianças em ocasiões diferentes.

Um dos resultados deste estudo foi a descoberta de que as crianças, de fato, cometem mais erros em arranjos aleatórios. Os participantes da pesquisa de Fuson (1988) não tiveram desempenhos tão bons quanto os que integraram o estudo de Gelman e Gallistel (1978), especialmente os mais jovens. As crianças de 3 anos e meio a 4 anos mostraram pouco respeito ao princípio da correspondência termo a termo quando tiveram de contar objetos organizados linearmente, mesmo em conjuntos menores, de quatro a cinco objetos. As crianças mais velhas, em contraste, geralmente mantiveram o princípio da correspondência termo a termo com conjuntos tão grandes quanto os com 40 objetos. No entanto, com outros arranjos espaciais, e particularmente quando os objetos eram espalhados aleatoriamente sobre a mesa, as crianças de todas as faixas etárias consideraram muito mais difícil respeitar o princípio da correspondência termo a termo.

Fuson (1988) relatou 14 tipos de erros na correspondência termo a termo, demonstrando o quão difícil é coordenar a ação de falar os números com a de apontar para os objetos a serem contados. Entretanto, conforme destacado nos resultados da autora, crianças novas emitem este comportamento com bastante acurácia. Por outro lado, por mais que a correspondência seja acurada, isso ainda não garante que a contagem esteja correta; para isso, ainda seria necessário que a criança produzisse uma sequência verbal de números adequada.

Com relação à aquisição da sequência verbal numérica, Fuson (1988) citou cinco comportamentos distintos dos 2 aos 8 anos de idade. O primeiro é marcado pela pronúncia de uma única palavra numérica (“umdoistrêsquatrocinco”), em que não podem ser identificadas unidades de palavras numéricas. Em um segundo comportamento, um pouco mais complexo, observa-se que as palavras numéricas podem ser diferenciadas, mas elas fazem parte de uma única listagem de palavras (um-dois-três-quatro-cinco) que pode apenas ser recitada dessa forma, iniciando sempre do número um. A possibilidade de se iniciar a recitar a partir de outro número que não o número um consiste no terceiro comportamento descrito por Fuson (três-quatro-cinco). Um quarto comportamento, ainda um pouco mais complexo, é a utilização das palavras numéricas de maneira independente da lista (p. ex., quatro). Nesse momento a criança não precisa mais recitar toda a listagem para pronunciar uma única palavra numeral. Ao comportamento mais

complexo entre os cinco mencionados, Fuson deu o nome de “cadeia bidirecional”, indicando o momento em que as crianças utilizam tanto sucessores quanto antecessores da sequência numérica, sem ter que recorrer a recitação de uma cadeia de números.

Ao relatar os dados coletados com crianças norte-americanas, Fuson (1988) destacou que a maior parte das crianças até 3 anos e meio já sabia contar até dez, e que crianças entre 3 anos e meio e 4 anos e meio estavam aprendendo a sequência até 20. A autora alertou, entretanto, para o cuidado a ser tomado em relação à generalidade desses dados para outras culturas que não utilizem o inglês. Deve-se considerar a importância da estrutura da linguagem, sendo este um fator crucial para os erros cometidos na aprendizagem da sequência verbal.

Sobre a cardinalidade, como já foi exposto, Fuson (1988) discorda das proposições de Gelman e Gallistel (1978), defendendo que a contagem e a cardinalidade são comportamentos, em um primeiro momento, distintos.

De maneira resumida, os achados de Fuson (1988) demonstram que a relação entre os aspectos da contagem (sequência, correspondência e cardinalidade) varia em função do tamanho do conjunto. Tanto para a sequência verbal numérica quanto para a correspondência termo a termo, contar conjuntos maiores é uma tarefa mais difícil. Para a sequência verbal numérica, esta dificuldade decorre do fato de que conjuntos maiores, a partir de sete itens, exigem que mais palavras tenham sido aprendidas. Para correspondência termo a termo, parece ser mais difícil contar conjuntos maiores porque isso resulta no aumento do critério para que haja um desempenho acurado, isto é, há mais chances de erros serem cometidos na correspondência termo a termo em quantidades maiores. O princípio da cardinalidade, no entanto, tem que ser demonstrado apenas uma vez para cada conjunto, independentemente de quão grande ele seja.

Em sua pesquisa, Fuson (1988) observou também que a relação de complexidade entre os comportamentos componentes de contagem diferiu daquela encontrada e proposta por Gelman e Gallistel (1978), que concluíram à época que a criança aprendia inicialmente a sequência verbal numérica, depois a correspondência termo a termo, e, por último, a cardinalidade. Fuson constatou que a variável “tamanho do conjunto” era essencial para determinar a ordem de aquisição dos comportamentos componentes. Com conjuntos pequenos (dois e três), os dois componentes da contagem “sequência verbal numérica” e “correspondência termo a termo” foram aprendidos antes do componente de cardinalidade. A ordem de aprendizagem desses

componentes permaneceu verdadeira apenas para algumas crianças quando os conjuntos apresentados foram maiores (quatro a seis). Nessa situação, foi comum crianças exibirem sequência verbal numérica e correspondência termo a termo, mas não cardinalidade. Para conjuntos entre sete e 16 itens, a ordenação mais apropriada dos componentes no que se refere à facilidade de aprendizagem parece ser: sequência verbal numérica; cardinalidade; e, por fim, correspondência termo a termo. Vale destacar que, segundo Fuson, o tamanho desses conjuntos é aproximado, e o desempenho também depende da idade da criança.

Por fim, Fuson (1988) observou que, mesmo quando uma criança atinge um alto desempenho nos componentes de contagem, ela leva cerca de um ano até ficar proficiente no comportamento em questão. Isso fez a autora concluir que a contagem é um comportamento que envolve mais prática do que *insight*.

Os resultados das pesquisas de Fuson (1988) e de Gelman e Gallistel (1978) indicaram não apenas a importância do comportamento de contagem, mas também a sua complexidade. Cada um dos comportamentos, sugeridos inicialmente por Gelman e Gallistel como princípios que regem a contagem, podem ser decompostos em comportamentos mais simples. A variedade de erros descrita por Fuson na cardinalidade, correspondência termo a termo e sequência verbal numérica sugere que cada um desses comportamentos possui pré-requisitos, e que a não aquisição de um desses pré-requisitos pode acarretar erros na contagem. Trabalhos como o de Resnick et al. (1973), que será descrito adiante, se ocuparam desse desafio.

Embora as crianças utilizem comportamentos de contagem antes mesmo da escolarização, é papel da educação formal contemplar seu ensino e o de seus componentes. Inúmeras pesquisas apontam para a necessidade de reorientação da instrução matemática precoce, assim como dos currículos de ensino propostos na educação formal (Frye et al., 2013). Comportamentos tão essenciais para desempenhos posteriores, como é o caso da contagem (Aubrey et al. 2006; Jordan et al. 2009), são familiares para todos, mas precisam ser reconhecidos explicitamente por educadores. Embora ainda em pequeno número, pesquisadores têm se preocupado em desenvolver currículos ou trajetórias de aprendizagem de matemática, conforme será apresentado nas seções seguintes.

## **Progressão Curricular: Trajetórias de Aprendizagem e Sequências Hierárquicas**

Algumas propostas curriculares (p. ex., o *Common Core State Standards Initiative*) assumem que a aprendizagem matemática deve seguir uma lógica baseada na complexidade dos conceitos e nos pré-requisitos que se estabelecem na sequência deles. Diversos autores, internos e externos à área da análise do comportamento, se dedicaram a buscar essa ordem de ensino, chamada, por vezes, de trajetória de aprendizagem (p. ex., Baroody & Coslick, 1998; Clements & Sarama, 2009; Fuson, 1988). Analistas do comportamento também têm proposto e testado sequências hierárquicas de aprendizagem de matemática (Donini, 2005; Resnick & Ford, 1981).

### **Trajetórias de aprendizagem**

Para Clements e Sarama (2009), as crianças seguem progressões de desenvolvimento com relação à aprendizagem. Quando os educadores compreenderem tais progressões e planejarem atividades sequenciais baseadas nelas, poderão construir ambientes de aprendizagem matemática apropriados e efetivos. Estes ambientes são formados a partir do que os autores chamam de trajetórias de aprendizagem. Tais trajetórias descrevem os objetivos da aprendizagem, os pensamentos e os processos de aprendizagem de crianças em diversos níveis, bem como as atividades nas quais elas devem se engajar.

Apesar de as trajetórias de aprendizagem serem comprovadamente efetivas para a aprendizagem matemática precoce, há poucos estudos comparando as diferentes formas para sua implementação. Da mesma forma, a importância deste tipo de estudo não foi pesquisada até o momento. É relevante mencionar ainda que, nos Estados Unidos, para os primeiros anos de escolaridade, várias trajetórias têm sido traçadas com base em pesquisas, contemplando distintos comportamentos, como a contagem e a aritmética.

As trajetórias de aprendizagem mantêm a promessa de melhorar o desenvolvimento profissional e o ensino precoce da matemática. Elas podem facilitar o ensino e a aprendizagem de todas as crianças, mas, especialmente, daquelas que apresentam dificuldades ao longo da aprendizagem. Neste sentido, as trajetórias orientam pais e professores na identificação dos déficits e na conduta com crianças que necessitem de intervenção individualizada.

Clements e Sarama (2009) defendem a ideia do uso de trajetórias de aprendizagem para o ensino matemático, conforme já foi mencionado. Segundo os autores, elas são compostas de: um

objetivo matemático; um caminho de desenvolvimento que as crianças percorrem para atingir determinado objetivo; e um conjunto de atividades ou tarefas instrucionais que respeitam o tempo de cada criança. Estas trajetórias, portanto, levam em conta os comportamentos que são necessários para o desenvolvimento da aprendizagem matemática, a idade da criança e a melhor forma de se aproximar dela de maneira instrucional.

Um exemplo de documento curricular que parece ter adotado o conceito de trajetórias de aprendizagem em sua proposta é o já citado *Common Core State Standards Initiative*, implementado por 45 dos 50 estados americanos<sup>8</sup>. Ele começou a ser redigido em 2009, quando a Associação Nacional de Governadores (*National Governors Association* [NGA]) e o Conselho de Chefes de Estado Oficiais de Escolas (*Council of Chief State School Officers* [CCSSO]) tomaram a iniciativa de escrever padrões curriculares para as áreas de alfabetização e de ensino da matemática.

No que diz respeito à matemática, os objetivos apresentados se propuseram a abranger não apenas a disciplina em si, mas também os conhecimentos necessários para o dia a dia.<sup>9</sup> Tais padrões curriculares estabeleceram que, durante o período da pré-escola,

. . . os alunos deverão utilizar números, incluindo numerais escritos, para representar quantidades e resolver problemas quantitativos, como, por exemplo: contar objetos em um conjunto; contar um determinado número de objetos; e comparar conjuntos ou numerais. Os alunos escolherão, combinarão e aplicarão estratégias eficazes para responder a questões quantitativas, incluindo: reconhecimento rápido de pequenos conjuntos de objetos; contagem e produção de conjuntos de determinados tamanhos; contagem de objetos em conjuntos combinados; e contagem do número de objetos que permanecem em um conjunto após alguns serem retirados do conjunto. . . descrever o seu mundo físico, usando ideias geométricas (por exemplo, forma, orientação, relações espaciais) e vocabulário. Eles identificarão e descreverão formas bidimensionais básicas, tais como quadrados, triângulos, círculos, retângulos e hexágonos, que sejam apresentados em uma variedade de formas (por exemplo, com diferentes

---

<sup>8</sup> Anunciada em 1º de junho de 2009, a iniciativa tinha como propósito declarado proporcionar uma compreensão clara e consistente acerca do que os alunos deveriam aprender, para que os professores e os pais soubessem o que poderiam fazer para auxiliar as crianças. Além disso, segundo a iniciativa, os padrões seriam projetados para terem relevância no mundo real, refletindo o conhecimento e os comportamentos que os jovens necessitam para obter sucesso na faculdade e na carreira.

<sup>9</sup> Isso pode ser percebido, em linhas gerais, pelas oito práticas sugeridas, que deveriam guiar todo ensino de matemática: 1. dar sentido a problemas e perseverar em resolvê-los; 2. desenvolver o raciocínio abstrato e quantitativo; 3. construir argumentos viáveis e desenvolver críticas a outros raciocínios; 4. criar modelos matemáticos; 5. usar ferramentas apropriadas estrategicamente; 6. estar atento à precisão; 7. procurar usar a estrutura; e 8. buscar expressar regularidade no raciocínio.

tamanhos e orientações), bem como formas tridimensionais, tais como cubos, cones, cilindros e esferas. (Common Core Standars Initiative, 2012, p. 9)

O *Common Core* determinou que o tempo de instrução, na pré-escola deve se centrar em duas áreas: 1. representação e comparação de números inteiros, inicialmente com conjuntos de objetos; e 2. descrição de formas e do espaço. O documento definiu cinco unidades gerais de conteúdo curricular para o período da pré-escola, a saber: I. Contagem e cardinalidade; II. Operações e pensamento algébrico; III. Números e operações na base dez; IV. Medidas e dados; e V. Geometria.

A Unidade I, “Contagem e cardinalidade”, que interessa à presente pesquisa, destaca as seguintes subunidades como essenciais no currículo:

- Relação entre número falado e número escrito e entre números e objetos e comportamento intraverbal de sequência numérica.
- Contagem de objetos: relação entre número (falado) e objeto, sem omissões e repetições.
- Comparação de números: discriminação de números com base em relações de equivalência número-quantidade.

Vale notar que, ao que parece, a Unidade I indica a importância do estabelecimento de relações de equivalência entre números falados, escritos e conjuntos, bem como da sequência verbal numérica e da correspondência termo a termo. Isso está de acordo com o que a literatura apresenta para o desenvolvimento do repertório de contagem (p. ex. Baroody & Coslick, 1998; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Lorena, Castro-Caneguim & Carmo, 2009).

Como já foi mencionado, alguns analistas do comportamento também têm desenvolvido propostas curriculares. Elas serão chamadas, neste trabalho, de sequências hierárquicas, conforme sugerido por Resnick et al. (1973).

### **Sequências hierárquicas: um método para a proposição de currículos comportamentais**

Alguns autores, como o psicólogo educacional Robert Gagné, discutiram a aprendizagem de comportamentos complexos. Gagné estudou a relação entre as formas simples e complexas de

aprendizagem e, ao mesmo tempo, investigou se haveria ou não alguma continuidade entre elas. Suas pesquisas o levaram a propor oito tipos de aprendizagem hierarquicamente relacionados, os quais constituiriam os principais pré-requisitos para a aquisição de comportamentos mais complexos (ver, por exemplo, Gagné, 1980). Os oito tipos são listados a seguir.

1. Aprendizagem de sinais (condicionamento clássico).
2. Aprendizagem de uma conexão entre estímulo e resposta (condicionamento operante).
3. Aprendizagem em cadeia, resultante da associação de duas ou mais conexões entre estímulo e resposta.
4. Aprendizagem de associações verbais, permitindo que palavras possam ser emitidas em uma sequência simples.
5. Aprendizagem discriminativa, com a qual o sujeito é capaz de produzir diferentes respostas a estímulos singulares.
6. Aprendizagem de conceitos, que implica adquirir uma resposta comum a estímulos que pertencem a uma mesma classe, mas diferem em algumas características físicas. Este tipo de aprendizagem requer a representação da informação na memória, a classificação dos acontecimentos e a discriminação entre eles com base em propriedades abstratas.
7. Aprendizagem de regras, isto é, o encadeamento de dois ou mais conceitos.
8. Aprendizagem de resolução de problemas, que implica a recombinação de regras antigas em novas regras, o que permite responder a questões e solucionar problemas.

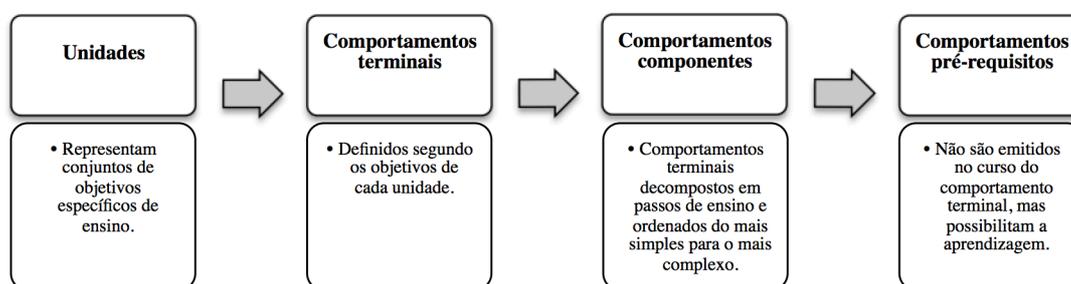
Segundo Gagné, os Tipos 1 e 2 seriam pré-requisitos para se obter o Tipo 3. Os Tipos 3 e 4, por sua vez, seriam pré-requisitos para se obter o 5. E, a partir do Tipo 6, cada novo tipo de aprendizagem requereria a aquisição do tipo precedente.

O autor considera que qualquer tarefa pode ser subdividida em vários componentes de comportamentos, sendo a análise da tarefa a chave para um ensino ou um treino eficaz. Para se ensinar uma tarefa, é preciso se assegurar de que todos os componentes envolvidos tenham sido aprendidos. Em geral, isso inclui conhecer quais são os referidos componentes.

Os conceitos de Gagné foram utilizados no desenvolvimento de métodos para especificar e validar sequências hierárquicas de aprendizagem que condigam com a sequência de aquisição

por parte da criança (Resnick & Ford, 1981; Resnick et al., 1973). Seguindo tais conceitos, Resnick et al. (1973) elaboraram um currículo introdutório de matemática que apresentava conceitos fundamentais da disciplina de forma suficientemente simples para serem aprendidos por crianças muito novas.

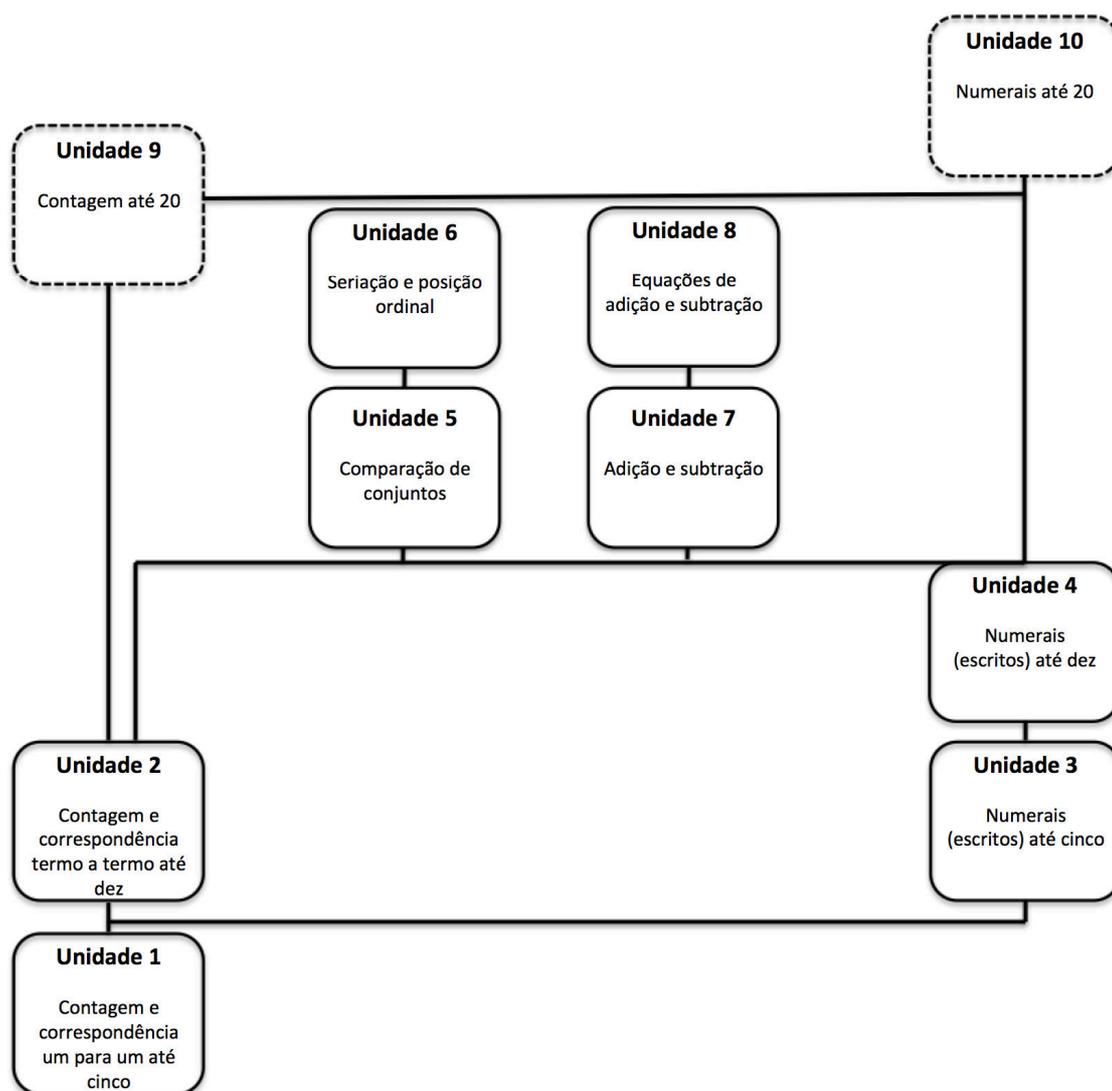
Esses autores propuseram uma sequência hierárquica que compreendia, inicialmente, o estabelecimento de unidades de ensino para um determinado currículo. Cada unidade de ensino era composta por uma série de objetivos específicos, os quais continham os elementos para a definição dos comportamentos terminais. Tais comportamentos terminais eram analisados e decompostos em comportamentos componentes, que deveriam ser emitidos em uma sequência temporal e eram medidos para avaliar o progresso da criança. Para cada comportamento componente, buscou-se detectar a existência ou não de comportamentos pré-requisitos, que, embora não fossem emitidos no curso do comportamento terminal, possibilitariam a aprendizagem do mesmo. A Figura 1 representa as etapas que foram seguidas por Resnick et al. (1973) para a elaboração de sua sequência hierárquica de aprendizagem.



**Figura 1. Etapas da Elaboração e da Análise de um Currículo de Ensino Segundo uma Sequência Hierárquica de Aprendizagem.**

Da análise realizada pelos autores, derivaram-se duas sequências hierárquicas: uma referente às unidades de ensino e outra referente aos comportamentos terminais e seus comportamentos componentes e pré-requisitos. Para os autores, uma sequência hierárquica de aprendizagem, em princípio, consiste apenas em uma hipótese sobre a forma como certos comportamentos estão relacionados, estando sujeita a testes, revisões e até mesmo rejeições. Dessa maneira, Resnick et al. (1973) dividiram o currículo em unidades baseadas na prática educacional. Por exemplo, sua decisão de tratar os numerais escritos (Unidades 3 e 4; ver Figura

2) como um grupo separado de objetivos é baseada em evidências práticas e experimentais de que a contagem é aprendida antes da identificação de numerais escritos.



**Figura 2. Sequência Hierárquica de Unidades Matemáticas de Resnick et al. (1973).**

Como pode ser visto na Figura 2, algumas unidades constituem pré-requisito para outras, mas nem todas. Os comportamentos que não são pré-requisito um do outro são colocados lado a lado. Os comportamentos representados abaixo de outros são seus pré-requisitos. A Unidade 1, por exemplo, é pré-requisito para as Unidades 2 e 3, e a Unidade 3 é pré-requisito para a Unidade

4. As Unidades 2 e 3, no entanto, não têm relação de pré-requisito entre si. A Unidade 5 tem dois pré-requisitos, as Unidades 2 e 4.

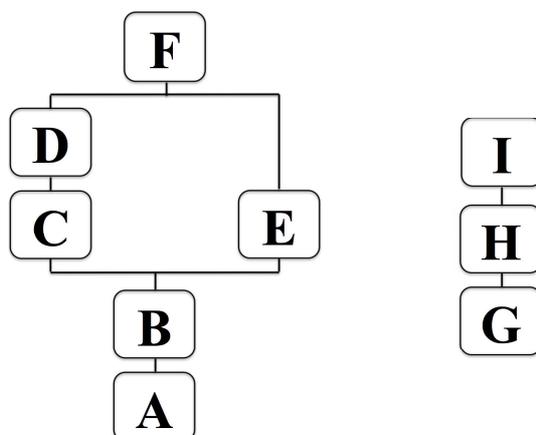
Na sequência hierárquica proposta por Resnick et al. (1973), as Unidades 1 e 2 especificam um conjunto de objetivos relacionados ao ensino dos comportamentos de contagem e correspondência termo a termo.<sup>10</sup> A análise desses comportamentos sugere que cada tipo de tarefa de contagem possui certos componentes e pré-requisitos. Os autores sugerem nove objetivos para tais comportamentos, ordenando-os do mais simples para o mais complexo:

- A) Recitar numerais em ordem.
- B) Contar objetos, movendo-os do conjunto durante a contagem.
- C) Contar objetos em uma ordem fixa.
- D) Contar objetos em uma ordem fixa, não ordenada.
- E) Contar objetos de um subconjunto.
- F) Selecionar tamanhos de conjuntos indicados por numerais.
- G) Dados dois conjuntos de objetos, a criança consegue parear objetos e dizer se são equivalentes.
- H) Dados dois conjuntos de objetos, a criança consegue parear objetos e dizer qual é maior.
- I) Dados dois conjuntos de objetos, a criança consegue parear objetos e dizer qual tem menos.

A Figura 3 traz os objetivos das Unidades 1 e 2 dispostos em uma sequência hierárquica. Pode-se depreender da Figura 3 que os objetivos A e B seriam pré-requisitos para C, D, E e F. C é pré-requisito para D e F, e D e E são pré-requisitos para F. Quanto aos objetivos G, H e I, Resnick et al. (1973) defendem que, à medida que a criança começa a contar, ela também passa a corresponder objetos em conjuntos. Dessa forma, os objetivos G, H e I abordam a comparação de conjuntos considerando relações de equivalência (G) pré-requisitos para aprendizagem de comportamentos que envolvem dizer qual conjunto é maior (H) ou menor (I).

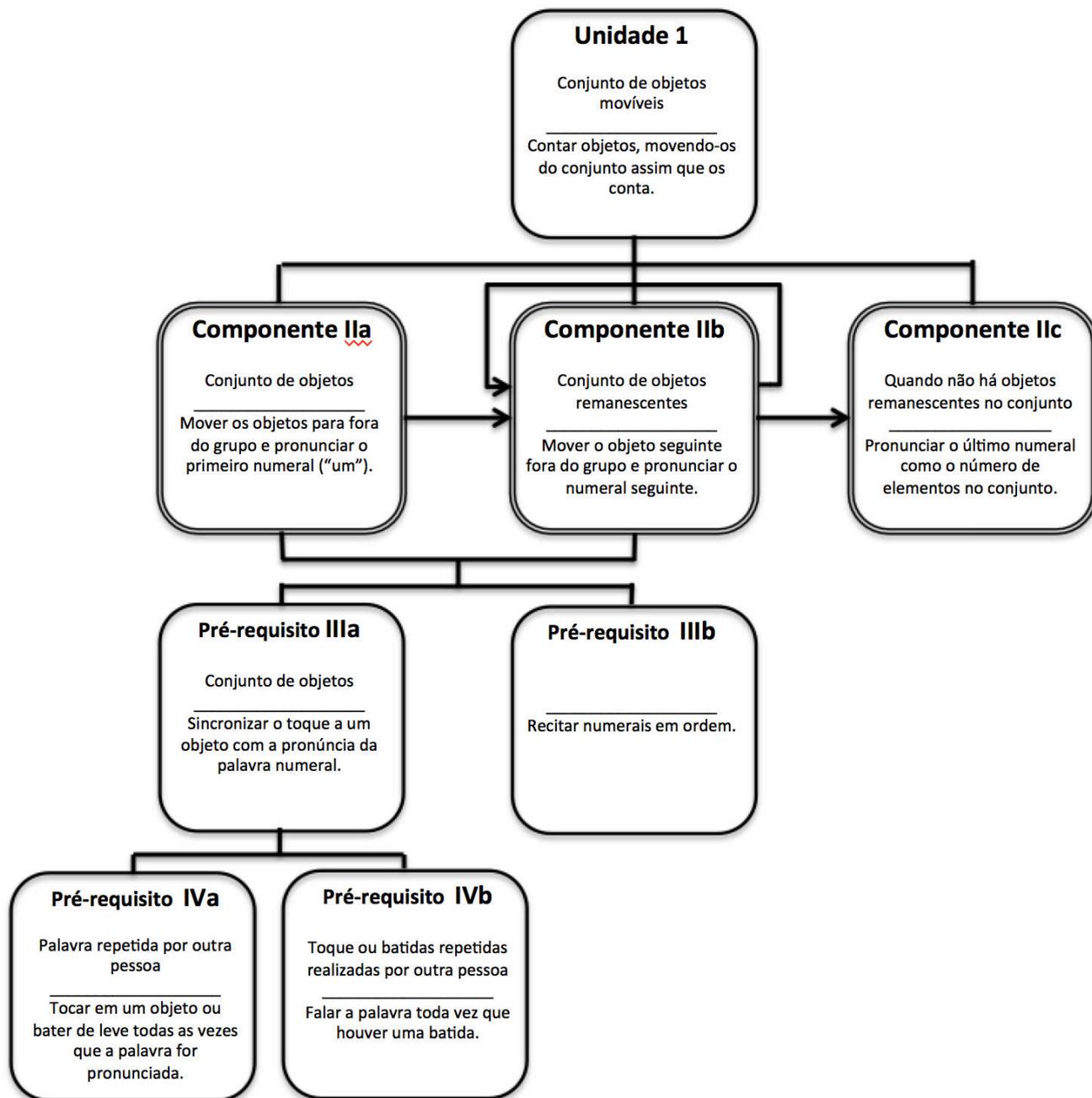
---

<sup>10</sup> Os autores utilizam o termo “correspondência termo a termo” para designar comparações de conjuntos. Essa terminologia tem sido mais frequentemente utilizada na literatura para descrever o comportamento de nomear um, e apenas um, objeto.



**Figura 3: Sequência Hierárquica dos Objetivos das Unidades 1 e 2 de Resnick et al. (1973).**

Além disso, cada um dos nove objetivos possui uma sequência própria mais detalhada, composta por um comportamento terminal (comportamento-alvo do objetivo) decomposto em componentes e pré-requisitos. Como exemplo de uma dessas sequências hierárquicas, a Figura 4 traz a esquematização do objetivo B da Unidade 1 (contar objetos, movendo-os do conjunto durante a contagem). A Figura 4 apresenta, na caixa superior, a descrição do objetivo comportamental da Unidade 1. Nesta e nas demais caixas, o estímulo exposto é descrito acima da linha, enquanto a resposta da criança é citada abaixo da linha. Assim, a primeira caixa (Unidade 1) pode ser lida assim: “Dado um conjunto de objetos móveis, a criança pode contar objetos, movendo-os do conjunto assim que os conta”.



**Figura 4. Sequência Hierárquica Estabelecida a partir de um Comportamento Terminal (Resnick et al., 1973).**

As linhas mais grossas em torno das caixas indicam que aqueles comportamentos são componentes do comportamento terminal. As setas entre as caixas Ia, Ib e Ic indicam que há uma sequência temporal entre os componentes descritos dentro delas, ou seja, o especificado em

Ila deve ser realizado antes do contido em IIb, que, por sua vez, precede IIc. A seta que sai de IIb e para ele retorna indica que, às vezes, é necessário repetir os passos até que se complete a tarefa.

O primeiro conjunto de pré-requisitos aparece no nível III. Os pré-requisitos também foram analisados para determinar outros pré-requisitos, ainda mais simples. Segundo Resnick et al. (1973), este tipo de análise pode resultar em mapeamentos que apresentem muitos níveis de pré-requisitos.

Segundo as autoras, comportamentos que ocupam posições mais altas na sequência hierárquica não necessariamente são mais difíceis ou exigem mais tempo e esforço do que tarefas que estão em posições inferiores. Comportamentos de níveis superiores são, de fato, mais complexos, uma vez que são constituídos de comportamentos componentes de níveis abaixo, além de alguns comportamentos adicionais que a análise possa não ter identificado. No entanto, é possível que tarefas de níveis inferiores sejam de difícil aprendizagem, em razão de serem novas e, por isso, talvez haja necessidade de mais tempo para atingir o critério de aprendizagem. Dito de outra forma, os comportamentos de níveis superiores podem ser mais facilmente aprendidos, uma vez que todos os seus componentes já terão sido aprendidos.

Resnick et al. (1973) coletaram dados de oito crianças da pré-escola no curso do ano escolar e inseriram marcações indicando se as crianças adquiriam ou não determinado comportamento. Nos gráficos resultantes do estudo, é possível observar uma ampla variação do número de objetivos atingidos ao fim do ano, da ordem na qual os objetivos foram aprendidos e das partes do currículo nas quais as crianças mostraram maior dificuldade para aprender. Vale destacar, entretanto, que não foram apresentados dados da aquisição de comportamentos componentes e pré-requisitos e, desta forma, não se pode discutir a avaliação da sequência hierárquica proposta para os objetivos de cada unidade.

#### ***Avaliação de uma sequência hierárquica.***

Uma forma de avaliar uma sequência hierárquica foi descrita por Resnick e Ford em 1981. Os autores detalharam o modo como sequências hierárquicas podem ser construídas e testadas quanto à sua adequação. De acordo com os autores, há duas maneiras de testar a adequação das sequências: por meio do método de escala ou do método de treino.

O primeiro consiste em testar um grupo de estudantes em cada um dos comportamentos que, hipoteticamente, são pré-requisitos dos comportamentos componentes. Neste método, os

escores de cada estudante são registrados em termos de aprovação (+) ou de reprovação (-) no teste de cada componente. Os estudantes são dispostos em uma ordem decrescente em relação aos escores. Se a sequência hierárquica testada for válida, os escores dos alunos podem ser arranjados em uma escala de Guttman, como mostra a Tabela 1. Quando um componente mais complexo é executado por determinado aluno, assume-se que este também seja capaz de executar outros comportamentos que envolvam componentes mais simples do que ele na sequência hierárquica (p. ex., o estudante A, tendo passado no teste 6, é capaz de emitir os comportamentos testados de 1 a 5). Da mesma forma, se o estudante não for capaz de emitir determinado comportamento, ele também não conseguirá se sair bem em tarefas que exijam comportamentos mais complexos.

**Tabela 1: Uma escala de Guttman perfeita**

Estudantes	Testes					
	1	2	3	4	5	6
A	+	+	+	+	+	+
B	+	+	+	+	+	-
C	+	+	+	+	-	-
D	+	+	+	-	-	-
E	+	+	-	-	-	-
F	+	-	-	-	-	-

Para as autoras, se o teste produzir uma escala identificável, será possível afirmar que a sequência hierárquica é adequada. Se os escores obtidos pelos estudantes não formarem uma escala, ela será refutada. Neste caso, pode-se tentar reordenar os comportamentos em uma nova sequência hierárquica e testar novamente.

Entretanto, há ainda a possibilidade de os itens de teste não representarem acuradamente as habilidades que eles pretendem medir. Isso poderia levar uma correta sequência hierárquica a parecer inadequada. Inversamente, é possível produzir, acidentalmente, uma escala que não reflita uma relação real entre os comportamentos. Por essas razões, é necessário aceitar com cautela os testes de adequação escalares.

O outro método mencionado por Resnick e Ford (1981) é o de treino, por meio do qual o próprio treino de comportamentos componentes e/ou pré-requisitos presentes na sequência hierárquica faz emergirem comportamentos mais complexos. Neste método, materiais instrucionais são preparados para ensinar ao aluno cada um dos comportamentos componentes e pré-requisitos da sequência hierárquica. Após o ensino, o desempenho do estudante deve ser testado com relação ao comportamento terminal, não diretamente ensinado, e quanto aos comportamentos componentes. Os escores podem ser registrados em termos de “aprovação” ou de “reprovação” em tarefas, podendo ainda indicar relações entre componentes mais complexos e mais simples. Por exemplo: 1. dependência de um componente mais simples em relação a um mais complexo, conforme predito pela sequência hierárquica (+ +); 2. não dependência, ou seja, a aprendizagem de um componente mais simples não facilita a aprendizagem do componente supostamente mais complexo (- -); 3. a aprendizagem de um componente mais complexo ocorre independentemente da aprendizagem de componentes mais simples, resultado contrário à predição (+ -); e 4. a aprendizagem de componentes mais simples não facilita a aprendizagem de componentes mais complexos (- +). Esta última relação não é contrária à predição, mas mostra a fragilidade da sequência hierárquica proposta.

Outra maneira de se testar a validade de uma sequência hierárquica com este método é por meio do ensino de um conjunto de componentes e pré-requisitos em diferentes ordens. Os resultados podem indicar a dependência ou não de comportamentos componentes simples em relação aos mais complexos.

### **O Problema de Pesquisa**

Apesar da importância dos conceitos de Gagné acerca da hierarquização para o ensino, poucos analistas do comportamento se valeram deles para produzir conhecimento dentro das áreas de sequências hierárquicas e ensino de comportamentos matemáticos. A programação de qualquer currículo de ensino deveria envolver a análise de comportamentos terminais, que implica a decomposição destes em componentes e pré-requisitos. O estabelecimento de uma sequência hierárquica comportamental facilitaria a aprendizagem de comportamentos, inclusive daqueles relacionados às atividades matemáticas (Gagné, 1980; Resnick & Ford, 1981; Resnick et al., 1973).

Com base nos estudos apresentados pela literatura, é possível conceber a existência de uma sequência de componentes de comportamentos matemáticos a serem aprendidos, na qual os componentes mais simples precederiam os mais complexos. No que se refere ao comportamento matemático de contagem, como já foi mencionado, é consenso na literatura que este tenha extrema relevância para o estabelecimento de outros comportamentos matemáticos mais complexos, constituindo, além disso, a base para o uso da matemática informal (p. ex., Baroody & Coslick, 1998).

Assim, os objetivos gerais da presente pesquisa consistem em identificar os componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem, bem como propor uma sequência hierárquica de aprendizagem desses componentes e pré-requisitos e testá-la. Os objetivos específicos são listados a seguir.

1. Identificar e descrever comportamentos componentes e pré-requisitos envolvidos no comportamento matemático de contagem, com base em literatura comportamental e não comportamental, e, assim, propor uma sequência hierárquica para a aquisição do comportamento de contagem.
2. Testar a adequação da sequência hierárquica proposta utilizando a escala de Guttman, assim como avaliar o efeito da aquisição dos comportamentos componentes de contagem propostos sobre o desempenho em atividades mais complexas do que contagem, a saber, comparação de conjuntos e aritmética.

A fim de se contemplar os objetivos da presente pesquisa, dois estudos foram propostos. No Estudo 1, foi realizada uma pesquisa que objetivou a identificação e a descrição do comportamento de contagem. Foram utilizados estudos de literatura comportamental e não comportamental, e buscou-se esclarecer quais comportamentos seriam componentes da contagem, assim como quais comportamentos seriam pré-requisitos dos componentes estabelecidos. Como resultado deste estudo, foi feita a proposição de uma sequência hierárquica do comportamento de contagem. No Estudo 2, um teste para avaliação da adequação desta sequência foi proposto, utilizando-se, para análise, um método de escala descrito por Guttman (Resnick & Ford, 1981). Discutiui-se, em seguida, a avaliação do instrumento criado no Estudo 1 e outros resultados obtidos pelo Estudo 2.

## **Estudo 1 - Identificação e Descrição de Comportamentos de Contagem na Literatura**

A identificação e a descrição de comportamentos de contagem na literatura consistiram no objetivo do Estudo 1. Para tanto, duas etapas foram realizadas: 1) uma busca preliminar em periódicos de análise do comportamento sobre comportamentos matemáticos, não se restringindo, neste momento, ao comportamento de contagem; e 2) com a delimitação do tema em comportamento de contagem, levantamento dos comportamentos componentes indicados na literatura.

### **Procedimento**

#### **Etapas 1: Busca preliminar em periódicos de análise do comportamento.**

Visando identificar pesquisas que tratassem de comportamentos matemáticos por analistas do comportamento, fez-se um levantamento de referências bibliográficas em análise do comportamento. A busca foi realizada em 2013 e incluiu sete periódicos de psicologia de grande impacto na comunidade de análise do comportamento, sendo cinco nacionais e dois internacionais. Foram eles: *Interação em Psicologia*; *Psicologia: Teoria e Pesquisa*; *Psicologia: Reflexão e Crítica*; *Revista Brasileira de Análise do Comportamento (REBAC)*; *Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva (RBTCC)*; *Journal of Applied Behavior Analysis (JABA)*; e *Journal of Experimental Analysis of Behavior (JEAB)*. À época, foram utilizadas 12 palavras ou expressões de busca em português e seus correspondentes em inglês. Os resultados e métodos da busca podem ser encontrados no Apêndice I.<sup>11</sup>

A despeito da importância do estudo de comportamentos matemáticos, o número de artigos encontrados nesses sete periódicos foi consistente com o baixo número de teses e dissertações localizadas por Del Rey (2009) e com o apontamento de Carmo e Prado (2004) a respeito. Para a presente pesquisa, basta dizer que foram encontrados 171 artigos, incluindo repetições. A leitura de títulos e resumos dos artigos foi feita para determinar se estes estavam ou não relacionados com a área do problema da pesquisa: comportamento matemático. Desta leitura,

---

<sup>11</sup> Apesar de extensa, a busca não produziu elementos necessários/esperados para a presente pesquisa. Por essa razão, os procedimentos adotados e os resultados obtidos são inteiramente descritos no Apêndice I, e não aqui. Neste momento, serão retomados apenas alguns dados dela.

que resultou na exclusão de artigos repetidos e que não diziam respeito ao tema em questão, restaram apenas 26 artigos.

Os artigos excluídos tratavam, em sua maioria, de modelos matemáticos usados em questões metodológicas, como, por exemplo, Mazur (2006), que discute modelos matemáticos na análise do comportamento, e Sidman (1997), que emprega a ciência matemática para calcular e discutir as relações de equivalência. Outros artigos utilizavam a matemática para resolver ou testar técnicas, caso do relato de Main e Munro (1977) sobre um programa de economia de fichas delineado para uma escola pública envolvendo, entre outras, algumas tarefas matemáticas.

Dos 26 artigos restantes, um se relacionava à pesquisa básica (Nakajima & Sato, 1993), três à pesquisa teórica (Lessa & Falcão, 2005; Resnick et al., 1973; Simonassi, 1999) e os demais à pesquisa aplicada. Dos 22 artigos em pesquisa aplicada, quatro estudos foram realizados com adultos, cinco com jovens e 13 com crianças.

O único artigo relacionado com o tema desta pesquisa foi o de Resnick et al. (1973), que investigaram o estabelecimento de sequências hierárquicas de comportamentos matemáticos, relatado na introdução. O interesse pelo delineamento de sequências hierárquicas levou à posterior delimitação de um comportamento a ser decomposto para análise. Esta descrição é feita a seguir.

## **Etapas 2: Delimitação do comportamento matemático a ser estudado e levantamento de comportamentos componentes.**

A escolha do comportamento de contagem foi feita a partir do estudo de Resnick et al. (1973), que indicam a contagem como a primeira unidade de ensino, sendo, portanto, a mais fundamental. Como o interesse inicial da presente pesquisa consistia no estudo de comportamentos matemáticos base para outros comportamentos mais complexos, decidiu-se que a contagem seria o comportamento focado pelo estudo.

Uma vez que não foram encontradas referências suficientes na literatura analítico-comportamental que subsidiassem a construção da ferramenta proposta, procedeu-se à busca em outras áreas da psicologia, em especial na psicologia do desenvolvimento e na psicologia cognitiva. Esta busca foi feita por meio de referências cruzadas, sendo a maior parte delas originada de referências presentes nos textos de analistas do comportamento (p. ex., Carmo & Prado, 2004). Os autores lidos foram aqueles que mais frequentemente apareciam em referências

cruzadas (p. ex., Baroody & Coslick, 1998; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Starkey & Cooper, 1980).

Os dados dos estudos encontrados foram organizados em uma tabela com os seguintes campos: “Autores”, “Considerações” ( com a descrição da contagem quando esta era apresentada pelo documento lido), “Comportamentos que compõem”, “Descrição dos comportamentos” e “Padronização dos termos ” (Tabela 2). A construção deste instrumento permitiu estabelecer uma mesma nomenclatura para comportamentos que fossem descritos de maneira equivalente.

Na Tabela 2, é possível notar que, mesmo que diferentes terminologias tenham sido utilizadas, os três comportamentos componentes de contagem citados pelos precursores Gelman e Gallistel (1978) foram contemplados pela maioria dos autores. O componente “correspondência termo a termo” foi referido como "enumeração" (Baroody & Coslick, 1998), e, em outros casos, de modo mais descritivo, como "contar objetos, movendo-os", "contar objetos fixos e ordenados", "contar objetos fixos e desordenados" (Resnick et al., 1973) e "emparelhamento de nomes de números um a um com objetos". Assim, a “correspondência termo a termo” foi citada por oito de dez autores levantados. Somente Shoenfeld et al. (1976) e Staats e Staats (1973) não citaram este componente.

O componente intraverbal de sequência numérica foi referido também como "ordem constante" – pelos próprios Gelman e Gallistel (1978) e por Nunes e Bryant (1996) –, "contagem oral" (Baroody & Coslick, 1998), "recitar numerais em ordem ou em sequência" (Resnick et al., 1973; Shoenfeld et al., 1976), "produção de cadeia verbal numérica" (Lorena et al., 2013), "ordem dos nomes dos números" (Resnick, 1989), "sequência de palavras numéricas" (Fuson, 1988) e "sequência de resposta-número" (Staats e Staats, 1973). Este componente foi citado por todos os autores consultados.

Por fim, o componente cardinalidade foi denominado "princípio da cardinalidade" por três autores (Baroody & Coslick, 1998; Gelman & Gallistel, 1978; Nunes & Bryant, 1996). Outros termos citados que podem ser inseridos no conceito de cardinalidade foram: "entender que o último número falado corresponde ao número de itens" (Sarama & Clements, 2009), "cardinação" (Lorena et al., 2013), "responder sob controle da última palavra número falada" (Fuson, 1988) e "responder em sequências duplas: enumeração" (Shoenfeld et al., 1976). Também identificou-se o componente da cardinalidade em dois componentes sugeridos por Resnick et al. (1973), "contar

subconjuntos" e "selecionar conjuntos do tamanho indicado por um numeral". A cardinalidade foi citada como componente da contagem por todos os autores, exceto Staats e Staats (1973).

Tabela 2: Comportamento de Contagem Descrito por Diversos Autores

Autores	Considerações	Comportamentos que compõe	Descrição dos comportamentos	Padronização dos termos
Staats e Staats (1973)	"O comportamento de contar se desenvolve de vários modos e passa a ser controlado por vários estímulos. Esses procedimentos diversos podem ser discutidos como tateios, seqüências de resposta-número e extensões através de redundância" (p. 243).	Tateios	Tateios de números são um exemplo do treino de discriminação que resulta em abstração	Não foi abordado nesta pesquisa
		Seqüências de resposta-número	Uma resposta-número a ser eliciada e controlada tanto pelo estímulo do objeto quanto pelos estímulos procedidos pela resposta número precedente.	Intravérbal da seqüência numérica
		Extensões do contar e redundância	Produzir cadeias de nomes de número maiores	Intravérbal da seqüência numérica
		Recitar numerais em ordem.	Recitar numerais em ordem.	Intravérbal da seqüência numérica
		Contar objetos movendo-os.	Dado um conjunto de objeto móveis, a criança pode contá-los movendo-os. Tem como pré-requisitos sincronizar a resposta (toques) com a contagem e recitar numerais em ordem.	Correspondência termo a termo
Resnick, Wang e Kaplan (1973)	O comportamento definido é o de conceito de número, e para os autores ele deve ser descrito operacionalmente por meio das descrições dos comportamentos que o compõem.	Contar objetos fixos e desordenados.	A criança deve tocar objetos em um padrão fixo, sem omitir objetos nem contá-los duas vezes.	Correspondência termo a termo
		Contar objetos fixos e desordenados.	A exigência de contar sem omitir e sem contar duas vezes é maior neste caso. Pode ser necessário que a criança visualize um padrão ou agrupamento do conjunto, para então contá-lo (agrupamento visual é um componente).	Correspondência termo a termo
		Contar subconjuntos.	A contagem do conjunto inteiro não pode ser feita. Portanto, exige-se que a criança recorde (ou fique sob controle) do número de objetos que foi solicitado e pare a contagem quando o número for alcançado.	Cardinalidade
		Selecionar conjuntos do tamanho indicado por um numeral.	Selecionar conjuntos do tamanho indicado por um numeral.	Cardinalidade
		Comparar dois conjuntos de objetos equivalentes.	Dados dois conjuntos de objetos, a criança pode compará-los, pareando objetos, e dizer se os conjuntos são ou não equivalentes	Comparação de conjuntos
Shoenfeld, Cole, Sussman (1976)	Os autores descrevem, nesse estudo exploratório, os comportamentos que acreditavam estar relacionados à contagem.	Comparar conjuntos de objetos desiguais - identificar qual tem mais.	Dados dois conjuntos desiguais, a criança pode compará-los, pareando os objetos, e dizer qual deles possui um maior número de objetos.	Comparação de conjuntos
		Comparar conjuntos de objetos desiguais - identificar qual tem menos.	Dados dois conjuntos desiguais, a criança pode compará-los, pareando os objetos, e dizer qual deles possui um menor número de objetos.	Comparação de conjuntos
		Saber o nome dos números	Aprender o nome dos números que deverá contar.	Ensinado em atividades extras
		Recitar o nome dos números em seqüência.	Recitar o nome dos números em seqüência.	Intravérbal da seqüência numérica
		Reconhecer e identificar os números	Identificar verbal e visualmente e formar pares número-nome/visual-auditivo/visual-tátil/auditivo-tátil.	Ensinado em atividades extras
Gelman e Gallistel (1978)	A atividade de contagem é regida por cinco princípios: o princípio da ordem estável; o princípio da correspondência termo a termo; o princípio cardinal; o princípio da abstração; e o princípio da não pertinência da ordem. Os três primeiros princípios definem o procedimento de contagem, o quarto determina o tipo de conjunto em que a contagem pode incidir e o quinto permite distinguir a contagem de uma simples nomeação. Para as autoras, esses são princípios inatos e apenas crianças muito jovens não conseguem contar com regularidade conjuntos maiores do que cinco; elas já preservam, de alguma forma, esses cinco princípios.	Ordem constante	Contar todos os objetos, um deles de cada vez e apenas uma vez. Para seguir este princípio, a criança deve coordenar dois componentes no processo: particionamento ( <i>partitioning</i> ) e nomeação ( <i>tagging</i> ). Os dois processos devem começar juntos, parar juntos e permanecer na fase em toda a sua utilização.	Correspondência termo a termo
		Princípio da cardinalidade	Produzir nomes de números sempre na mesma ordem. Se mudássemos a ordem dos números (1-2-3-4-5-6 em uma ocasião e 1-3-5-6-2-4 em outra), poderíamos chegar a totais diferentes para o mesmo conjunto de objetos. Tem como pré-requisito a nomeação (conjunto de palavras de contagem).	Intravérbal da seqüência numérica
		Princípio da abstração	Responder que o total de objetos de um conjunto corresponde ao último nome de número na contagem dos itens desse conjunto.	Cardinalidade
		Princípio da não pertinência da ordem	Este princípio afirma que os princípios anteriores podem ser aplicados a qualquer arranjo ou conjuntos físicos ou não físicos. Este é um princípio permissivo e não restritivo de como os itens podem ser contados.	xigência aplicada a componentes da cardinalidade
		Correspondência termo a termo	O princípio diz que a ordem de enumeração é irrelevante; a ordem em que os itens são marcados e, portanto, qual item recebe qual nome, é irrelevante. Em outras palavras, "não importa como você conta".	Levado em consideração na aplicação
Fuson (1988)	A autora considera que são aspectos da contagem: seqüência, correspondência e cardinalidade. A relação estabelecida entre eles no decorrer dos 2 aos 8 anos é a discussão feita por ela.	Seqüência de palavras numéricas	A autora apresenta a progressão de aprendizado das palavras numéricas, que inicia com a única palavra ("umdoisrestresquatrocinco") até chegar a um sexto estágio, em que a cadeia é bidirecional e possui valores cardinais.	Intravérbal da seqüência numérica
		Resposta sob controle da última palavra número falada.	Comportamento anterior à cardinalidade. A criança aprende que deve responder sob controle da última palavra falada.	Cardinalidade
Resnick (1989)	"Contagem, um sistema formal transmitido culturalmente, é o primeiro passo para se fazer julgamentos quantitativos exatos. É um sistema de medida para conjuntos" (p. 226).	Emparelhamento de nomes de números, um a um, com objetos	Não há explicações, apenas diz que está de acordo com Gelman e Gallistel (1978).	Correspondência termo a termo
		Ordem dos nomes dos números	Não há explicações, apenas diz que está de acordo com Gelman e Gallistel (1978).	Intravérbal da seqüência numérica
Nunes e Bryant (1996)	Os autores empregam o comportamento de contagem como o primeiro passo para ser numerizado. Para os autores, ser numerizado "... significa pensar matematicamente sobre situações. Para pensar matematicamente precisamos conhecer os sistemas matemáticos de representação que utilizaremos como ferramentas. Estes sistemas devem ter sentido, ou seja, devem estar relacionados às situações nas quais podem ser usados. ... Deste modo, não é suficiente aprender procedimentos, é necessário transformar esses procedimentos em ferramentas de pensamento" (p.19) Os autores utilizam os princípios de Gelman e Gallistel, e sugerem que possa haver subitização, carecendo ainda de mais pesquisas.	Correspondência termo a termo	Conforme Gelman e Gallistel (1978)	Correspondência termo a termo
		Ordem constante	Conforme Gelman e Gallistel (1978)	Intravérbal da seqüência numérica
		Princípio da cardinalidade	Conforme Gelman e Gallistel (1978)	Cardinalidade
Baroody e Coslick (1998)	Os autores defendem que, apesar de não indicar qualquer entendimento de números, a contagem oral é um importante primeiro passo no sentido da construção do conceito de número e comportamentos relacionados. A contagem de objetos, por sua vez, inclui a contagem de uma coleção para determinar o número de itens nesta (enumeração) e saber que a última palavra da enumeração representa a quantidade de itens em um conjunto (cardinalidade e contar um número especificado de itens [produção de conjunto]).	Contagem oral	Memorizar por seqüência (intravérbal) a seqüência de 1 a 9	Intravérbal da seqüência numérica
		Enumeração	Automaticamente, falar que número vem depois de uma seqüência sem ter que recorrer ao início da seqüência.	Intravérbal da seqüência numérica
		Princípio da cardinalidade	Contagem de dois em dois, de cinco em cinco e de dez em dez.	Intravérbal da seqüência numérica
		Produção de conjuntos	Reconhecer o padrão de que "nove" indica o final de uma série e a necessidade de iniciar uma nova seqüência.	Não foi abordado nesta pesquisa
		Princípio da cardinalidade	Saber a porção relevante da seqüência de contagem.	Cardinalidade
Sarama e Clements (2009)	Para contar um conjunto de objetos, as crianças aprendem a coordenar a produção de palavras de contagem – contagem verbal – com ações de indicação, como apontar ou mover itens.	Reconhecer e nomear quantos itens há em um pequeno conjunto.	Atribuir a uma única palavra-número um objeto.	Correspondência termo a termo
		Aprender nomes e, eventualmente, listas numéricas.	Contar um objeto uma única vez (citando Gelman e Gallistel [1978]).	Correspondência termo a termo
		Enumerar objetos.	Contar um objeto uma única vez (citando Gelman e Gallistel [1978]).	Correspondência termo a termo
		Entender que o último número falado corresponde ao número de itens.	A última palavra da enumeração deve ter um significado especial porque representa o total de números de itens de uma coleção (citando Fuson [1988]).	Cardinalidade
		Produção de cadeia verbal numérica (palavras-número)	Contar uma coleção de um tamanho determinado é mais difícil do que enumerar pois requer que a criança se lembre de quantos objetos foram requisitados e quando parar a contagem de objetos quando se alcança determinado número (citando Resnick e Ford [1981]).	Cardinalidade
Lorena, Castro-Canequim e Carmo (2013)	"A contagem é, em si, uma habilidade complexa composta por diferentes aquisições que, em conjunto, possibilitam a identificação da quantidade de elementos em uma coleção. Os analistas do comportamento se beneficiaram das proposições de Gelman e Gallistel (1978) unicamente no que diz respeito à descrição operacional do comportamento de contar, rejeitando os princípios matistas da proposta, uma vez que estes autores defenderiam que a contagem dependeria de habilidades inatas, posição não compartilhada pela Análise do Comportamento." (p. 441)	Reconhecer pequenos números e, quando feito rapidamente, subitiza-los.	Reconhecer pequenos números e, quando feito rapidamente, subitiza-los.	Subitização
		Aprender nomes e, eventualmente, listas numéricas.	No princípio, as crianças podem somente pronunciar palavras numéricas, mas não necessariamente em seqüência. Depois, elas aprendem a colocar as palavras numéricas como se fizessem parte de uma corrente, mas não discriminam as palavras numéricas como únicas. Depois, elas aprendem a separar as palavras de contagem e a contar até dez, depois até 20 e assim por diante.	Intravérbal da seqüência numérica
		Enumerar objetos.	As crianças precisam aprender a coordenar palavras numéricas com indicações de objetos.	Correspondência termo a termo
		Entender que o último número falado corresponde ao número de itens.	Aprender que a última palavra falada representa a quantidade de um conjunto.	Cardinalidade
		Produção de cadeia verbal numérica (palavras-número)	A recitação da seqüência dos nomes dos números em uma dada ordem estável (um, dois, três, quatro...) é uma primeira aquisição, fundamental à aprendizagem das demais sub-habilidades.	Intravérbal da seqüência numérica
Lorena, Castro-Canequim e Carmo (2013)	"A contagem é, em si, uma habilidade complexa composta por diferentes aquisições que, em conjunto, possibilitam a identificação da quantidade de elementos em uma coleção. Os analistas do comportamento se beneficiaram das proposições de Gelman e Gallistel (1978) unicamente no que diz respeito à descrição operacional do comportamento de contar, rejeitando os princípios matistas da proposta, uma vez que estes autores defenderiam que a contagem dependeria de habilidades inatas, posição não compartilhada pela Análise do Comportamento." (p. 441)	Estabelecimento de relação termo a termo	Cada nome de número da seqüência numérica verbal corresponde a um e somente um elemento da coleção a ser contada. Para essa correspondência termo a termo ser emitida, é necessário que a produção da cadeia verbal siga uma ordem estável, sem repetição dos nomes dos números e sem repetição do elemento relacionado à palavra-número.	Correspondência termo a termo
		Cardinalidade	A noção de que o último elemento contado indica a quantidade total de elementos da coleção, desde que respaldada a produção da seqüência verbal numérica em uma ordem estável e a correspondência termo a termo. Evidentemente, a noção de cardinalidade é mais complexa e envolve a inclusão de classes numéricas.	Cardinalidade
		Irrelevância da ordem	Podem-se contar a partir de qualquer elemento da coleção e, a cada contagem, pode-se seguir outra ordem qualquer, desde que as três primeiras sub-habilidades sejam respeitadas.	xigência aplicada a componentes da cardinalidade
		Generalização e abstração	Podem-se contar qualquer coisa, uma vez que o ato de contar deve estar sob controle da numerosidade, que é uma propriedade abstrata da relação entre elementos.	Levado em consideração na aplicação
		Agrupamento de elementos contados e determinação de uma representação para indicar um determinado agrupamento.	Se convencionarmos que levantarmos um dedo para cada coisa contada e, ao final da contagem, estivermos com quatro dedos levantados, poderemos indicar com segurança que foram contadas 20 coisas.	Não foi abordado nesta pesquisa

A subitização, que, conforme documentado por diversas pesquisas, é um comportamento componente básico de vários comportamentos matemáticos a serem desenvolvidos posteriormente, foi citada em dois artigos na conceitualização do comportamento de contagem (Sarama & Clements, 2009; Shoenfeld et al., 1976). Tal comportamento tem sua relevância descrita por pesquisadores renomados que demonstram que há evidências de que, sem a subitização, há uma defasagem para a aprendizagem em relação a comportamentos matemáticos posteriores (p. ex., Lipton & Spelke, 2003, 2005; Xu & Arriaga, 2007; Xu et al., 2005; Xu & Spelke, 2000). Por isso, nesta pesquisa, a subitização foi considerada um pré-requisito para o comportamento de contagem.

Alguns autores consideram outros comportamentos, além dos citados, como componentes de contagem. Shoenfeld et al. (1976) mencionam, por exemplo, a identificação do nome dos números, bem como o reconhecimento e a identificação dos números. Esses comportamentos não foram descritos na presente sequência hierárquica por serem comportamentos ainda mais simples do que os que foram aqui descritos. Outros comportamentos, embora não tenham sido incluídos diretamente na sequência hierárquica proposta no presente estudo, foram levados em consideração na testagem da sequência, nas atividades de ensino e na análise dos resultados. Um deles é o princípio da não pertinência de ordem, descrito por Gelman e Gallistel (1978), que diz respeito ao fato de a ordem de enumeração ser irrelevante na contagem. Outros exemplos são a generalização e a abstração, citadas por Lorena et al. (2013). Com relação a estes comportamentos, os autores exemplificam que o contar deve estar sob controle da numerosidade, que é uma propriedade abstrata da relação entre números. Fuson (1988), por sua vez, amplia o conceito de cardinalidade e o distingue do responder sob controle do último número contado. Segundo a autora, quando a criança demonstra cardinalidade, ela não apenas emite um comportamento ecoico referente ao último número contado, mas passa a responder sob controle da quantidade total do conjunto contado.

Alguns componentes citados por autores específicos não foram abordados na sequência hierárquica do presente estudo por se considerar que ampliavam o comportamento de contagem, incluindo outros comportamentos mais complexos (p. ex., "escrever números" e "conceitos de números e conjuntos", citados por Shoenfeld et al. [1976]). Outros comportamentos entendidos como mais complexos do que o comportamento de contagem, segundo a revisão bibliográfica realizada previamente, foram incluídos na presente pesquisa apenas em testes, com o intuito de se

verificar o efeito do ensino de contagem sobre eles. É o caso do comportamento de comparação de conjuntos, citado por Resnick et al. (1973).

### **Resultados do Estudo 1: Proposição de uma Sequência Hierárquica**

A proposição da sequência hierárquica da presente pesquisa identificou e elencou comportamentos componentes e pré-requisitos da contagem apresentados na Tabela 2. Os comportamentos componentes envolvidos na contagem mais citados pelos diferentes autores foram inicialmente descritos por Gelman e Gallistel (1978). Tais comportamentos, indicados a seguir, foram considerados componentes elementares do comportamento de contagem e constituíram a base para a posterior construção da sequência hierárquica (a ser apresentada na Figura 5 adiante):

1. Correspondência termo a termo, definida como a emissão de apenas uma resposta a cada um dos itens de um conjunto apresentado.

2. Intraverbal de sequência numérica,<sup>12</sup> definido como a produção verbal de uma sequência de números.

3. Cardinalidade, definida como a relação entre o último número falado e o total de elementos daquele conjunto, ou seja, dado um conjunto de  $x$  elementos, a cardinalidade se exprime pelo reconhecimento de que o último elemento contado corresponde à quantidade de elementos do conjunto.

A cada um desses comportamentos componentes mencionados foram associados e descritos pré-requisitos para os mesmos. Como pré-requisito do comportamento de contagem, não associado a um componente em especial, identificou-se a subitização perceptual, que, conforme mencionado anteriormente, refere-se à discriminação de pequenas quantidades rapidamente. Desde as pesquisas de Starkey e Cooper (1980), este comportamento tem sido mencionado como um possível pré-requisito de outros comportamentos matemáticos (p. ex., Frye et al., 2013; Butterworth, 2010; Shoenfeld et al., 1976).

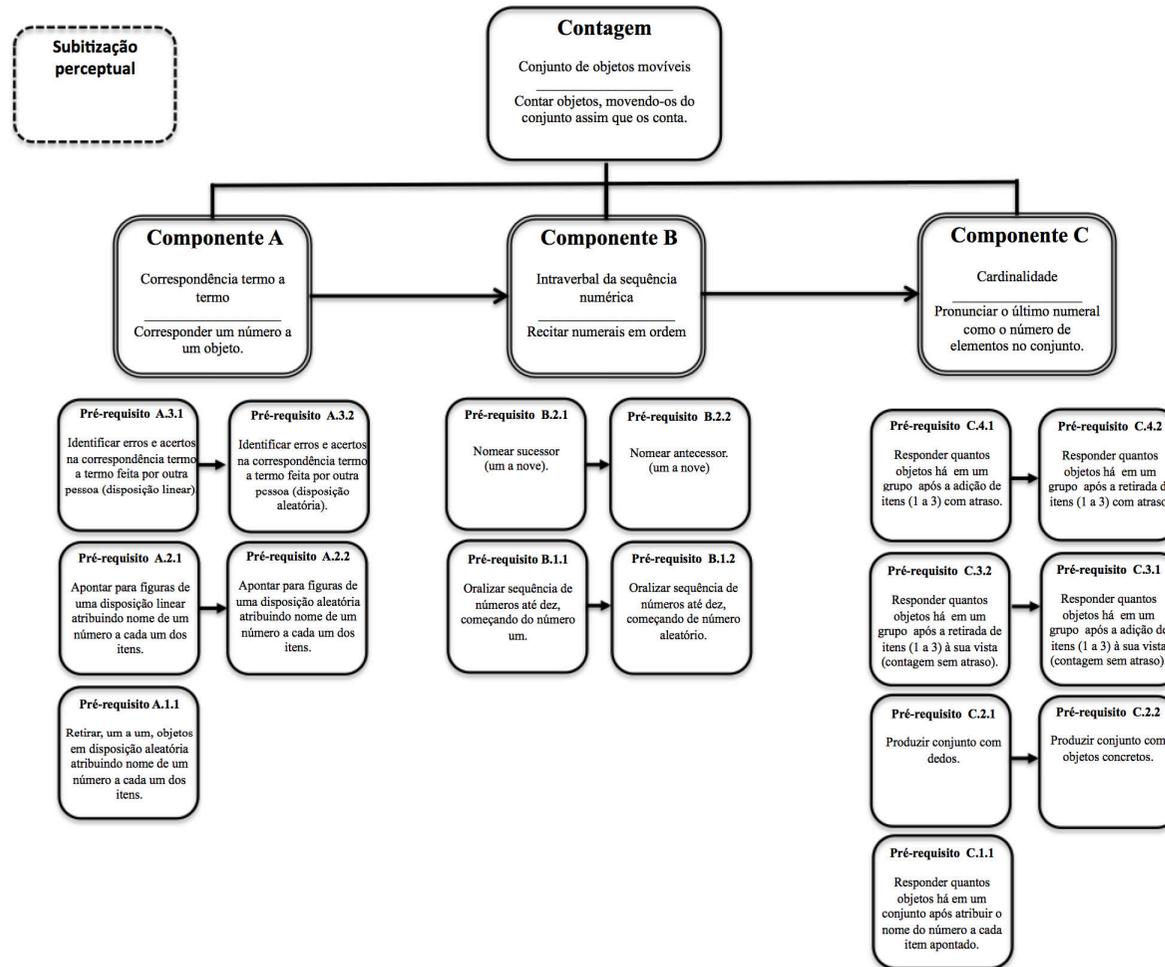
---

<sup>12</sup> O termo utilizado por Gelman e Gallistel (1978) era “princípio da ordem constante” e o termo utilizado por Fuson (1988) foi “sequência verbal numérica”. Optou-se em utilizar o termo “intraverbal da sequência numérica” por julgar-se o termo mais apropriado para a presente pesquisa. O comportamento intraverbal é definido como um operante verbal no qual a resposta está sob controle de estímulo discriminativo verbal sem correspondência ponto a ponto entre estímulo e resposta.

Para a construção da proposição da sequência hierárquica, convencionou-se que os comportamentos menos complexos seriam dispostos graficamente abaixo e da esquerda para a direita em relação a comportamentos mais complexos. A lógica envolvida nesta esquematização é que comportamentos mais simples são necessários para a aquisição de comportamentos mais complexos (Resnick, et al., 1973).

O termo “pré-requisito” foi utilizado, seguindo-se a mesma nomenclatura do estudo de Resnick et al. (1973). Entretanto, será apenas com o teste da sequência hierárquica que se poderá dizer se os comportamentos indicados são de fato pré-requisitos dos componentes principais. O Estudo 2 objetivou essa avaliação e nele foram realizadas atividades para averiguar os componentes e pré-requisitos desta sequência hierárquica.

A Figura 5 é o resultado do trabalho que envolveu a descrição dos componentes e pré-requisitos envolvidos na contagem e a posterior proposição de uma sequência hierárquica.



**Figura 5: Sequência Hierárquica Proposta na Presente Pesquisa.**

A Figura 5 apresenta, em linha tracejada, um comportamento que é tido como facilitador do comportamento de contagem: a subitização perceptual. Dessa forma, ela é considerada o pré-requisito da contagem (Starkey & Cooper, 1980). A sequência de contagem foi decomposta inicialmente em três comportamentos componentes, que são apresentados em caixas com linhas duplas contínuas: correspondência termo a termo (A), intraverbal de sequência numérica (B) e cardinalidade (C). Na parte inferior de cada uma destas, foram apresentados seus respectivos comportamentos pré-requisitos.

A progressão de complexidade dos componentes e pré-requisitos pode ser observada por sua numeração, sendo os menores números representativos dos comportamentos menos complexos. Comportamentos pré-requisitos que se iniciam com a mesma notação alfanumérica (p. ex., A.2.1 e A.2.2) se encontram no mesmo nível, pois exigem respostas semelhantes, porém diante de estímulos diferentes. As setas que conectam os componentes indicam a ordem de complexidade sugerida.

Para o comportamento correspondência termo a termo (A), a sequência foi decomposta em cinco pré-requisitos, que foram descritos e dispostos de acordo com literatura, em especial os trabalhos apresentados anteriormente e sistematizados na Tabela 2. Desta forma, sugere-se como pré-requisito menos complexo o comportamento de retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens (A.1.1; Resnick et al., 1973). De acordo com o trabalho de Resnick et al. (1973) anteriormente apresentado, considerou-se que o desempenho de correspondência termo a termo é menos complexo com objetos/figuras em arranjos lineares do que com objetos/figuras em arranjos aleatórios (Fuson, 1988). Assim sendo, o comportamento de apontar para figuras de um conjunto, atribuindo nome de um número a cada um dos itens, deve ser inicialmente ensinado com conjuntos lineares (A.2.1) e, posteriormente, com conjuntos aleatórios (A.2.2). Uma vez instalados estes comportamentos, o comportamento que se segue é o de identificar erros e acertos na correspondência termo a termo feita por outra pessoa em disposição linear (A.3.1). Em seguida, dispõe-se como um pouco mais complexo o mesmo comportamento pré-requisito utilizando conjuntos em arranjos aleatórios (A.3.2; Fuson, 1988; Gelman & Meck, 1983).

No caso do comportamento intraverbal de sequência numérica (B), o ensino foi decomposto em quatro pré-requisitos, que também foram propostos com base nos trabalhos discutidos na Tabela 2. Como já foi mencionado, segundo Fuson (1988), em um primeiro

momento, a criança recita palavras de contagem em uma única cadeia, passando, em um segundo momento, a conseguir nomear os números de maneira independente. Desta forma, propõe-se que oralizar sequência de números até dez, começando do número um (B.1.1) e oralizar sequência de números até dez, começando de número aleatório (B.1.2) sejam os pré-requisitos mais simples, respectivamente. Considerou-se, ainda, que oralizar sequência de números até dez, começando do número um ou de número aleatório, sejam pré-requisitos dos comportamentos de nomear sucessor e nomear antecessor. Por último, nomear sucessor (B.2.1) e nomear antecessor (B.2.2) são apresentados. Considera-se que a nomeação de sucessor seja mais simples e, portanto, deva ser ensinada primeiramente, uma vez que crianças provavelmente têm mais oportunidades de produzir sequências verbais nomeando sucessores na vida cotidiana. Dessa forma, formula-se a hipótese de que o comportamento de nomear antecessor seja o pré-requisito mais complexo do comportamento intraverbal de sequência numérica.

Por fim, o comportamento cardinalidade (C) foi decomposto em sete pré-requisitos, tendo também como base as descrições apresentadas na Tabela 2. O comportamento de responder quantos objetos há em um conjunto após atribuir o nome de um número a cada item apontado (C.1.1) é o mais simples. Esse comportamento é seguido pelo comportamento de produzir conjunto com dedos (C.2.1), que foi, portanto, tomado como mais complexo do que C.1.1 (Baroody & Coslick, 1998). Com nível de complexidade similar, o comportamento de produzir conjunto com objetos concretos (C.2.2) é apresentado ao lado de C.2.1. A produção de conjuntos, segundo Fuson (1988), é a melhor maneira de se testar a cardinalidade, uma vez que crianças apenas respondem sob controle da última palavra falada, geralmente enchem as mãos com itens, sem contá-los. Crianças que têm o entendimento da cardinalidade contam o número pedido de itens e os oferecem quando solicitadas.

Os comportamentos seguintes são os de responder quantos objetos há em um grupo após a adição (C.3.1) ou a retirada (C.3.2) de itens dos conjuntos à vista da criança. O ensino da adição precede o da subtração (p. ex., Sarama & Clements, 2009). Os últimos pré-requisitos de cardinalidade propostos incluem responder quantos objetos há em um grupo após a adição (C.4.1) e a retirada (C.4.2) de objetos sem que a criança veja o conjunto produto das duas manipulações de parcelas (p. ex., Baroody & Coslick, 1998).

A proposição da sequência hierárquica da presente pesquisa destinou-se ao estudo do comportamento de contagem e seus pré-requisitos. Vale ressaltar, entretanto, que, nesta sequência

proposta, cada um dos comportamentos destacados como pré-requisito poderia, por sua vez, ser decomposto em outros comportamentos o que não foi feito aqui. Um exemplo é o comportamento de atribuir um nome a um conjunto de elementos. Esse comportamento requer que a criança tenha em seu repertório um conjunto de nomes distintos, que, em nossa cultura, são as palavras de contagem. Segundo a literatura, as crianças adquirem esse comportamento entre as idades de 2 e 3 anos e meio (Baroody & Coslick, 1998; Clements & Sarama, 2009; Fuson, 1988; Sarama & Clements 2009). Essas palavras de contagem poderiam ser consideradas, por exemplo, um pré-requisito para o comportamento pré-requisito A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens). Optou-se, na presente proposição de sequência hierárquica, por descrever os comportamentos componentes da contagem, assim como os pré-requisitos mais próximos desses comportamentos componentes.

O Estudo 1 objetivou a identificação e a descrição de comportamentos de contagem na literatura, assim como de seus componentes e pré-requisitos. A Tabela 2 é fruto do levantamento realizado, que também serviu de base para a proposição de uma sequência hierárquica do comportamento de contagem, apresentada na Figura 5. A avaliação da sequência hierárquica proposta foi o objetivo do Estudo 2.

### **Estudo 2 – Avaliação da Sequência Hierárquica Proposta**

O Estudo 2 teve como objetivo avaliar a sequência hierárquica proposta no Estudo 1, tanto com relação à complexidade dos componentes quanto aos pré-requisitos de cada componente. Para este estudo, um instrumento contendo atividades para teste dos pré-requisitos foi criado, assim como atividades de ensino de tais pré-requisitos. Outro instrumento, utilizado como pré e pós-teste, coletou respostas que envolviam comparação de conjuntos e situações-problema envolvendo aritmética, comportamentos tidos como mais complexos do que a contagem. Os resultados trazem dados das atividades propostas e são analisados por meio do método escalar de Guttman. Ao fim, discute-se a sequência hierárquica proposta, seus componentes e pré-requisitos, a validade de algumas das atividades propostas para teste e ensino dos pré-requisitos, e o efeito do comportamento de contagem sobre o desempenho em outros comportamentos matemáticos mais complexos.

## Participantes

Participaram desta pesquisa quatro meninos e nove meninas entre 4 e 5 anos, com idade média de 4 anos e 7 meses, cursando a pré-escola de uma escola particular do estado de São Paulo. A responsável pela instituição, bem como os pais ou responsáveis, assinaram os termos de consentimento informado autorizando a participação das crianças (Apêndices II e III, respectivamente). O trabalho foi submetido e aprovado pela Plataforma Brasil (Anexo III).

A Tabela 3 apresenta as iniciais, gênero, série e idade dos participantes da pesquisa.

**Tabela 3. Características dos Participantes**

Participante	Iniciais	Série	Sexo	Idade em 15 de agosto de 2014
P1	SC	G5	F	5 anos e 6 meses
P2	BL	G4	F	4 anos e 4 meses
P3	SY	G5	F	5 anos e 5 meses
P4	LG	G4	F	5 anos
P5	MO	G4	F	4 anos e 2 meses
P6	MS	G4	F	4 anos e 3 meses
P7	AM	G4	F	5 anos
P8	LB	G4	M	4 anos e 5 meses
P9	NB	G4	M	4 anos e 9 meses
P10	JB	G4	F	4 anos e 9 meses
P11	CC	G4	F	4 anos e 6 meses
P12	GB	G4	M	4 anos
P13	RA	G4	M	4 anos e 3 meses

## Equipamentos e Materiais

A listagem dos materiais utilizados na pesquisa é apresentada a seguir. No Apêndice IV, algumas imagens desses materiais são apresentadas.

- Folhetos de exercícios a serem aplicados.
- Dois iPad®: um para gravar sessões de teste e de ensino e outro para passar *slides* de PowerPoint®.

- Papel e lápis.
- Folhas de registro.
- Fichas de contagem (bolinhas de gude, fichas de plástico e ossos de plástico).
- Caixas para ocultar fichas (uma “casinha de cachorro” e uma caixa de papelão).
- Fantoche para apresentar as instruções e interagir com os participantes.
- Tabela de pontuação para consequenciar acertos nas etapas de ensino.
- Itens a serem trocados pelos acertos nas etapas de ensino (adesivos, apontadores, gizes de cera, massinhas de modelar, borrachas).
- Ampulhetas de cinco e de dez minutos.

### **Procedimento**

Durante os testes, as crianças não recebiam *feedback* por seu desempenho, mas ganhavam adesivos por sua participação naquela sessão da pesquisa. Assim, elas eram avisadas de que o experimentador não falaria nada sobre seus acertos, mas que deveriam fazer o melhor que pudessem e que, ao final, receberiam adesivos por seu esforço.

Para o teste da sequência hierárquica, foram criadas questões, e o conjunto dessas questões foi agrupado em uma apostila. Além disso, faziam parte desse material de teste as fichas de contagem e as folhas de registro.

Nas sessões de ensino, os participantes eram elogiados sempre que acertavam, e, ao fim do tempo de treinamento, eles podiam colar os adesivos em sua ficha pessoal ou levá-los para si. Sempre que atingissem o critério de mudança de fase em uma tarefa de ensino, além de adesivos, as crianças poderiam ganhar um item escolar à sua escolha. Mais detalhes sobre as sessões de ensino e o material utilizado nestas serão abordadas na descrição das atividades de ensino.

As filmagens tiveram função de registro para a posterior conferência das respostas, das estratégias utilizadas e do tempo de elaboração de tais estratégias. O uso de um fantoche, por sua vez, visou garantir a motivação e apresentar as instruções de maneira mais acessível.

As ampulhetas de cinco e de dez minutos serviram para que a criança pudesse visualizar a passagem do tempo de treinamento.

### **Local e arranjo experimental.**

A coleta foi realizada em locais designados pela escola<sup>13</sup>, contendo, minimamente, um espaço de apoio para os materiais de teste e de ensino e dois lugares para sentar, um para a criança e outro para o experimentador. As sessões tiveram tempo variável, com duração máxima de 20 minutos, e aconteceram diariamente, estando sujeitas à disponibilidade dentro da grade curricular da turma. A coleta dos dados se deu ao longo do segundo semestre de 2014, no período da tarde (das 13 às 17h), de acordo com a disponibilidade de alunos, professores e diretoria.

A avaliação da proposição da sequência hierárquica foi composta por pré e pós teste, etapas de teste<sup>14</sup> e de ensino. As avaliações iniciais incluíram a avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e de situações problemas envolvendo aritmética e o teste inicial da sequência hierárquica, ambas realizadas antes do início das tarefas de ensino. As etapas de ensino foram determinadas pelos resultados obtidos na aplicação do teste inicial da sequência hierárquica e sempre foram seguidas de um teste intermediário da sequência hierárquica. Ao fim destas etapas, a avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e de situações problemas envolvendo aritmética foi reaplicada.

### **Etapa 1: Avaliação prévia de desempenho em comparação de conjuntos e de situações-problema envolvendo aritmética.**

Os objetivos desta avaliação incluíram verificar o conhecimento prévio dos participantes em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética, que, de acordo com a literatura, são mais complexos do que a contagem (Clements & Sarama 2009; Fuson, 1988). A mesma avaliação foi utilizada após o ensino dos componentes de contagem.

Os participantes foram submetidos a 12 questões de comparação de conjuntos e sete questões com situações-problema envolvendo aritmética. Tais questões (Apêndice V) foram elaboradas para esta pesquisa e tiveram como referências os trabalhos de Baroody (1987), Baroody e Coslick (1998), Clements e Sarama (2009) e Emerson e Babbie (2010).

Para esta etapa, papel, lápis e fichas de contagem eram disponibilizados à criança, que poderia utilizar estas últimas para solucionar as questões; porém, seu uso não era obrigatório. A instrução, apresentada por meio de um fantoche, consistia na seguinte frase: “Oi, eu sou o

---

<sup>13</sup> Os três locais designados ao longo da coleta foram: sala de aula, sala da diretoria e local afastado no pátio.

<sup>14</sup> Para facilitar a compreensão do leitor, a palavra “teste” será utilizada de agora em diante para designar os momentos de testagem da sequência hierárquica proposta.

Ernesto e gostaria de pedir a sua ajuda para fazer algumas contas, você me ajudaria?”. Os resultados foram plotados em planilhas para análise posterior.

### **Etapa 2: Teste inicial da sequência hierárquica.**

Nesta etapa, o teste completo da sequência hierárquica foi realizado com os participantes. Ele foi fundamental para a definição dos passos seguintes, referentes à etapa de ensino, para o caso de cada participante.

Esta etapa foi composta de sessões de 10 a 15 minutos, que foram sendo realizadas até que a coleta de informações estivesse completa. As atividades propostas para o teste da sequência hierárquica de cada um dos componentes são explicitadas na Tabela 4, a seguir.

Tabela 4. Descrições de Comportamentos Componentes e Pré-requisitos Solicitados, Materiais Utilizados, Números de Tentativas e Critérios de Acerto

	Item	Comportamento Pré-requisito Solicitado	Material Utilizado	Instrução do Experimentador	Número de Tentativas	Critério de acertos
SUBTI ZACÃO	Pré- requisito	Discriminar pequenos números	Apostila	Quantos pontos você vê?	16	13/16
	COMPONENTE A	A.1.1	<b>Retirar, um a um,</b> objetos de uma <b>disposição aleatória</b> , atribuindo o nome de um número a cada um dos itens.	Fichas de contagem de plástico	(Ernesto) Vou lhe dar essas fichas, você pode me ajudar a contar? Conte quantas fichas têm na mesa e, enquanto você conta, coloque-as nesse cantinho.	4
A.2.1		Apontar figuras de uma <b>disposição linear</b> , atribuindo o nome de um número a cada item.	Apostila	(Ernesto) Agora eu vou lhe mostrar algumas figuras e preciso que você me diga quantos objetos há em cada folha.	4	3/4
A.2.2		Apontar para figuras de uma <b>disposição aleatória</b> , atribuindo o nome de um número a cada item.	Apostila	(Ernesto) Agora eu vou lhe mostrar algumas figuras e preciso que você me diga quantos objetos há em cada folha.	4	3/4
A.3.1		Identificar erros e acertos na <b>correspondência termo a termo em disposição linear</b> feita por outra pessoa.	Apostila	(Ernesto) Eu vou contar para ver se aprendi, veja se consigo fazer certo. Se eu errar você me avisa? (Questionar: Por que errei?)	7	6/7
A.3.2		Identificação de erros e acertos na <b>correspondência termo a termo em disposição aleatória</b> feita por outra pessoa.	Apostila	(Ernesto) Eu vou contar para ver se aprendi, veja se consigo fazer certo. Se eu errar você me avisa? (Questionar: Por que errei?)	7	6/7
				<b>Total componente A</b>	26	20/26
COMPONENTE B	B.1.1	Oralizar sequência de números até dez, começando do <b>número um</b> .	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Você pode me ajudar contando até onde você sabe?	2	2/2
	B.1.2	Oralizar sequência de números até dez, começando de <b>número aleatório</b> .	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Agora eu vou lhe pedir para contar até dez começando de um número que eu vou lhe falar, tudo bem?	4	3/4
	B.2.1	Nomear <b>sucessor</b> (um a nove).	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Diga só o número que vem depois do número que eu lhe falar.	8	6/8
	B.2.2	Nomear <b>antecessor</b> (um a dez).	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Diga só o número que vem antes do número que eu lhe falar.	8	6/8
					<b>Total componente B</b>	22
COMPONENTE C	C.1.1	Responder quantos objetos há em um grupo de fichas que tenham sido <b>entregues simultaneamente</b> na mão da criança ( <b>sem disposição</b> ).	Fichas de contagem de plástico	(Ernesto) Conte para mim e depois me diga quantas fichas há nesse grupo.	4	3/4
	C.2.1	Produzir conjunto com <b>dedos</b> .	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Você tem muitos dedos, né? Você sabe contar com eles? Ah! Eu quero ver! Mostre-me __ dedos.	4	3/4
	C.2.2	Produzir conjunto com <b>objetos</b> .	Fichas de contagem	(Ernesto) Você pode fazer grupos para mim? Eu gostaria de um grupo de fichas.	4	3/4
	C.3.1	Responder quantos objetos há em um grupo após a <b>adição de itens (um a três) à sua vista</b> (contagem sem atraso).	Fichas de contagem de plástico	(Ernesto) Conte comigo. Quantas fichas têm? (Perguntar após a contagem.) Quantas têm agora? (Perguntar após o acréscimo de fichas.)	3	2/3
	C.3.2	Responder quantos objetos há em um grupo após a <b>retirada de itens (um a três) à sua vista</b> . (contagem sem atraso)	Fichas contagem de plástico	(Ernesto) Conte comigo. Quantas fichas têm? (Perguntar após a contagem). Quantas ficaram agora? (Perguntar após a remoção das fichas.)	3	2/3
	C.4.1	Responder quantos objetos há em um grupo após a <b>adição de itens (um a três) com atraso</b> .	Fichas de contagem de plástico e caixa.	(Ernesto) Agora eu gostaria de guardar algumas fichas na minha caixinha. Conte comigo (primeira parcela). Vou guardar! Vou colocar mais essas (segunda parcela). Também vou guardar! Quantas fichas tenho na minha caixa?	3	2/3
	C.4.2	Responder quantos objetos há em um grupo após a <b>retirada de itens (um a três) com atraso</b> .	Fichas de contagem de plástico e caixa.	(Ernesto) Conte comigo (primeira parcela). Vou guardar! Preciso tirar algumas para dar para a Carmen (segunda parcela)! Quantas fichas tenho na minha caixa?	3	2/3
				<b>Total componente C</b>	24	19/24

Com relação ao critério de acertos de cada pré-requisito, foi necessário considerar o número de tentativas de cada atividade. Adotou-se uma fração de acertos que representasse um alto desempenho<sup>15</sup> como critério para considerar que um participante possuísse domínio sobre determinado comportamento pré-requisito, como pode ser observado na última coluna da Tabela 4. Nos casos de atividades com quatro e com oito tentativas (p. ex., pré-requisito B.1.2, em que o participante deveria dizer a sequência numérica até dez a partir de um número aleatório), ele poderia emitir uma resposta errada em quatro tentativas, ou seja, precisava acertar 3/4 ou 6/8 das vezes. Para pré-requisitos que possuíam 7 tentativas, a fração de acertos adotada foi de 6/7 acertos. Optou-se por padronizar esta exigência em todas as atividades, exceto nos pré-requisitos que possuíam duas ou três tentativas (p. ex., pré-requisito B.1.1, em que o participante deveria dizer a sequência de zero a dez em apenas duas tentativas). Nesses casos, a exigência foi de dois acertos para duas tentativas.

Outro aspecto considerado na construção do instrumento de testagem da sequência hierárquica consistiu na variável tamanho do conjunto utilizado para teste dos pré-requisitos do comportamento de contagem. Para Fuson (1988), o tamanho do arranjo a ser contado é uma variável importante, a qual pode influir no desempenho de comportamentos componentes. Na presente pesquisa, o número de itens nos conjuntos variou de forma pseudorrandômica em cada atividade. Isto é, cada atividade continha tentativas que incluíam conjuntos pequenos (um a três), médios (quatro a seis) e grandes (sete a nove), segundo a categorização de Fuson, para controle desta variável sobre o resultado final.

De acordo com Resnick et al. (1973), a proposição de uma sequência hierárquica é sempre uma hipótese e, desta forma, o teste de sua adequação faz-se necessário. Como poderá ser observado mais adiante, na Figura 6, o teste da sequência hierárquica foi realizado em quatro momentos distintos: a) teste inicial, que foi chamado de Hi; b) teste pós-ensino do componente A, que foi denominado Habc; c) teste pós-ensino do componente B, para o qual foi utilizada a abreviação Hbc; e d) teste pós-ensino do componente C, que foi chamado de Hc. Os três últimos testes são testes intermediários e, em conjunto com as atividades de ensino, fazem parte da etapa 3.

O teste inicial (Hi) e os intermediários (Habc, Hbc e Hc) possibilitaram analisar tanto a

---

<sup>15</sup> O baixo número de tentativas impossibilitou a análise por porcentagem. Em todo caso, se assim o fosse, o critério utilizado seria de 75% ou mais como critério de passagem.

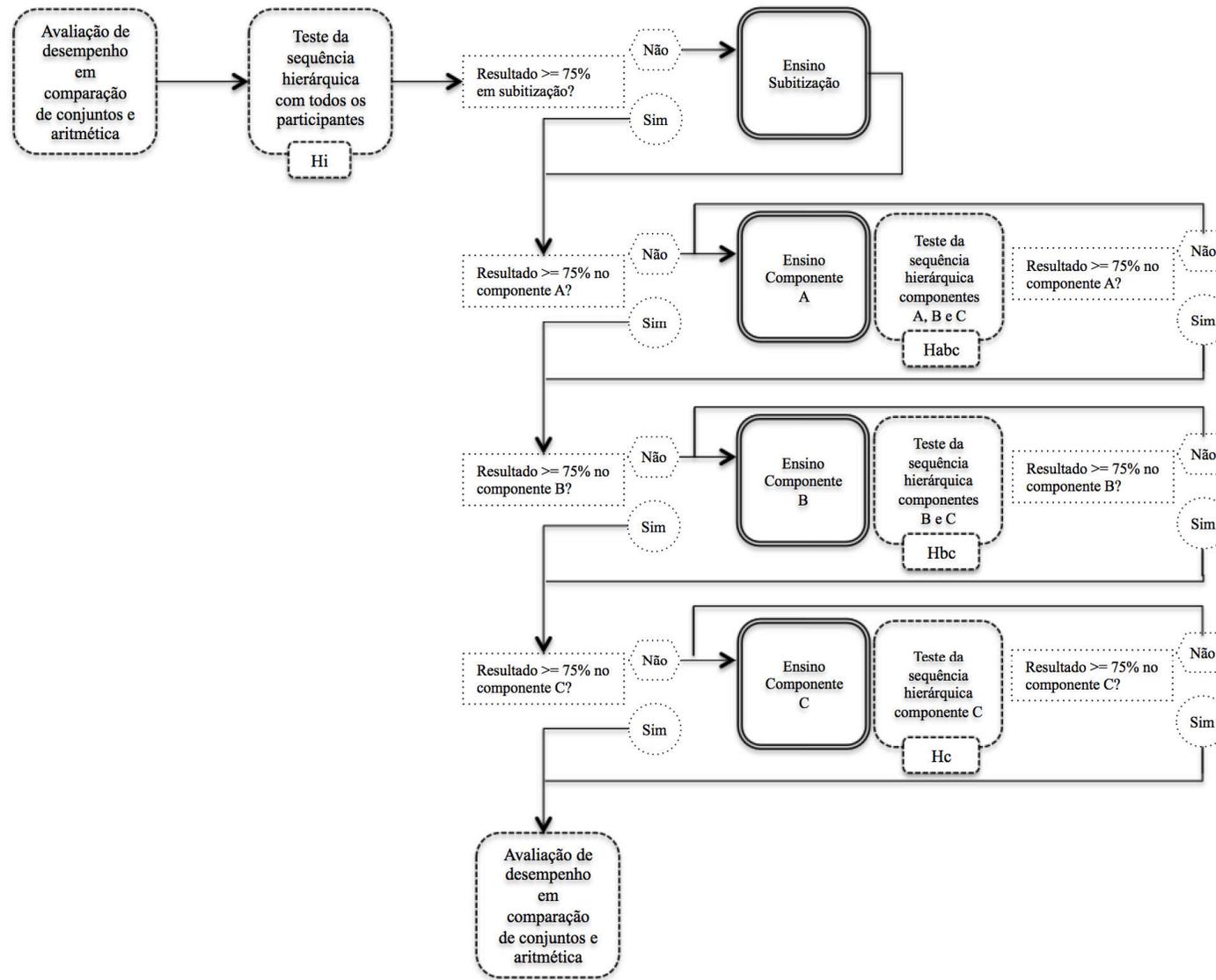
proposição da sequência hierárquica quanto o efeito das atividades de ensino sobre a aquisição de comportamentos componentes. Os resultados obtidos nos testes também foram utilizados para estabelecer quais participantes passariam por quais atividades de ensino, o que será descrito a seguir.

A medida empregada para avaliar a adequação dos componentes e pré-requisitos propostos na sequência foi baseada no método de escala de Guttman (apresentada na p. 28). Por meio desta medida, foi possível ver que os comportamentos mais complexos não seriam alcançados se os mais simples não o fossem. Isso porque, conforme já foi dito, quando um componente mais complexo é executado por um participante, assume-se que este também seja capaz de executar outras tarefas que envolvam componentes menos complexos da sequência hierárquica. Da mesma forma, se o participante não atingir o critério de acertos em determinado comportamento, ele também não conseguirá se sair bem em tarefas que exijam comportamentos mais complexos. Vale ressaltar que, se tais critérios de complexidade não forem contemplados, levanta-se a hipótese de que a sequência hierárquica proposta não é adequada.

### **Etapa 3: Ensino dos componentes da sequência hierárquica e testagens intermediárias da sequência hierárquica.**

O ensino foi individualizado para cada participante, uma vez que os comportamentos pré-requisitos a serem ensinados dependiam do desempenho apresentado no teste inicial da sequência hierárquica. Os dados gerados por esse teste permitiram duas ações: uma análise da sequência hierárquica proposta e a seleção das atividades de ensino para cada um dos participantes, de acordo com o seu desempenho que foi apresentado na escala de Guttman. Dito de outra forma, os resultados do teste inicial forneciam as informações que determinariam as etapas seguintes de cada participante.

A Figura 6 apresenta, de maneira esquemática, os possíveis percursos a serem designados a cada participante e os critérios de acertos que foram utilizados para determinar tais percursos.



**Figura 6: Esquema dos Percursos Possíveis para os Participantes da Pesquisa.**

Analisando a Figura 6, é possível depreender que percentagens abaixo de 75% em um componente encaminhavam o participante para o ensino do mesmo componente. Após o ensino, o participante deveria passar novamente pelo teste da sequência hierárquica do componente em questão e dos componentes mais complexos. Assim, um participante que, no teste da sequência hierárquica, tivesse um resultado maior do que 75% para subitização e componente A passaria apenas pelo ensino do componente B. Uma vez tendo atingido o critério de ensino do componente B, ele passaria novamente pelo teste da sequência hierárquica dos componentes B e C. Se, nesse novo teste, o participante não atingisse o critério de 75% de acertos para mudança de fase, ele voltaria a ser ensinado no componente em questão.

Um participante que não tivesse alcançado o critério de acertos para mudança de fase estabelecido nos componentes A e C, mas tivesse atingido o critério para B, por exemplo, era encaminhado para o ensino do componente A. Quando atingisse o critério de acertos na fase de ensino, ele refazia o teste da sequência hierárquica dos componentes A, B e C, partindo, então, para a próxima etapa, a depender do resultado desta testagem.

Assim, a análise da Figura 6 permite notar a existência de cinco grupos possíveis para a inserção dos participantes: um grupo passaria pelo ensino da subitização e dos demais componentes; outro passaria pelo ensino dos componentes A, B e C; um terceiro, pelo ensino dos componentes B e C; um quarto, apenas pelo ensino do C; e, por fim, um quinto grupo não necessitaria passar por nenhum ensino, sendo a seus participantes destinada a aplicação da avaliação de desempenho final.

A designação das atividades para cada participante dentro de determinado componente dependia do desempenho do participante nos pré-requisitos que faziam parte daquele componente. A Tabela 5 traz as atividades de ensino propostas para cada componente e quais comportamentos pré-requisitos da sequência hierárquica estariam sendo ensinados. Também podem ser observadas, nesta tabela, colunas descrevendo a tarefa, o material utilizado, a instrução do experimentador e o critério de acertos para mudança de fase. De maneira geral, pode-se afirmar que o critério de acertos das etapas de ensino foi estabelecido pelo número de acertos consecutivos, mantendo uma relação de equivalência ou de dobro das tentativas demandadas no teste da sequência hierárquica no componente em questão.

Tabela 5: Atividades de Ensino para Subitização e Componentes A, B e C

	Atividade	Comportamento ensinado	Descrição da tarefa	Itens correspondentes da hierarquia	Material utilizado	Instrução do experimentador	Critério de mudança de fase (N de acertos consecutivos)
SUBITIZAÇÃO	1	Discriminação de pequenos conjuntos	O experimentador pedia à criança que dissesse o mais rápido que pudesse a quantidade de pontos no dado sem utilizar a contagem.	Subitização	Slides de PowerPoint	(Ernesto) Você poderia me ajudar dizendo quantos pontos existem aqui? Mas hoje estou com um pouco de pressa porque estou com fome, então você poderia dizer para mim o mais rápido que puder?	32
COMPONENTE A	1	Atribuição de um nome de número a um único item	O experimentador colocava um conjunto de bolinhas de gude e pedia para o participante contar as bolinhas enquanto as colocava em uma das divisórias da caixa de madeira. O participante deveria pegar cada uma das bolinhas e colocar em uma divisória. Nesta tarefa, não era cobrado da criança que acertasse a sequência de contagem, apenas que atribuisse apenas uma palavra-número a um objeto.	A.1.1, A.2.1, A.2.2	Caixa de madeira com 10 divisórias e bolinhas de gude	(Ernesto) Você pode me ajudar a colocar essas bolinhas na minha caixa? Em cada casinha só pode ter uma bolinha, tá?	4
	2	Atribuição de um nome de número a um único item	O experimentador colocava um conjunto de bolinhas de gude em sua mão e pedia para a criança verificar se ele as estava contando corretamente ou não. Se ela indicasse que houve erro, o experimentador solicitava que ela esclarecesse o erro e como deveria ter sido contado.	A.3.1, A.3.2	Caixa de madeira com 10 divisórias e bolinhas de gude	(Ernesto) Eu vou contar para ver se aprendi, veja se consigo fazer certo. Se eu errar você me avisa? (Questionar: "Por que errei?")	14
COMPONENTE B	1	Sequência numérica de 1 a 10	O experimentador apresentava ao participante uma linha numérica e, junto com ela, fazia a contagem até 10.	B1.1, B.1.2	Linha numérica impressa	(Ernesto) Vamos contar comigo? Você pode contar para mim da boca até o rabo do jacaré?	4
	2	Successor de sequência numérica de 1 a 10	O experimentador apresentava ao participante uma linha numérica e perguntava qual número seria o sucessor de um número apontado ou questionava qual número seria o sucessor do número lançado no dado.	B.2.1	Linha numérica impressa e um decaedro branco (sólido com 10 faces) com os números de 0 a 9 impressos	(Ernesto) Você pode me dizer qual número vem depois (é maior um pouquinho) do que esse que eu vou te mostrar?	8
	3	Antecessor de sequência numérica de 1 a 10	O experimentador apresentava ao participante uma linha numérica e perguntava qual número seria o antecessor de um número apontado ou questionava qual número seria o antecessor do número lançado no dado.	B.2.2	Linha numérica impressa e um decaedro laranja (sólido com 10 faces) com os números de 0 a 9 impressos	(Ernesto) Você pode me dizer qual número vem antes (é menor um pouquinho) do que esse que eu vou te mostrar?	8
COMPONENTE C	1	Responder quantos objetos há em um grupo	O experimentador apresentava ao participante cartões com até dez pontos e pedia à criança que desse um nome para aquela carta.	C.1.1	Imagens com 0 a 10 pontos impressas em cartões	(Ernesto) Você poderia me ajudar a dar um nome para essa carta? O melhor nome para ela é o número de pontos pretos que ela tiver, você me ajuda?	8
	2	Produção de conjunto com dedos	O experimentador pedia que a criança mostrasse nos dedos um número que ele solicitasse.	C.2.1	Solicitação verbal do experimentador	(Ernesto) Você pode me mostrar nos seus dedos um número?	8
	3	Produção de conjunto com objetos	O experimentador entregava ao participante um conjunto de 10 fichas e pedia a ele que montasse conjuntos menores seguindo a sua solicitação (conjuntos de até 10 fichas).	C.2.2	Fichas de contagem de plástico	(Ernesto) Você pode montar para mim um conjunto de X fichas e colocar aqui na minha mão?	8
	4	Adição e subtração de itens de um conjunto	O experimentador apresentava ao participante uma quantidade de fichas (primeira parcela) e pedia para o participante que dissesse o valor. Depois, acrescentava ou retirava um segundo conjunto de fichas (segunda parcela) do primeiro. Após isso, sempre com as fichas visíveis, o experimentador perguntava com quantas fichas havia ficado o conjunto.	C.3.1, C.3.2	Fichas contagem de plástico	(Ernesto) Eu tenho essas fichas e quero colocar (ou retirar) mais essas. Com quantas eu fiquei?	6
	5	Adição e subtração de itens de um conjunto	O experimentador apresentava ao participante uma quantidade de fichas (primeira parcela) e pedia para o participante que dissesse o valor. Assim que o participante dissesse o valor, o experimentador guardava essa primeira parcela em uma caixa opaca de papelão. O experimentador, então, acrescentava ou retirava um segundo conjunto de fichas (segunda parcela) do primeiro conjunto. Após o acréscimo ou a retirada de fichas, o experimentador perguntava quantas fichas ainda havia na caixa de papelão.	C.4.1, C.4.2	Fichas de contagem e casinha de cachorro de plástico	Eu tenho esses ossos, quantos são? Vou guardar eles aqui na casa do Ruff! Agora eu quero colocar (ou retirar) mais esses. Pronto! Coloquei (ou retirei). Você sabe me dizer com quantos ele ficou?	6

Além das atividades expostas na Tabela 5, outra atividade foi proposta para participantes que não soubessem parear os estímulos numéricos impressos com os auditivos (5 com “cinco”). Esta atividade de ensino foi considerada porque, apesar de o comportamento de reconhecimento de numerais escritos não ser um pré-requisito para o comportamento de contagem, algumas atividades propostas para os componentes A e B empregavam uma linha numérica impressa (Apêndice IV).

As atividades de ensino foram sempre realizadas com duas ampulhetas, sendo uma de cinco e outra de dez minutos, que marcavam o tempo de ensino. O tempo máximo diário de ensino era de 20 minutos, para que a rotina escolar da criança não sofresse muitas alterações. Se a criança atingisse o critério de acertos para mudança de fase determinado antes do tempo, ela era premiada com adesivos e voltava para a aula.

Para o ensino das atividades, foi utilizado o reforço diferencial, sendo reforçadas as respostas que se aproximavam do comportamento-alvo e não reforçadas outras respostas. As respostas corretas do participante eram sempre conseqüenciadas por uma frase ou um toque comemorativo do experimentador. Nas respostas erradas, o experimentador se mantinha quieto e partia para a próxima tentativa. Após três erros consecutivos, ele utilizava umas das seguintes técnicas:

- dava novamente a instrução;
- fornecia dicas de procedimentos (utilização dos dedos ou repetição da seqüência de zero a dez, até o número solicitado);
- facilitava a atividade;
- mudava de posição em relação à criança (se estava sentado à frente, ia para o lado dela);  
ou
- interrompia a sessão.

Essencialmente falando, as atividades de intervenção constituem variáveis independentes na medida que seu objetivo é ensinar um comportamento e, como tais, mereciam análise. Entretanto, na presente pesquisa sua função era apenas a de promover a emissão de um dado comportamento com objetivo de continuar analisando a seqüência hierárquica

Às etapas de ensino e testes da seqüência hierárquica se seguiu a etapa pós-ensino, que consistiu na reavaliação da avaliação inicial com questões de comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética, comportamentos tidos como mais

complexos do que a contagem.

**Etapa 4: Reaplicação da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética.**

Os objetivos desta etapa incluíram verificar se a aprendizagem dos componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem produziria melhora no desempenho dos participantes em atividades que demandam comportamentos mais complexos, relacionados a comparação de conjuntos e a resolução de situações-problema envolvendo aritmética. A etapa consistiu na reaplicação da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética utilizada antes do teste da sequência hierárquica e das tarefas de ensino.

## **Resultados do Estudo 2: Avaliação da Sequência Hierárquica Proposta**

Enquanto o Estudo 1 visou identificar os componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem, o Estudo 2 ocupou-se em avaliar sua precedência para a aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos, no caso, a resolução de situações problema envolvendo aritmética. A seguir, serão relatados os resultados encontrados no contexto desses objetivos.

Primeiramente, serão apresentados aspectos relacionados à coleta de dados que se mostraram relevantes para os resultados. Depois, serão apresentados os dados dos testes da sequência hierárquica nos quatro momentos distintos ( $H_i$ ;  $H_{abc}$ ;  $H_{bc}$ ;  $H_c$ ), sendo também apresentada uma síntese desses dados. Por último, são comparados os desempenhos prévios e posteriores aos testes da sequência hierárquica na avaliação de comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética .

### **Relacionamento com a Escola, Ambiente de Coleta e Frequência dos Participantes**

Desde o primeiro contato, a diretora mostrou-se muito solícita, interessada no trabalho e entusiasmada com os resultados que a pesquisa poderia encontrar. Antes de iniciar o trabalho, o experimentador realizou uma palestra para todos os funcionários da escola, em que apresentou a importância do estudo, os componentes que seriam avaliados e suas definições. Após a palestra, duas professoras elaboraram um material explicativo para pais e colegas, demonstrando, ao longo de toda a coleta, muito interesse pelo assunto.

Outro indicativo de que o trabalho estava sendo bem recebido pela escola foi que o experimentador foi convidado para participar de outros eventos com as crianças, como a exposição de artes e o acantonamento. Além disso, uma descrição da pesquisa foi incluída no material anual a ser entregue aos pais no fim do ano.

A relação das crianças com o ensino da matemática mostrou-se bastante positiva, uma vez que, quando o experimentador chegava à escola, todas as crianças pediam para participar das atividades. Também se observou, em diversas situações, crianças propondo atividades na sala que envolviam o que havia sido trabalhado. Foi possível reparar, ainda, a aprendizagem e a adoção de

palavras relacionadas à literatura numérica que haviam sido usadas durante o ensino (p. ex., “fiz uma sequência de cores”).

Com relação ao ambiente de coleta, a princípio duas salas foram designadas pela escola: uma sala de aula regular, no período de almoço, e um espaço na sala da diretoria, nos demais períodos. Durante as sessões, duas cadeiras e duas mesas da altura das crianças eram colocadas na sala designada.

Devido às interrupções frequentes - de alunos, na sala de aula, e de professores e pais, na sala da diretoria -, a coleta, em torno de seu segundo mês, foi transferida para um espaço reservado no parque da escola. Era um local onde as crianças gostavam de ficar, adaptado de tal forma que os materiais para o ensino e a gravação pudessem ser usados de forma adequada. O experimentador permanecia o tempo todo próximo do participante, e havia menos interrupções competindo com a tarefa.

Com relação aos participantes, cabe o comentário de que faziam parte da amostra uma sala inteira de G4<sup>16</sup> (11 dos 13 participantes) e duas outras alunas (P1 e P3) de uma sala de G5<sup>17</sup>. Essas alunas foram incluídas na pesquisa porque a professora do G5 argumentou que elas não estavam acompanhando a turma. Os alunos da sala do G5 já possuíam, em sua grade curricular, o ensino de alguns componentes presentes na sequência hierárquica. A professora mencionou que havia iniciado no meio do ano o trabalho com pequenos problemas de aritmética.

Por se tratar de um ambiente escolar, com todas as rotinas próprias de uma escola regular, a coleta foi afetada por eventos, como ensaios para datas comemorativas, passeios e oficinas programadas no currículo. Além disso, algumas crianças apresentaram faltas, seja por questões de saúde seja para acompanharem os pais em suas férias (que não respeitavam o calendário da escola).

Os dados dos participantes P5, P7, P11 e P13 foram os que sofreram maior interferência com essas alterações na rotina de coleta. P7, por questões de saúde e uma posterior cirurgia, participou apenas da coleta da sequência inicial. P5 participou ativamente da coleta e das atividades de ensino, mas esteve ausente nas duas últimas semanas letivas; assim, faltaram os

---

<sup>16</sup> A escola nomeia as salas de acordo com a idade dos participantes. A sigla G4 faz referência ao grupo de crianças com 4 anos.

<sup>17</sup> Grupo de crianças com 5 anos.

dados finais de sua coleta. P11 e P13 estiveram ausentes por períodos superiores a dez dias, o que implicou perdas de atividades de ensino e em um maior número de erros na sequência hierárquica após o ensino do componente B (fato discrepante em relação a seus dados iniciais).

### **Avaliação da Sequência Hierárquica do Comportamento de Contagem e Atividades de Ensino**

Como já mencionado, para a análise dos resultados, empregou-se o método de escala proposto por Guttman. Desta forma, o desempenho de cada participante foi registrado em termos de aprovação (+) ou de reprovação (-) no teste de cada componente e pré-requisito, de acordo com o critério de acertos pré-estabelecido. Vale lembrar novamente que, no método de escala, quando um componente ou pré-requisito mais complexo é desempenhado pelo participante, assume-se que ele seria capaz de desempenhar os componentes ou pré-requisitos mais simples, caso esteja adequada a proposição da sequência hierárquica.

Dentro de cada seção a seguir, serão apresentados os dados dos testes da sequência hierárquica em níveis dos componentes – (A) correspondência termo a termo; (B) intraverbal de sequência numérica; e (C) cardinalidade – e de seus pré-requisitos. As Tabelas de 6 a 9 mostram os resultados dos participantes antes das atividades de ensino, e as demais trazem dados dos testes da sequência hierárquica após as atividades de ensino de cada componente.

As tabelas foram estruturadas da seguinte forma: os participantes foram dispostos na linha horizontal superior e os componentes e pré-requisitos da contagem foram apresentados verticalmente. No primeiro bloco de cada tabela, são apresentados, no formato de fração, os dados referentes ao número de acertos por número de tentativas em cada componente ou pré-requisito. No bloco seguinte de cada tabela, são mostrados os registros em termos de aprovação (+) ou de reprovação (-) no teste.

As células destacadas nas tabelas sinalizam a situação de possível refutação da sequência hierárquica descrita. Isso acontecia quando o participante apresentava mais de 75% de acertos em um componente ou pré-requisito mais complexo, mesmo não tendo atingido o critério no componente mais simples, apresentado na linha anterior. Dito de outra forma, as células com símbolo (+) que sucedam uma célula com símbolo (-) estarão sempre destacadas com cor escura para facilitar análise. A informação pode, então, ser lida da seguinte forma: “Para o participante

X, o componente ou pré-requisito destacado não está de acordo com a sequência hierárquica proposta, uma vez que o participante atingiu o critério de acertos de um componente ou pré-requisito mais complexo sem ter atingido o de um comportamento menos complexo”.

Para as tabelas que analisam os pré-requisitos dentro de um componente há, normalmente, mais de um bloco. Assim, a primeira coluna vertical à esquerda faz referência ao pré-requisito que será analisado. Esse pré-requisito é tomado como referência para a análise da relação de complexidade dos pré-requisitos dispostos logo abaixo. Apesar de a fração ou o registro de aprovação ou reprovação (+ ou -) para determinado pré-requisito serem sempre iguais dentro da mesma tabela, a divisão em diferentes blocos facilita a análise dos pré-requisitos propostos para cada componente. Dessa forma, a cor escura destacará as células com símbolo (+) que sucedam uma célula com símbolo (-) para aquele pré-requisito (bloco) em análise.

### Teste inicial da sequência hierárquica (Hi).

A Tabela 6, além de mostrar os resultados dos componentes de contagem A, B e C, também apresenta os resultados da subitização, considerada um facilitador de todos os outros componentes pela premissa adotada pela presente sequência hierárquica.

Tabela 6. Teste Inicial da Sequência Hierárquica

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
	Subitização	12/16	13/16	15/16	12/16	13/16	14/16	1	14/16	1	1	13/16	13/16	11/16
Número de acertos por número de tentativas	A	20/26	13/26	22/26	21/26	20/26	22/26	13/26	21/26	25/26	21/26	25/26	22/26	10/26
	B	15/22	5/22	16/22	19/22	2/22	22/22	9/22	6/22	18/22	21/22	5/22	9/22	2/22
	C	18/24	12/24	20/24	16/24	12/24	12/24	0/24	12/24	19/24	15/24	11/24	15/24	2/24
	Subitização	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
Número de acertos por número de tentativas	A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
	B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-

O único participante que precisou passar pelo ensino da subitização foi P13. O participante também não apresentou aprovação conforme o critério estabelecido em nenhum dos componentes posteriores (A, B e C) à subitização na sequência hierárquica proposta. O participante P11 participou do teste deste componente duas vezes, pois, na primeira ocasião, pareceu não entender a instrução devido às interrupções na sala de coleta, fazendo cinco pontos

em 16 tentativas.

Observa-se pelas células em destaque que apenas para dois participantes, P1 e P3, o componente de cardinalidade (C), assumido como o mais complexo, foi desempenhado antes de componentes tidos como mais simples. Duas questões podem ter interferido nesses dados: a familiarização com as questões solicitadas na coleta e o entendimento da instrução apresentada<sup>18</sup>.

Alguns aspectos sobre os dados de P1 e P3 devem ser considerados. Os dois participantes eram alunos de outra sala, G5, e tinham média de idade de 5 anos e 5 meses. Além disso, como já foi mencionado, eles estavam vivenciando, na rotina escolar, tarefas dentro de sala de aula que envolviam problemas de aritmética simples.

P3, apesar de apresentar acertos em todo o componente C, exceto no pré-requisito C.4.2, teve erros nos pré-requisitos anteriores. A coleta inicial deste participante foi realizada na sala de aula regular, onde foi interrompida por diferentes professores. Nesses momentos, foi registrado o maior número de erros. Quando as interrupções cessaram, o participante estava nas tentativas do componente C e apresentou acertos nas questões expostas.

P1 também apresentou erros em componentes anteriores e acertos no componente final. Apesar de P1 ter tido acertos no componente C, a porcentagem alcançada nos pré-requisitos do componente B não foi suficiente para encerrar essas etapas, portanto, o ensino se iniciou no componente B.

De qualquer maneira, o fato de P1 e P3 terem desempenhado bem no componente C e apresentado erros em pré-requisitos de A e B poderia, de alguma forma, levantar hipóteses sobre o desempenho identificado como pobre pela professora da sala de aula.

Para todos os demais participantes, a sequência hierárquica foi respeitada, de modo que apresentar aprovação em um componente mais complexo estava correlacionado a atingir o critério referente aos componentes mais simples. Os resultados relativos à subitização indicam que todos os participantes mostraram ter este comportamento em seu repertório, com exceção de P13. Para este participante, foi programado um ensino da subitização, em que *slides* com diferentes quantidades de pontos (de um a cinco) eram apresentados. Acertos eram reforçados pelo experimentador e o ensino foi considerado concluído quando ele atingiu 16 acertos consecutivos.

---

<sup>18</sup> Foi possível observar algumas situações em que as crianças respondiam “äh?” ou davam respostas aleatórias às questões como iniciar a contagem da sequência até 10.

A Tabela 7 apresenta os resultados referentes à sequência hierárquica dos pré-requisitos do componente correspondência termo a termo (A) na ocasião do teste inicial da sequência hierárquica (Hi), antes de qualquer ensino.

Tabela 7. Análise dos Pré-requisitos do Componente A no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	A.1.1	4/4	1/4	4/4	2/4	3/4	2/4	2/4	2/4	4/4	3/4	4/4	1/4	0/4
	A.2.1	1/4	3/4	4/4	3/4	4/4	4/4	2/4	2/4	4/4	4/4	4/4	4/4	2/4
	A.2.2	1/4	2/4	4/4	3/4	4/4	4/4	3/4	3/4	4/4	3/4	3/4	4/4	0/4
	A.3.1	7/7	3/7	5/7	7/7	5/7	6/7	6/7	7/7	7/7	5/7	7/7	7/7	3/7
	A.3.2	7/7	4/7	5/7	6/7	4/7	6/7	0/7	7/7	6/7	6/7	7/7	6/7	5/7
A.1.1	A.1.1	+	-	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	-
	A.2.1	-	+	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	-
	A.2.2	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
	A.3.1	+	-	-	+	-	+	+	+	+	-	+	+	-
	A.3.2	+	-	-	+	-	+	-	+	+	+	+	+	-
A.2.1	A.2.1	-	+	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	-
	A.2.2	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
	A.3.1	+	-	-	+	-	+	+	+	+	-	+	+	-
	A.3.2	+	-	-	+	-	+	-	+	+	+	+	+	-
	A.2.2	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
A.2.2	A.3.1	+	-	-	+	-	+	+	+	+	-	+	+	-
	A.3.2	+	-	-	+	-	+	+	+	+	+	+	+	-
	A.3.1	+	-	-	+	-	+	+	+	+	-	+	+	-
A.3.1	A.3.1	+	-	-	+	-	+	+	+	+	-	+	+	-
	A.3.2	+	-	-	+	-	+	-	+	+	+	+	+	-

O pré-requisito que se acreditava ser o mais simples, A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens), apresentado no segundo bloco, foi comparado a todos os demais pré-requisitos, estes por sua vez, considerados mais complexos. A sequência hierárquica mostrou-se adequada para sete de 13 participantes. No entanto, para seis deles, o desempenho no pré-requisito mais simples não demonstrou relação de dependência do mais simples ao mais complexo. Para cinco desses seis participantes, o desempenho em mais de um pré-requisito mostrou não ser relacionado ao desempenho no pré-requisito mais simples A.1.1.

O terceiro bloco da Tabela 7 traz dados do pré-requisito A.2.1 (apontar para figuras em uma disposição linear, atribuindo nome de um número a cada um dos itens). Formulou-se a hipótese de que este era mais simples do que os pré-requisitos apresentados logo abaixo dele.

Com relação ao pré-requisito A.2.1, para nove de 13 participantes, o desempenho nos pré-requisitos mais complexos dispostos abaixo da primeira linha mostrou estar relacionado ao desempenho em A.2.1, legitimando a sequência hierárquica proposta. Como evidenciado pelas células em destaque, apenas três participantes (P1, P7 e P8) atingiram o critério de acertos em

dois ou mais pré-requisitos mais complexos mesmo sem ter atingido o critério em A.2.1.

No quarto e no quinto blocos da Tabela 7, observam-se os resultados comparativos dos pré-requisitos mais complexos em relação a A.2.2 (apontar para figuras de uma disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens) e a A.3.1 (identificar erros e acertos na correspondência termo a termo feita por outra pessoa [disposição linear]), respectivamente. Em cada um desses dois casos, a sequência hierárquica mostrou ser válida para 12 dos 13 participantes, de modo que apenas para P1 e P10 o desempenho nos pré-requisitos mais complexos mostrou não depender do desempenho em A.2.2 e A.3.1, respectivamente.

A Tabela 8 apresenta os resultados referentes à relação entre os desempenhos nos pré-requisitos do componente intraverbal de sequência numérica (B).

Tabela 8. Análise dos Pré-requisitos do Componente B no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	B.1.1	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	2/2
	B.1.2	0/4	0/4	0/4	4/4	0/4	4/4	1/4	0/4	0/4	4/4	0/4	0/4	0/4
	B.2.1	8/8	3/8	7/8	7/8	0/8	8/8	5/8	3/8	8/8	7/8	1/8	5/8	0/8
	B.2.2	5/8	0/8	7/8	6/8	0/8	8/8	1/8	1/8	8/8	8/8	2/8	2/8	0/8
B.1.1	B.1.1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	B.1.2	-	-	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-	-
	B.2.1	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	B.2.2	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
B.1.2	B.1.2	-	-	-	+	-	+	-	-	-	+	-	-	-
	B.2.1	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	B.2.2	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	B.2.1	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
B.2.1	B.2.1	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	B.2.2	-	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-

A Tabela 8 apresenta como mais simples o pré-requisito B.1.1 (oralizar sequência de números até dez, começando do número um). Todos os participantes apresentaram desempenho de acordo com o critério de acertos demandados no pré-requisito B.1.1.

Para os pré-requisitos do componente B, houve discrepâncias apenas para três participantes. Para eles, o pré-requisito B.1.2 (oralizar sequência de números até dez, começando de número aleatório) se mostrou mais difícil do que o pré-requisito B.2.1 (nomear sucessor). Os participantes P1, P3 e P9 tiveram zero acerto em quatro tentativas na atividade B.1.2. Como nota da testagem, observa-se a possível não compreensão da pergunta feita pelo experimentador (Ernesto perguntava: “Agora eu vou te pedir para contar até 10 começando de um número que eu vou te falar, tudo bem?”), uma vez que os participantes, por vezes, emitiam como resposta a sequência numérica iniciando-a pelo número um. Também vale destacar que, para o pré-requisito

anterior (B.1.1), era solicitado ao participante que falasse a sequência numérica iniciando-a pelo número um.

A Tabela 9 apresenta os resultados referentes à relação entre os desempenhos nos pré-requisitos de cardinalidade (C).

Tabela 9. Análise dos Pré-requisitos do Componente C no Teste Inicial da Sequência Hierárquica (Hi)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	C.1.1	4/4	4/4	4/4	3/4	4/4	3/4	0/4	2/4	4/4	4/4	0/4	3/4	0/4
	C.2.1	4/4	2/4	4/4	2/4	1/4	3/4	0/4	2/4	4/4	4/4	1/4	3/4	1/4
	C.2.2	4/4	2/4	4/4	4/4	2/4	4/4	0/4	2/4	3/4	4/4	3/4	4/4	1/4
	C.3.1	3/3	1/3	3/3	1/3	2/3	1/3	0/3	2/3	3/3	2/3	1/3	2/3	0/3
	C.3.2	2/3	3/3	2/3	3/3	3/3	1/3	0/3	2/3	3/3	1/3	3/3	3/3	0/3
	C.4.1	1/3	0/3	1/3	2/3	0/3	0/3	0/3	2/3	2/3	0/3	3/3	0/3	0/3
	C.4.2	0/3	0/3	2/3	1/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3
C.1.1	C.1.1	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+	-	+	-
	C.2.1	+	-	+	-	-	+	-	-	+	+	-	+	-
	C.2.2	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-
	C.3.1	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
	C.3.2	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.2.1	C.2.1	+	-	+	-	-	+	-	-	+	+	-	+	-
	C.2.2	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-
	C.3.1	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
	C.3.2	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.2.2	C.2.2	+	-	+	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-
	C.3.1	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
	C.3.2	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.3.1	C.3.1	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
	C.3.2	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.3.2	C.3.2	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.4.1	C.4.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-
	C.4.2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Observou-se que os pré-requisitos propostos no componente C (cardinalidade) mostraram ser dependentes dos supostamente mais simples para a aquisição do critério de acertos na maioria dos casos.

Nenhum participante apresentou acertos em pré-requisitos mais complexos sem ter atingido o critério de acertos em C.3.2 e C.4.1, como pode ser observado nos respectivos blocos, que por isso não apresentam nenhuma célula em destaque. Desta forma, quando tomados como base para comparação, C.4.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] com atraso), no sétimo bloco da tabela, e C.3.2 (responder quantos objetos há em um

grupo após a retirada de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]), no sexto bloco, se apresentaram como pré-requisitos mais complexos do que os anteriores, validando, assim, a sequência hierárquica para este comportamento.

A análise de C.1.1 (responder quantos objetos há em um grupo de fichas que tenham sido entregues simultaneamente na mão da criança [sem disposição]) e dos demais pré-requisitos apresentados no segundo bloco da Tabela 9 demonstrou que para apenas um participante, P11, os resultados foram incongruentes com a avaliação da sequência hierárquica. O participante P11 desempenhou conforme o critério em três pré-requisitos mais complexos do que C.1.1, embora não tivesse atingido o critério de acertos no pré-requisito considerado mais simples.

O pré-requisito C.2.2 (produzir conjunto com objetos concretos), apresentado no terceiro bloco, também demonstrou ser mais simples do que os dispostos em sequência para a maioria dos participantes (11 de 13). Como pode ser observado no quarto bloco, a sequência hierárquica mostrou-se falha apenas para P2 e P5, que atingiram o critério no componente C.3.2 (responder quantos objetos há em um grupo após a retirada de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]), tido como mais complexo do que C.2.2.

Por fim, os pré-requisitos para os quais a adequação da sequência hierárquica foi mais duvidosa foram C.2.1 (produzir conjunto com dedos) e C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]), apresentados no terceiro e no quinto bloco da tabela, respectivamente. Nesses blocos, pode-se observar maior quantidade de células destacadas.

Na análise de C.2.1, quatro participantes (P2, P4, P5 e P11) desempenharam conforme o critério em pré-requisitos mais complexos e, na análise de C.3.1, cinco participantes (P2, P4, P5, P11 e P12), apesar de não terem alcançado o critério nos pré-requisitos mais simples. Curiosamente, os mesmos participantes que atingiram o critério em pré-requisitos mais complexos do que C.2.1 também o atingiram em pré-requisitos mais complexos do que C.3.1.

No entanto, nota-se que, mesmo nesses casos, os resultados da maioria dos participantes (nove e oito participantes em 13, respectivamente) foram ao encontro da sequência hierárquica proposta para o componente de cardinalidade (C). Pode-se acrescentar a esta análise que o item C.2.1 (produzir conjunto com dedos) se mostrou fundamental para o desempenho nas atividades de ensino que se propunham a trabalhar C.4.1 e C.4.2, quando o participante era solicitado a contar sem ter acesso visual aos itens. O uso dos dedos também foi frequente em atividades que

resultavam em somas maiores do que cinco - vale ressaltar que as tentativas relativas ao item C.3.1 eram as que demandavam a soma de um maior número de elementos.

Retornando ao teste da sequência hierárquica, observa-se que C.3.2, que propõe subtração à vista, pode, de fato, ser mais simples do que C.3.1, que propõe adição à vista. Para responder às perguntas dos dois pré-requisitos, as crianças costumavam contar as fichas da primeira e da segunda parcela (que foram acrescentadas ou retiradas). Desta forma, é importante levar em consideração que o conjunto de fichas para contagem era sempre menor nas atividades que envolviam subtração.

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 7, 8 e 9, observa-se que mais participantes apresentaram resultados discrepantes com a hipótese da sequência hierárquica na análise da ordenação dos pré-requisitos no componente A, em detrimento dos componentes B e C. No entanto, vale destacar que este resultado pode ter sido obtido também devido ao fato de que, nos pré-requisitos do componente C, três participantes (P7, P8 e P13) apresentaram resultados negativos para todos os pré-requisitos, impossibilitando uma avaliação da relação entre eles.

### **Atividades de Ensino dos Componentes A, B e C.**

Nesta seção, serão descritos os resultados dos testes da sequência hierárquica após terem sido ensinados aos participantes os pré-requisitos para os quais eles não haviam atingido o critério de 75% de acertos no teste da sequência hierárquica inicial (Hi).

A etapa em que o ensino se iniciou foi diferente entre os participantes, pois dependeu dos resultados do teste da sequência hierárquica inicial, que foi aplicada antes de qualquer procedimento de ensino. Entre os 13 participantes, um começou o ensino pela subitização (P13); quatro iniciaram o ensino pelo componente A (P1, P2, P5, P7); outros quatro, pelo componente B (P3, P8, P11, P12); e os quatro participantes restantes iniciaram o ensino pelo componente C (P4, P6, P9, P10).

O número de atividades de ensino em cada componente também variou para cada participante, pois apenas os pré-requisitos em que o critério não havia sido atingido eram ensinados. Se, por exemplo, o participante não tivesse desempenhado conforme o critério de acertos em pré-requisitos do componente B, ele receberia atividades referentes àqueles pré-

requisitos (Tabela 10).

Tabela 10. Início e Número de Atividades de Ensino por Participante

Participante	Treino de Subitização	Ensino Componente A	Ensino Componente B	Ensino Componente C	Atividades extras	Total ensino
P1		Início 1	6	1	-	8
P2		Início 2	15	8	-	25
P3			Início 2	2	-	4
P4				Início 4	-	4
P5		Início 2	15		3	20
P6				Início 3	-	3
P7		Início				
P8			Início 7	4	-	11
P9				Início 1	-	1
P10				Início 5	-	5
P11			Início 15	3	-	18
P12			Início 3	6	-	9
P13	Início 1	1	15	4	5	26

Destacam-se, na Tabela 10, as atividades extras, que se referem ao ensino do pareamento numeral escrito-numeral falado. Essas atividades foram necessárias para os participantes P5 e P13, a fim de que estes pudessem realizar as atividades de ensino propostas que envolviam a linha numérica.

P13 foi o participante que precisou de um número maior de sessões de ensino (26), passando pelo ensino dos componentes A, B e C, ao passo que P9 foi o que necessitou do menor número de sessões (uma atividade no componente C). Cinco participantes precisaram do ensino

de mais de dez atividades: P13 (26), P2 (25), P5 (20), P11 (18) e P8 (11). Os outros sete participantes precisaram passar por menos de dez atividades de ensino.

O participante P7, como já foi mencionado, realizou apenas o teste inicial da sequência hierárquica, devido a questões de saúde. Portanto, a amostra do teste da sequência hierárquica após o ensino de cada um dos componentes contou com 12 participantes no total, excluindo P7, embora os dados de seu desempenho na sequência inicial tenham sido apresentados anteriormente.

Também não se conta com todos os dados de sequência hierárquica do participante P5. Neste caso, isso se deve à ausência dele nas duas últimas semanas letivas. O participante precisou de mais atividades de ensino para atingir o critério de mudança de fase, do que outros participantes. P5 passou apenas pelos testes da sequência hierárquica Hi e Habc, faltando-lhe os resultados de Hbc e Hc, assim como as atividades de ensino do componente C.

A Tabela 11 discrimina para quais pré-requisitos cada participante recebeu atividades, apresentando mais detalhadamente a rota de ensino dos participantes em cada um dos componentes.

Tabela 11. Atividades de Ensino Destinadas a Cada Participante Identificadas Pela Sequência Hierárquica Inicial e Pelas Demais Sequências Hierárquicas

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
<b>Treino de Substituição</b>													Início
													X
<b>Ensino Componente A</b>	Início	Início			Início		Início						
A.1		X					X						X
A.2.1	X						X						X
A.2.2	X	X											X
A.3.1		X			X								X
A.3.2		X			X		X						X
<b>Ensino Componente B</b>			Início					Início			Início	Início	
B.1.1											X		
B.1.2		X	X					X			X	X	
B.2.1	X	X						X			X	X	
B.2.2		X			X			X			X	X	X
<b>Ensino Componente C</b>				Início		Início			Início	Início			
C.1					X								
C.2.1				X	X						X		
C.2.2					X							X	
C.3.1		X		X	X	X				X		X	
C.3.2					X	X				X			
C.4.1		X		X	X	X		X	X	X	X	X	X
C.4.2		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
<b>Total de atividades</b>	3	10	2	4	10	4		5	2	4	7	7	9

A linha superior horizontal da Tabela 11 apresenta cada um dos participantes, e a coluna à extrema esquerda, cada um dos componentes e seus respectivos pré-requisitos de ensino. “X” indica as atividades realizadas, e a ausência de “X” indica as atividades para as quais o ensino não se fez necessário, pois o critério de acertos havia sido atingido no teste pelo participante.

Vale ressaltar que a Tabela 11 foi elaborada com base nos resultados dos testes da sequência hierárquica Hi, Habc, Hbc e Hc. Desta forma, os participantes que iniciaram as atividades de ensino no componente A tiveram as atividades deste componente indicadas por Hi; as atividades de ensino do componente B, por sua vez, foram indicadas pelo teste Habc; e as atividades de ensino do componente C, por Hbc. De maneira análoga, os participantes que iniciaram as atividades de ensino pelo componente C, tiveram suas atividades determinadas pelo teste Hi.

Observa-se que o componente C foi aquele para o qual mais participantes necessitaram de ensino dos seus pré-requisitos (12 de 13 participantes, sendo que P7 não realizou o restante da pesquisa por precisar se ausentar da escola por motivo de saúde). Oito dos 13 participantes precisaram de ensino em pelo menos um dos pré-requisitos de B, e quatro dos 13 participantes precisaram de ensino em pré-requisitos de A. O fato de haver um maior número de participantes que precisaram de ensino nos pré-requisitos de C e B em relação aos pré-requisitos de A indica, novamente, o nível de complexidade crescente do componente A em direção ao C, resultado que endossa a avaliação da sequência hierárquica proposta.

A análise individual mostra que, dos quatro participantes que precisaram de ensino relativo aos pré-requisitos de A (P1, P2, P5, P13), três também precisaram de ensino em alguns dos pré-requisitos do componente B e C. O participante P1 apresentou dados que divergem da hipótese sugerida pela sequência hierárquica, pois precisou do ensino de pré-requisitos de A – A.2.1, A.2.2 – e de um pré-requisito de B – B.2.1 –, mas não de pré-requisitos de C, supostamente mais complexos. Dos oito participantes que precisaram de ensino em pré-requisitos de B, todos, com exceção, novamente, de P1, precisaram passar pelo ensino de pelo menos um dos pré-requisitos de C.

Vale destacar que não foram incomuns os casos em que houve necessidade de ensino de um pré-requisito mais simples, mas não de um supostamente mais complexo. Isso foi observado para 11 dos 13 participantes. Por exemplo, P1 não precisou do ensino de A.3.1, mas precisou do ensino de A.2.2; P2 não precisou do ensino de A.2.1, mas sim do ensino de A.1; P3 precisou do ensino de B.1.2, mas não de B.1.1; e assim por diante. Apenas P9 e P10 mostraram um desempenho completamente condizente com a racional de que o critério de acertos nos pré-requisitos mais simples é atingido antes do critério em pré-requisitos mais complexos.

#### ***Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente A (Habc).***

Participaram das atividades de ensino do componente A os participantes P1, P2, P5 e P13, que não haviam atingido o critério de acertos para este componente no teste Hi. Após o ensino do componente A para esses participantes, a sequência hierárquica foi novamente testada para todos os componentes (Habc). Os desempenhos no componente A, cujos pré-requisitos haviam sido ensinados, e em B e C, cujos pré-requisitos não haviam sido ensinados até o momento, estão apresentados nas tabelas que seguem.



Observa-se, na Tabela 13, que, no teste da sequência hierárquica Habc, o número de acertos de todos os participantes foi maior no componente ensinado diretamente (A), assim como no teste do componente B, que não havia sido ensinado ainda. Os resultados no componente C mostram que dois participantes melhoraram o desempenho: P5 de maneira sutil (de 12 para 14) e P13 consideravelmente (de dois para 18). O participante P1 manteve o desempenho e P2 apresentou redução de acertos, de 12 para seis.

É interessante notar que é possível supor que a melhora no desempenho nos demais componentes, especialmente no componente B, tenha sido afetada pelo ensino do componente A, cujas atividades envolviam tarefas não diretamente relacionadas ao comportamento que se pretendia ensinar em B, mas que se supunham serem facilitadoras de uma aprendizagem mais complexa. Com base neste resultado, é importante questionar quais são os pré-requisitos em A cujo ensino pode ser primordial para a emergência de um desempenho sem ensino direto em B.

A Tabela 14 apresenta os resultados de P1, P2, P5 e P13 em todos os pré-requisitos de A para o teste da sequência hierárquica Habc.

Tabela 14. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente A Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	A.1.1	4/4	3/4			3/4								2/4
	A.2.1	3/4	4/4			4/4								4/4
	A.2.2	2/4	4/4			2/4								3/4
	A.3.1	6/7	5/7			6/7								6/7
	A.3.2	6/7	6/7			7/7								5/7
A.1.1	A.1.1	+	+			+								-
	A.2.1	+	+			+								+
	A.2.2	-	+			-								+
	A.3.1	+	-			+								+
	A.3.2	+	+			+								-
A.2.1	A.2.1	+	+			+								+
	A.2.2	-	+			-								+
	A.3.1	+	-			+								+
	A.3.2	+	+			+								-
A.2.2	A.2.2	-	+			-								+
	A.3.1	+	-			+								+
	A.3.2	+	+			+								-
A.3.1	A.3.1	+	-			+								+
	A.3.2	+	+			+								-

Observa-se, na Tabela 14, que, após o ensino do componente A, a sequência hierárquica permanece adequada para a maioria dos quatro participantes quando analisamos os pré-requisitos A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens), A.2.1 (apontar para figuras de uma disposição linear, atribuindo nome de um

número a cada um dos itens) e A.3.1 (identificar erros e acertos na correspondência termo a termo feita por outra pessoa [disposição linear]). Na avaliação do desempenho dos pré-requisitos mais complexos em relação a A.2.1, nenhum participante apresentou resultado incongruente com a sequência hierárquica proposta. Já na avaliação de A.1.1 e de A.3.1, apenas um participante apresentou resultado incongruente em cada um – P2 e P13, respectivamente.

No entanto, na análise de A.2.2 (apontar para figuras de uma disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada item), nota-se que dois dos quatro participantes apresentaram resultados incongruentes com o esperado pela sequência hierárquica proposta. Tanto P1 quanto P5 desempenharam de acordo com o critério de acertos nos pré-requisitos considerados mais complexos A.3.1 e A.3.2, embora não tivessem atingido o critério em A.2.2 e por isso tem as células destacadas na Tabela 14.

Vale destacar que, após o ensino dos pré-requisitos do componente A, poderia ser esperado que os participantes desempenhassem de acordo o critério de acertos estabelecido em todos os outros componentes. No entanto, mesmo após o ensino, P1 e P5 não atingiram o critério de acertos em A.2.2, P3 não atingiu o critério em A.3.1 e P13 não atingiu o critério em A.1.1 e A.3.2.

A Tabela 15 apresenta os resultados do teste da sequência hierárquica dos pré-requisitos do componente B após os mesmos participantes, P1, P2, P5 e P13, passarem somente pelo ensino do componente A.

Tabela 15. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente B Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	B.1.1	2/2	2/2			2/2								2/2
	B.1.2	4/4	2/4			3/4								4/4
	B.2.1	5/8	2/8			6/8								7/8
	B.2.2	6/8	0/8			0/8								0/8
B.1.1	B.1.1	+	+			+								+
	B.1.2	+	-			+								+
	B.2.1	-	-			+								+
	B.2.2	+	-			-								-
B.1.2	B.1.2	+	-			+								+
	B.2.1	-	-			+								+
	B.2.2	+	-			-								-
B.2.1	B.2.1	-	-			+								+
	B.2.2	+	-			-								-

A Tabela 15 mostra que B.1.1 (oralizar sequência de números até dez, começando do número um) e B.1.2 (oralizar sequência de números até dez, começando de número aleatório),

conforme o esperado, parecem ser pré-requisitos menos complexos do que os demais propostos na sequência. Na análise destes pré-requisitos, observa-se que nenhum participante apresentou resultados discrepantes para validar a sequência hierárquica.

O pré-requisito B.2.1. (nomear sucessor) também pareceu ser necessário para o desempenho em B.2.2 (nomear antecessor), exceto para um dos participantes (P1), que atingiu o critério na tarefa de nomear antecessor, embora não o tivesse atingido na nomeação de sucessores. No entanto, uma análise mais detalhada do desempenho na tarefa de nomear sucessor realizada por P1 revelou que, com apenas um acerto a mais, o participante teria atingido o critério na tarefa.

Por fim, a Tabela 16 mostra os resultados do teste da sequência hierárquica dos pré-requisitos de C após o ensino do componente A.

Tabela 16. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente A (Habc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	C.1.1	4/4	3/4			4/4								4/4
	C.2.1	4/4	2/4			3/4								4/4
	C.2.2	4/4	0/4			3/4								4/4
	C.3.1	3/3	0/3			1/3								2/3
	C.3.2	2/3	1/3			3/3								3/3
	C.4.1	0/3	0/3			0/3								1/3
	C.4.2	1/3	0/3			0/3								0/3
C.1.1	C.1.1	+	+			+								+
	C.2.1	+	-			+								+
	C.2.2	+	-			+								+
	C.3.1	+	-			-								-
	C.3.2	-	-			+								+
	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-
C.2.1	C.2.1	+	-			+								+
	C.2.2	+	-			+								+
	C.3.1	+	-			-								-
	C.3.2	-	-			+								+
	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-
C.2.2	C.2.2	+	-			+								+
	C.3.1	+	-			-								-
	C.3.2	-	-			+								+
	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-
C.3.1	C.3.1	+	-			-								-
	C.3.2	-	-			+								+
	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-
C.3.2	C.3.2	-	-			+								+
	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-
C.4.1	C.4.1	-	-			-								-
	C.4.2	-	-			-								-

Os resultados da Tabela 16 mostram que a proposição da sequência, de acordo com o desempenho de metade dos participantes, parece adequada. Por outro lado, destacam-se os

desempenhos de P5 e P13 no pré-requisito C.3.1, no quinto bloco da tabela. Para estes participantes, o pré-requisito C.3.2, relacionado à subtração de itens de um conjunto com os itens à vista, se mostrou mais fácil do que o pré-requisito C.3.1, referente à adição de itens. Formula-se a hipótese de que essas crianças não realizavam as operações de adição ou de subtração, mas talvez adotassem a estratégia de contar as fichas que restavam. Isso pode ter resultado no melhor desempenho quando as fichas eram retiradas, devido ao fato de restarem menos fichas para serem contadas.

***Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente B (Hbc).***

Esta seção apresenta os resultados do desempenho de todos os participantes que precisaram passar pelo ensino do componente B (intraverbal de sequência numérica). São eles: P1, P2, P3, P8, P11, P12 e P13. Deve ser lembrado que P1, P2 e P13 necessitaram, antes, passar pelo ensino do componente A, e que P5 apesar de ter participado do ensino do componente A e B, não chegou a passar pelo teste da sequência hierárquica Hbc devido à sua ausência nas últimas semanas letivas.

A Tabela 17 apresenta os resultados da sequência Hbc para a análise da relação entre os componentes B e C após o ensino de B.

Tabela 17. Teste da Sequência Hierárquica Pós-Atividades de Ensino do Componente B (Hbc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	B	22/22	19/22	22/22					19/22			14/22	16/22	20/22
	C	24/24	21/24	22/24					18/24			17/24	14/24	22/24
Avaliação da sequência	B	+	+	+					+			-	-	+
	C	+	+	+					+			-	-	+

Conforme a Tabela 17, para todos os 7 participantes, atingir o critério de acertos no teste do componente B foi relacionado com desempenhar conforme o critério também no componente C (caso de P1, P2, P3, P8 e P13), assim como a ausência do desempenho de acordo com critério em B esteve relacionado com a ausência do desempenho conforme o critério em C (caso de P11 e

P12). Tais resultados indicam a adequação da sequência hierárquica proposta com crescente complexidade de B para C.

A Tabela 18 traz o número de acertos nos componentes B (diretamente ensinado) e C (não ensinado) antes e após o ensino do componente A, para cada um dos participantes, assim como a diferença de desempenho pós-atividades.

Tabela 18. Delta de Desempenho Pós-Atividades de Ensino do Componente B para a Sequência Hierárquica (Hbc)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
<b>Componente B</b>													
Inicial	15	5	16					6			5	9	2
Pós-Ensino	22	19	22					19			14	16	20
$\Delta$	7	14	6					13			9	7	18
<b>Componente C</b>													
Inicial	18	12	20					12			11	15	2
Pós-Ensino	24	21	22					18			17	14	22
$\Delta$	6	9	2					6			6	(1)	20

Os resultados mostram que seis dos sete participantes apresentaram aumento no número de acertos tanto no componente B quanto no C após o ensino do componente B. Apenas o participante P12 teve um acerto a menos no componente C na Hbc em relação ao que havia apresentado em Hi.

Isso significa que seis dos sete participantes obtiveram aumento no número de acertos no componente C mesmo sem terem passado pelo ensino direto deste. Alguns participantes apresentaram uma melhora modesta, como P3 (de 20 para 22). Outros tiveram uma melhora substancial, como P2 (de 12 para 21) e P13 (de dois para 22). P12 apresentou números de acertos bastante próximos em Hi e Hbc (15 e 14, respectivamente).

Mais uma vez, considera-se que o ensino de pré-requisitos de B possa ter influenciado a melhora do desempenho no componente C para a maioria dos participantes, produzindo desempenho emergente em algumas tarefas. A questão que novamente se levanta é se há pré-requisitos específicos para B mais diretamente relacionados à produção da melhora do

desempenho em C. Além disso, questiona-se se tal melhora pode ser atribuída a fatores extrapesquisa, como a situação formal de ensino. Outro aspecto a ser destacado é que os participantes P1, P2 e P13 haviam passado anteriormente pelo ensino do componente A e, portanto, não se pode desconsiderar um efeito da história de ensino sobre o desempenho daqueles que aumentaram o número de acertos.

A Tabela 19 apresenta os resultados de P1, P2, P3, P8, P11, P12 e P13 em todos os pré-requisitos de B para o teste da sequência Hbc.

Tabela 19. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente B Pós-Atividades de Ensino do Componente B (Hbc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por	B.1.1	2/2	2/2	2/2					2/2			2/2	2/2	2/2
	B.1.2	4/4	4/4	4/4					3/4			4/4	2/4	3/4
número de tentativas	B.2.1	8/8	8/8	8/8					6/8			1/8	7/8	7/8
	B.2.2	8/8	5/8	8/8					8/8			7/8	5/8	8/8
B.1.1	B.1.1	+	+	+					+			+	+	+
	B.1.2	+	+	+					+			+	-	+
	B.2.1	+	+	+					+			-	+	+
	B.2.2	+	-	+					+			+	-	+
B.1.2	B.1.2	+	+	+					+			+	-	+
	B.2.1	+	+	+					+			-	+	+
	B.2.2	+	-	+					+			+	-	+
B.2.1	B.2.1	+	+	+					+			-	+	+
	B.2.2	+	-	+					+			+	-	+

A sequência hierárquica proposta mostrou-se adequada para quase todos os participantes, exceto para P11 e P12, nos pré-requisitos B.2.1 (nomear sucessor) e B.2.2 (nomear antecessor), respectivamente. O participante P11 nomeou sucessores mesmo sem desempenhar de acordo com o critério de acertos na atividade de oralizar sequência de números até dez, começando de número aleatório, supostamente mais simples. O participante P12, por sua vez, nomeou antecessores mesmo sem ter atingido o critério de acertos na atividade de nomear sucessores, suposta como mais fácil. No entanto, estes dois casos foram exceções. Para todos os outros cinco participantes, o desempenho em pré-requisitos analisados como sendo mais simples do que os demais se mostrou relacionado com o desempenho em pré-requisitos mais complexos.

A Tabela 20 traz os resultados referentes ao teste da sequência hierárquica do componente C após as atividades de ensino do componente B (Hbc).

Tabela 20. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente B (Hbc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	C.1.1	4/4	4/4	4/4					4/4			4/4	3/4	4/4
	C.2.1	4/4	4/4	4/4					3/4			2/4	4/4	4/4
	C.2.2	4/4	4/4	3/4					4/4			4/4	2/4	4/4
	C.3.1	3/3	2/3	3/3					3/3			3/3	1/3	3/3
	C.3.2	3/3	3/3	3/3					3/3			3/3	3/3	3/3
	C.4.1	3/3	2/3	3/3					0/3			1/3	1/3	2/3
	C.4.2	3/3	2/3	2/3					1/3			0/3	0/3	2/3
C.1.1	C.1.1	+	+	+					+			+	+	+
	C.2.1	+	+	+					+			-	+	+
	C.2.2	+	+	+					+			+	-	+
	C.3.1	+	-	+					+			+	-	+
	C.3.2	+	+	+					+			+	+	+
	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-
C.2.1	C.2.1	+	+	+					+			-	+	+
	C.2.2	+	+	+					+			+	-	+
	C.3.1	+	-	+					+			+	-	+
	C.3.2	+	+	+					+			+	+	+
	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-
C.2.2	C.2.2	+	+	+					+			+	-	+
	C.3.1	+	-	+					+			+	-	+
	C.3.2	+	+	+					+			+	+	+
	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-
C.3.1	C.3.1	+	-	+					+			+	-	+
	C.3.2	+	+	+					+			+	+	+
	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-
C.3.2	C.3.2	+	+	+					+			+	+	+
	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-
C.4.1	C.4.1	+	-	+					-			-	-	-
	C.4.2	+	-	-					-			-	-	-

Os resultados apresentados na Tabela 20 mostram que, após o ensino do componente B, a sequência hierárquica proposta para os pré-requisitos de C foi adequada para a maioria dos participantes. As exceções foram:

- o desempenho do participante P11, que atingiu o critério de acertos em pré-requisitos mais complexos do que C.2.1 (produzir conjunto com dedos) sem ter atingido o critério neste pré-requisito;
- o desempenho de P12, que atingiu o critério de acertos em pré-requisitos mais complexos do que C.2.2 (produzir conjunto com objetos concretos) e C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) sem, no entanto, ter desempenhado conforme o critério de acertos nestes dois pré-requisitos; e

- o desempenho de P2, que atingiu o critério de acertos em C.3.2 mesmo não tendo atingido o critério em C.3.1, suposto ser mais simples.

Por último, ainda vale destacar que o participante P1, após o ensino dos comportamentos pré-requisitos do componente B, atingiu o critério de acertos em todos os comportamentos pré-requisitos do componente C.

***Teste intermediário da sequência hierárquica pós-ensino do componente C (Hc).***

Todos os participantes passaram pelo ensino do componente C e pelo teste da sequência hierárquica Hc após este ensino, com exceção de P7, que realizou somente a Hi, e de P5, que realizou apenas os testes da sequência hierárquica Hi e Habc.

A Tabela 21 mostra o número de acertos por tentativas nas atividades da sequência hierárquica proposta após as atividades de ensino do componente C.

Tabela 21. Teste da Sequência Hierárquica Pós-Atividades de Ensino do Componente C (Hc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	C	19/24	24/24	23/24	24/24		21/24		21/24	24/24	23/24	21/24	23/24	21/24
Avaliação da sequência	C	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+

Já a Tabela 22 apresenta as diferenças de desempenho pós-atividades de ensino em relação aos resultados de Hi.

Tabela 22. Delta de Desempenho Pós-Atividades de Ensino do Componente C para a Sequência Hierárquica (Hc)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
<b>Componente C</b>													
Inicial	18	12	20	16		12		12	19	15	11	15	2
Pós-Ensino	19	24	23	24		21		21	24	23	21	23	21
$\Delta$	1	12	3	8		9		9	5	8	10	8	19

Observa-se que, após o ensino do componente C, todos os participantes aumentaram o número de acertos nas tentativas em relação a Hi. Os participantes que apresentaram um aumento

mais substancial no teste após o ensino foram, novamente, P13 (de dois para 21) e P2 (de 12 para 24), que já haviam tido um aumento considerável no número de acertos em Hbc. O participante P1, por sua vez, praticamente manteve o número de acertos, passando de 18 em Hi para 19 no teste após o ensino.

A Tabela 23 traz os resultados referentes ao teste da sequência hierárquica do componente C após as atividades de ensino do componente C.

Tabela 23. Análise dos Pré-requisitos da Sequência Hierárquica Componente C Pós-Atividades de Ensino do Componente C (Hc)

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Número de acertos por número de tentativas	C.1.1	4/4	4/4	4/4	4/4		4/4		4/4	4/4	4/4	4/4	4/4	4/4
	C.2.1	4/4	4/4	4/4	4/4		4/4		4/4	4/4	4/4	4/4	4/4	2/4
	C.2.2	4/4	4/4	4/4	4/4		4/4		4/4	4/4	4/4	4/4	4/4	4/4
	C.3.1	3/3	3/3	3/3	3/3		2/3		3/3	3/3	3/3	3/3	3/3	3/3
	C.3.2	2/3	3/3	3/3	3/3		1/3		3/3	3/3	3/3	3/3	3/3	3/3
	C.4.1	0/3	3/3	3/3	3/3		3/3		2/3	3/3	2/3	3/3	2/3	2/3
	C.4.2	2/3	3/3	2/3	3/3		3/3		1/3	3/3	3/3	0/3	3/3	3/3
C.1.1	C.1.1	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+
	C.2.1	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	-
	C.2.2	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+
	C.3.1	+	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.3.2	-	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+
	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	-	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+
C.2.1	C.2.1	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	-
	C.2.2	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+
	C.3.1	+	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.3.2	-	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	-	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+
C.2.2	C.2.2	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+
	C.3.1	+	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.3.2	-	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	+	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+
C.3.1	C.3.1	+	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.3.2	-	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	+	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+
C.3.2	C.3.2	-	+	+	+		-		+	+	+	+	+	+
	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	+	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+
C.4.1	C.4.1	-	+	+	+		+		-	+	-	+	-	-
	C.4.2	-	+	-	+		+		-	+	+	-	+	+

A Tabela 23 demonstra que o desempenho dos participantes no teste da sequência hierárquica após o ensino do componente C (Hc), de modo geral, mostrou-se congruente com o esperado pela sequência hierárquica proposta na maioria dos pré-requisitos. O desempenho em um pré-requisito mais complexo quando o mais simples não havia sido desempenhado em conformidade com o critério ocorreu somente para:

- P6, quando C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) e C.3.2 (responder quantos objetos há em um grupo após a retirada de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) foram tomados como referência;
- P10 e P12, quando C.4.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] com atraso) foi o componente mais simples tomado como referência; e
- P13, na análise de C.2.1 (produzir conjunto com dedos) e C.4.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] com atraso) em relação aos demais pré-requisitos mais complexos.

#### **Comparação do desempenhos nos componentes A, B e C nos testes da sequência hierárquica.**

A Tabela 24 condensou dados do desempenho dos participantes nos testes da sequência hierárquica, nos quatro momentos: Hi, Habc, Hbc e Hc. Esses dados foram previamente apresentados de maneira isolada nas Tabelas 6, 12 e 17 e 21 e serviram para averiguar a proposição da sequência hierárquica da presente pesquisa. Nessas tabelas os registros de aprovação (+) significavam que o participante apresentou mais de 75% de acertos em um componente no teste e os registros de reprovação (-) indicavam que o participante não atingiu o critério estabelecido.

Tabela 24. Desempenho dos Participantes nos Componentes A, B e C nos Testes da Sequência Hierárquica Hi, Habc, Hbc e Hc.

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Hi	A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
	B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
	C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
Habc	A	+	+			+								+
	B	+	-			-								-
	C	+	-			-								+
Hbc	B	+	+	+					+			-	-	+
	C	+	+	+					+			-	-	+
Hc	C	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+

Como já mencionado, as células destacadas nas tabelas sinalizam situações de possível refutação da sequência hierárquica proposta. Como pode ser observado na Tabela 24, apenas para os participantes P1, P3 em Hi e para P13 em Habc, um componente não esteve de acordo com a sequência hierárquica proposta, uma vez que os participantes atingiram o critério de acertos do componente C sem terem desempenhado de acordo com o critério no componente B.

Os resultados mostrados na Tabela 24 corroboram a proposta da sequência hierárquica da presente pesquisa em especial para a relação de complexidade entre os comportamentos componentes A e B. A relação de complexidade entre os comportamentos componentes B e C deve ser investigada em dois âmbitos: 1. adequação das atividades propostas para as atividades B e C e 2. necessidade de reordenação dos componentes. Estas análises serão abordadas na sessão de discussão, adiante.

#### **Comparação do desempenho nos componentes A, B e C pós-atividades de ensino.**

A Tabela 25 apresenta o desempenho dos participantes nas atividades propostas na sequência hierárquica, nos quatro momentos de testes: Hi, Habc, Hbc e Hc. Esses dados foram

previamente apresentados nas Tabelas 13, 18 e 22 e serviram para a análise tanto da variação no número de acertos nas atividades dos componentes recém-ensinados quanto da variação no número de acertos não ensinados. Vale ainda lembrar que o ensino do componente A ocorreu antes de Habc; o ensino do componente B, antes de Hbc; e o ensino do componente C, antes de Hc.

Na tabela que se segue, foram destacadas com número branco em fundo cinza as ocasiões em que houve menor número de acertos nas atividades dos componentes A, B e C em relação à ocasião do teste da sequência hierárquica anterior. Dito de outra forma, a Tabela 25 destaca ocasiões em que o número de acertos em atividades de determinado componente decresceu após uma atividade de ensino. As células com numerais e sem preenchimento de cor, por sua vez, indicam que houve aumento no número de acertos nas atividades para aquele componente no teste da sequência hierárquica indicado. As células sem preenchimento indicam que os participantes não passaram pelo teste da sequência hierárquica indicado no bloco.

Tabela 25. Desempenho nas atividades propostas para os componentes A, B e C nos testes Hi, Habc, Hbc e Hc

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Hi	A	20	13	22	21	20	22	13	21	25	21	25	22	10
	B	15	5	16	19	2	22	9	6	18	21	5	9	2
	C	18	12	20	16	12	12	0	12	19	15	11	15	2
Habc	A	21	22			22								20
	B	17	6			11								13
	C	18	6			14								18
Hbc	B	22	19	22					19			14	16	20
	C	24	21	22					18			17	14	22
Hc	C	19	24	23	24		21		21	24	23	21	23	21

Em uma visão geral, a Tabela 25 chama a atenção para o efeito positivo do ensino sobre o número de acertos nas atividades propostas para os componentes da sequência hierárquica.

Em apenas três ocasiões, participantes apresentaram alguma queda de desempenho nas atividades propostas no teste da sequência hierárquica. De maneira mais cautelosa, observamos

que duas das três células destacadas em fundo cinza representam componentes que não haviam sido ensinados diretamente na ocasião do teste. São os casos de P2, que apresentou queda (de 12 para 6) no componente C após o ensino do componente A, e de P12, que apresentou queda (de 15 para 14), também no componente C, após o ensino do componente B. A queda de desempenho nas atividades de um componente após o ensino deste pode ser observada apenas em P1, na ocasião do teste da sequência hierárquica Hc. Nessa ocasião, observa-se redução de cinco acertos em relação ao teste anterior Hbc (de 24 para 19).

É interessante notar que todas as quedas em relação ao número de acertos foram registradas nas atividades do componente C. Duas hipóteses podem ser aventadas aqui: a necessidade da prática para que se atinja a proficiência (Fuson, 1988) e a necessidade de reavaliação das atividades e dos comportamentos pré-requisitos propostos no componente C.

Também é interessante perceber que há melhora de desempenho tanto nos componentes diretamente ensinados quanto nos não ensinados. A esses dados é importante somar a informação de que é possível que haja efeito cumulativo de ensinamentos anteriores (*learning set*; cf. Harlow, 1949), o que deverá ser revisto para pesquisas posteriores - esse tópico será abordado na discussão.

De qualquer maneira, conclui-se, pelos dados apresentados, que o ensino de determinados componentes promove a melhora no desempenho de outros componentes, produzindo desempenho emergente em algumas tarefas. Com base nesse resultado, é importante ainda questionar quais são os comportamentos pré-requisitos em cada componente cujo ensino pode ser primordial para a emergência de um desempenho sem ensino direto nos demais componentes.

#### **Comparação do número de discrepâncias observadas nas análises dos comportamentos pré-requisitos nos testes da sequência hierárquica.**

A sequência hierárquica previa que um determinado comportamento não deveria ser emitido se o desempenho em seu pré-requisito não tivesse sido adequado/correto. Ao mesmo tempo, o desempenho correto de um comportamento em um dado nível implicaria necessariamente o desempenho do seu comportamento pré-requisito. Qualquer variação nessas previsões foi aqui considerada uma discrepância.

A Tabela 26 é uma síntese das Tabelas 7, 8, 9, 14, 15, 16, 19, 20 e 23 e apresenta de maneira condensada os dados dos quatro momentos de teste da sequência hierárquica. Os dados são apresentados em colunas por participante nas quatro ocasiões de teste da sequência

hierárquica proposta: teste inicial (Hi) e testes intermediários - realizados após o ensino dos componentes A (Habc), B (Hbc) e C (Hc). Assim como nas tabelas anteriores, a primeira coluna vertical à esquerda faz referência ao pré-requisito que será analisado, podendo ser observados blocos para análise. Na coluna seguinte, esse pré-requisito é tomado como referência para a análise da relação de complexidade dos pré-requisitos dispostos logo abaixo. Dessa maneira, no bloco A.1.1 é analisada a relação de complexidade desse pré requisito com os demais: A.2.1; A.2.2; A.3.1 e A.3.2. As células com letras claras e preenchimento escuro destacam as discrepâncias: células com símbolo (+) que sucedam uma célula com símbolo (-) para aquele pré-requisito (bloco) em análise.

Na última linha da Tabela 26 foi realizada uma contagem simples do número de pré-requisitos discrepantes para determinado participante na ocasião de um teste da sequência hierárquica. É importante notar que a soma foi realizada em relação ao número de pré-requisitos que se mostraram inadequados, sendo assim contabilizados apenas os blocos que apresentaram discrepâncias. Dessa maneira, tanto um bloco com três discrepâncias foi considerado “um”, como um bloco com apenas uma discrepância, também foi considerado “um”.

Tabela 26. Comparação dos comportamentos pré-requisitos discrepantes para os comportamentos componentes A, B e C nos testes da sequência hierárquica

		P1				P2				P3				P4				P5				P6				P7				P8				P9				P10				P11				P12				P13				Número de discrepâncias relacionadas a um pré-requisito
		Hi	Habc	Hbc	Hc	Hi	Habc	Hbc	Hc	Hi	Habc	Hbc	Hc																																									
A.1.1	A.1.1	+	+			-	+			+				-				+	+			-				-				+				+				+				+				-				-				7/17
	A.2.1	-	+			+	+			+				+				+				+				+				+				+				+				+				-				3/17				
	A.2.2	-	-			-	+			+				+				+				+				+				+				+				+				+				-					3/17			
	A.3.1	+	+			-	-			-				-				-				-				-				-				-				-				-				-						2/17		
	A.3.2	+	+			-	+			-				-				-				-				-				-				-				-				-				-								
B.1.1	B.1.1	+	+	+		+	+	+		+				+				+				+				+				+				+				+				+				+				+				0/24
	B.1.2	-	+	+		-	+	+		-				-				-				-				-				-				-				-				-				-				4/24				
	B.2.1	+	+	+		-	+	+		-				-				-				-				-				-				-				-				-				-					2/24			
	B.2.2	-	+	+		-	+	+		-				-				-				-				-				-				-				-				-				-								
C.1.1	C.1.1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1/34				
	C.2.1	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		6/34			
	C.2.2	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			3/34		
	C.3.1	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				9/34	
	C.3.2	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	1/34								
C.4.1	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	3/34									
C.4.2	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+		-	-	+	+					
<b>Número de pré-requisitos discrepantes</b>		<b>3</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>											

A última coluna da Tabela 26 apresenta o número de ocasiões em que houve discrepâncias em relação à hipótese da sequência hierárquica proposta. Esse número é apresentado em fração, sendo o denominador o número de ocasiões de teste para aquele pré-requisito e o numerador o número de ocasiões em que aquele pré-requisito em destaque foi refutado. Novamente, o fato dele ter sido refutado independe do número de pré-requisitos que o refutaram.

Destaca-se, da Tabela 26, que, após as atividades de ensino, os resultados de desempenho dos participantes se alteraram nos diferentes testes da sequência hierárquica, seja para uma aproximação (menos discrepâncias) ou para um distanciamento (mais discrepâncias) da sequência hierárquica proposta.

Nota-se que, no total, os números de discrepâncias que demonstram aproximação foram maiores e mais consistentes dos que as que demonstraram distanciamento. Apenas P6 e P12 tiveram aumento no número de discrepâncias nos testes da hierarquia que se sucederam (P6 - de 1 em Hi para 2 em Hc; e P12 - de 2 em Hi para 3 em Hbc). Ainda Assim, P12 possui queda no número de discrepâncias em Hc (1).

As discrepâncias, de aproximação ou distanciamento, ocorreram especialmente devido aos participantes apresentarem um aumento do número de acertos, após o ensino, nos comportamentos pré-requisitos para os quais eles não haviam atingido o critério de acertos no teste inicial (Hi). Muitas vezes, depois do ensino, os participantes passaram a atingir o critério de acertos no teste dos componentes considerados mais complexos, embora não atingissem o critério de acertos no teste dos componentes considerados mais simples. Outras vezes, os participantes passaram a desempenhar de acordo com o critério de acertos em ambos os casos.

A Tabela 26 também evidencia quais os pré-requisitos que mais foram discrepantes à sequência hierárquica proposta. No componente A, destaca-se A.1.1 com 7 discrepâncias em 17 ocasiões de teste (23,6%) e no componente C destaca-se C.3.2 com 9 discrepâncias em 34 ocasiões (26,5%). A análise da adequação desses pré-requisitos será feita adiante na discussão.

### Comparação pré e pós-teste da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética.

Nas Figuras 7 e 8, é possível ver as diferenças nos resultados dos participantes na avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética antes e depois dos testes da sequência hierárquica (Hi; Habc; Hbc; Hc) e do ensino dos comportamentos componentes A, B e C.

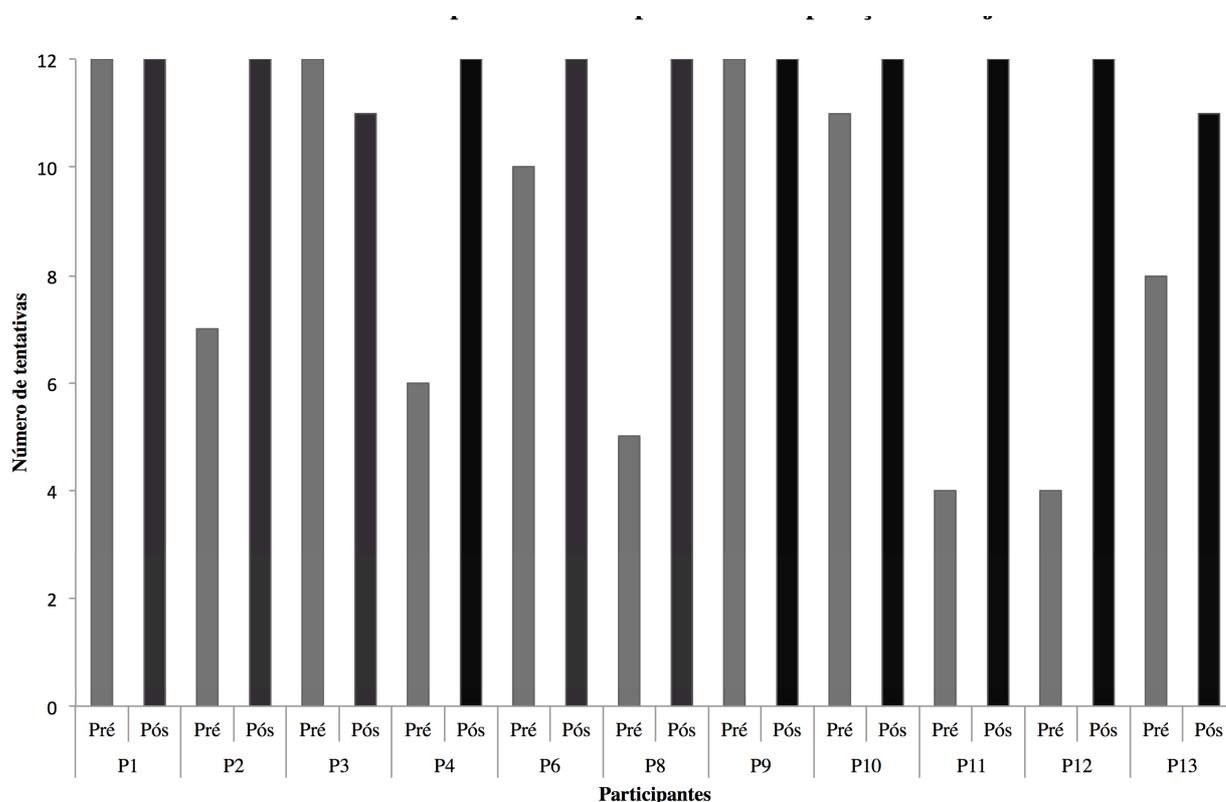


Figura 7. Acertos nas Questões de Comparação de Conjuntos.

A Figura 7 apresenta, para cada um dos participantes que realizaram a pesquisa até o final, os resultados do pré e do pós-teste nas 12 questões de comparação de conjuntos da avaliação inicial (Apêndice V). Dos 11 participantes (foram excluídos P7, e P5 que não realizaram a pesquisa até o final e por isso teriam apenas dados de pré-testagem), oito tiveram um aumento considerável no número de acertos. Estes participantes haviam acertado de quatro a dez questões no pré-teste, sendo que no pós-teste acertaram todas as 12 questões. Os participantes P1 e P9 já

haviam acertado todas as doze questões no pré-teste e mantiveram esse desempenho no pós-teste. Somente P3 apresentou redução no número de acertos. No entanto, esta não foi uma redução significativa, uma vez que no pré-teste o participante havia acertado todas as questões e no pós-teste errou apenas uma.

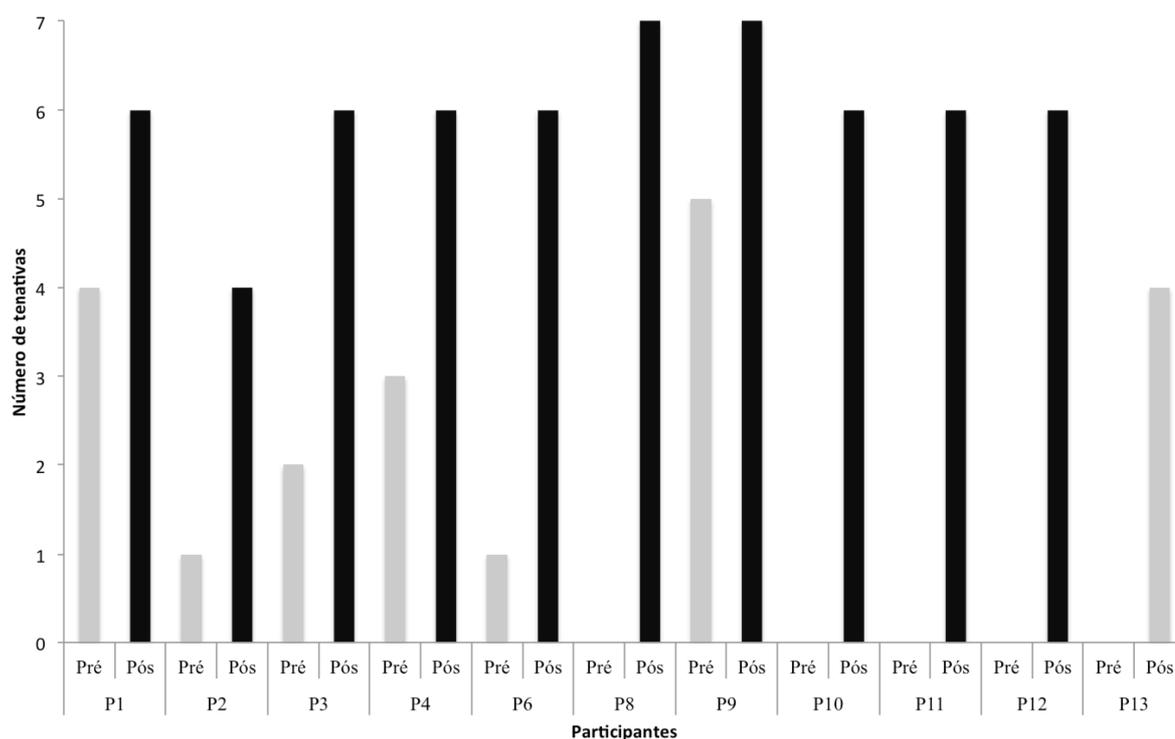


Figura 8: Acertos nas Questões de Situações-Problema Envolvendo Aritmética.

A Figura 8 apresenta, para cada um dos participantes que realizaram a pesquisa até o final, os resultados do pré e do pós-teste nas sete questões para resolução de situações-problema envolvendo aritmética. Nota-se que todos os participantes tiveram um aumento considerável no número de acertos do pré para o pós-teste. Destacam-se os participantes P8, P10, P11, P12 e P13, que não haviam apresentado acertos no pré-teste e tiveram de seis a sete acertos no pós-teste, sendo sete o número máximo de acertos.

As Figuras 7 e 8 mostram que o ensino de contagem produziu efeito no desempenho dos participantes na avaliação de comparação de conjuntos e resolução de situações-problema

envolvendo aritmética, visto que a grande maioria aumentou o número de acertos nas questões. Este resultado é relevante na medida em que indica que o estabelecimento do comportamento de contagem é necessário para a aprendizagem de outros comportamentos supostamente mais complexos, como comparação de conjuntos e resolução de situações-problema. O dado corrobora as pesquisas de outros autores, como, por exemplo, Aubrey et al. (2006), Baroody e Coslick (1998) e Jordan et al. (2009).

### **Suma dos Resultados**

Em suma, os resultados desta pesquisa mostraram que:

- No teste inicial para avaliação da adequação sequência hierárquica proposta (Hi), o componente A (correspondência termo a termo) foi aquele para o qual mais participantes apresentaram resultados discrepantes com a hipótese de ordenação dos pré-requisitos.
- Ainda em Hi, os comportamentos pré-requisitos que pareceram mais inadequados à proposição hierárquica (considerando aproximadamente 1/3 dos participantes ou mais) foram A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens), C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) e C.2.1 (produzir conjuntos com dedos). Quanto aos demais comportamentos pré-requisitos, os resultados foram ao encontro da sequência hierárquica proposta, uma vez que mais de 2/3 dos participantes apresentaram resultados que corroboraram com a ordenação hierárquica proposta para os comportamentos pré-requisitos.
- Três participantes (P7, P8 e P13), apresentaram resultados negativos no teste de todos os pré-requisitos do componente C no teste da sequência hierárquica inicial (Hi). Para estes participantes, então, foi apenas possível avaliar que houve ausência de todos esses comportamentos, mas não foi possível estudar nessa ocasião de teste (Hi) a relação entre os pré-requisitos deste componente. A Tabela 23, que traz o teste da sequência hierárquica (Hc) do componente C após o ensino de seus pré-requisitos, mostra que tanto P8 quanto P13 apresentaram desempenho conforme o critério de acertos em muitos dos pré-requisitos, indicando a efetividade do ensino. No teste da sequência hierárquica final (Hc), os resultados de P8 foram consonantes com a hipótese de ordenação dos pré-requisitos do

componente C, e os de P13 corroboram a hipótese para a maioria dos comportamentos pré-requisitos, exceto para C.2.1 (produzir conjunto com dedos) e para C.4.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] com atraso).

- A Tabela 24 dá força à hipótese de ordenação dos componentes da sequência hierárquica proposta em especial para a relação de complexidade entre os comportamentos componentes A e B
- A Tabela 25, que condensou os dados apresentados nas Tabelas 13, 18 e 22, mostrou que o desempenho dos participantes melhorou nos testes das sequências hierárquicas pós-ensino (Habc, Hbc e Hc) em todos os componentes. Houve melhora no desempenho tanto dos componentes diretamente ensinados quanto dos componentes não ensinados, indicando a emergência de alguns comportamentos mais complexos após o ensino de comportamentos mais simples.
- A Tabela 26 reúne os dados das Tabelas 7, 8, 9, 14, 15, 16, 19, 20 e 23 demonstrando que o número de discrepâncias que demonstram aproximação foram maiores e mais consistentes dos que as que demonstraram distanciamento da hipótese da sequência hierárquica. A Tabela 26 também evidenciou quais os pré-requisitos que mais foram mais discrepantes à sequência hierárquica proposta levando em consideração todos os testes: A.1.1 com 7 discrepâncias em 17 ocasiões de teste e C.3.2 com 9 discrepâncias em 34 ocasiões.
- Por fim, os resultados da avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e resolução de situações-problema envolvendo aritmética, utilizada como medida de pré e pós testagem, mostraram que oito dos 11 participantes aumentaram o número de acertos nas questões acerca de comparação de conjuntos e que todos os 11 participantes tiveram um aumento no número de acertos nas questões com situações-problema, indicando um possível efeito do ensino dos pré-requisitos de contagem em comportamentos matemáticos mais complexos.

## Discussão

Os objetivos da presente pesquisa envolveram a proposição e a avaliação de uma sequência hierárquica de aprendizagem para o comportamento de contagem. Para isso, foram realizados dois estudos, cujos resultados serão discutidos a seguir, a partir da abordagem dos seguintes tópicos:

- Análise da proposição dos componentes e de sua ordenação: discussão da proposição dos componentes A (correspondência termo a termo), B (intraverbal de sequência numérica) e C (cardinalidade) como componentes do comportamento de contagem, e da ordenação de complexidade entre eles.
- Análise da proposição hierárquica dos comportamentos pré-requisitos para os componentes A, B e C: discussão dos comportamentos pré-requisitos propostos e da ordem de complexidade sugerida.
- Análise do efeito do ensino sobre os resultados dos testes da sequência hierárquica: comparação dos resultados obtidos nos testes intermediários da sequência hierárquica realizados após o ensino dos componentes A (correspondência termo a termo) (H<sub>abc</sub>), B (intraverbal de sequência numérica) (H<sub>bc</sub>) e C (cardinalidade) (H<sub>c</sub>). Discussão do efeito do ensino de um componente sobre o desempenho nos demais componentes, ainda que estes não tivessem sido diretamente ensinados.
- Importância e limitações de estudos sobre sequências hierárquicas de aprendizagem: discussão da relevância de estudos que identifiquem trajetórias ou sequências de aprendizagem, das limitações inerentes a este tipo de estudo e das limitações do presente estudo, assim como sugestões para próximas pesquisas sobre o tema.
- Implicações para a prática: apresentação das implicações deste tipo de pesquisa para aplicações práticas e discussão da importância do delineamento de sequências hierárquicas de aprendizagem para currículos educacionais.

### **Sobre a Proposição dos Comportamentos Componentes**

Com relação à relevância dos componentes propostos para integrar a sequência hierárquica, observou-se que, na literatura pesquisada no Estudo 1, diversos autores explicitaram a relevância dos comportamentos correspondência termo a termo, intraverbal de sequência numérica e da cardinalidade como comportamentos componentes da contagem. A relação desses componentes com a contagem é bastante consistente com os resultados do Estudo 2, em concordância com a literatura consultada (vide Tabela 2). Ao que parece, crianças que apresentam os comportamentos componentes propostos poderão contar apropriadamente e fazer uso da contagem como ferramenta para responder a questões sobre quantidade. No que diz respeito à subitização, descrita em diversas pesquisas como pré-requisito para comportamentos matemáticos posteriores, na presente pesquisa a sua comprovação como pré-requisito do comportamento de contagem não pôde ser esclarecida, uma vez que a maioria das crianças (11 de 13) já apresentava este comportamento no teste inicial da sequência hierárquica.

Cabe destacar que os achados de Fuson (1988), já discutidos na seção “Contagem” (p. 13), a fizeram defender que a contagem e a cardinalidade são comportamentos, em um primeiro momento, distintos. Isso porque é possível que a criança fique sob controle da última palavra da sequência intraverbal em uma contagem, mas não a relacione com o total de itens contados. É evidente, entretanto, que responder sob controle da última palavra da sequência intraverbal é um importante passo que a criança deve dar para contar corretamente. Na presente pesquisa, tomou-se o cuidado de propor atividades que pudessem confirmar a cardinalidade: as crianças não foram solicitadas somente a dizer a quantidade de um conjunto, mas também a formar conjuntos (C.2.1 e C.2.2).

Embora Fuson (1988) considere bastante difícil identificar quando a criança passa a emitir o comportamento de cardinalidade (responder sob controle da quantidade), e não apenas a responder de modo ecóico sob controle da última palavra da sequência intraverbal, os resultados da avaliação pós-teste de resolução de situações-problema envolvendo aritmética realizada ao fim do Estudo 2 fornecem indícios de que as crianças da presente pesquisa passaram, de fato, a contar corretamente. Na avaliação de desempenho em comparação de conjuntos e em resolução de situações-problema envolvendo aritmética, todas as crianças apresentaram um aumento

considerável no número de acertos, exceto aquelas que já haviam acertado todas as questões e mantiveram o desempenho no pós-teste.

A despeito da evidência da importância dos três componentes de contagem nesta pesquisa e em pesquisas anteriores, ainda resta a discussão sobre a ordenação destes em nível de complexidade nos testes da sequência hierárquica. A ordenação dos componentes se mostra relevante, uma vez que os conceitos desenvolvidos por Gagné (1962) indicavam a importância em se estabelecer sequências que condissessem com a sequência de aquisição desses comportamentos por parte da criança.

A Tabela 24 apresentou dados que corroboraram com a proposição da ordem dos componentes da sequência hierárquica da presente pesquisa, demonstrando apenas 3 ocasiões de refutação da hipótese, sendo as três relacionadas ao componente C. Entretanto, deve-se ressaltar que pesquisas anteriores obtiveram resultados diferentes quanto à relação de complexidade entre tais componentes, indicando que a ordem de complexidade pode variar em função do tamanho dos conjuntos, da disposição dos conjuntos, das palavras numéricas utilizadas e da idade das crianças. (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978).

Na presente pesquisa, a sequência hierárquica proposta tinha como componente mais simples, ou o primeiro em relação à ordem de aquisição, a correspondência termo a termo. Este foi seguido pelo componente intraverbal de sequência numérica que, por sua vez, foi precedido pelo componente cardinalidade. Os dados do teste inicial da sequência hierárquica foram utilizados para a análise da ordenação dos componentes proposta.

A seguir, na Tabela 27, são apresentados os resultados do teste inicial da sequência hierárquica (Hi), variando a ordem dos componentes, embora a aplicação sempre tenha ocorrido na ordem estabelecida A-B-C.

**Tabela 27. Análise da Ordenação dos Componentes da Sequência Hierárquica Proposta**

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
C	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	-	-
A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-
A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
C	+	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-
A	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-
B	-	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-	-

Uma sequência hierárquica prevê que um determinado comportamento não seja emitido se, um comportamento mais simples não tiver sido desempenhado. Qualquer variação nessas previsões é considerada uma discrepância. Para destacar as discrepâncias que demonstravam inadequação da ordenação proposta utilizou-se novamente a notação de símbolos brancos em fundo cinza nas células. Os cinco blocos trazem os dados das possíveis ordenações, a saber: A-B-C; B-C-A; B-A-C; C-B-A; e C-A-B.

Nota-se que a sequência A-B-C foi, de fato, a que gerou menos discrepâncias relativas à hipótese de ordenação do componente mais simples para o mais complexo (apenas duas, para os participantes P1 e P3). As demais ordenações dos componentes produziram de oito (B-A-C) a 12 (C-B-A) discrepâncias. Essa análise corrobora a ordem dos componentes proposta pela sequência hierárquica elaborada no Estudo 1.

Apesar da evidência de que a sequência A-B-C pode representar uma melhor ordenação dos componentes de contagem em grau de complexidade, não se pode fazer afirmações sobre a dependência da aquisição de um componente para a posterior aquisição de outro. Dito de outra forma, não se pode afirmar que B depende de A para ser atingido nem que C depende de B e de A. O principal exemplo é observado nos dados dos participantes P1 e P3, que apresentaram o componente C, mesmo sem terem atingido o critério no componente A.

Em suma, ao que tudo indica, todos os comportamentos componentes descritos são de fato relevantes para um bom desempenho em relação ao comportamento de contagem. A ordem temporal de aquisição proposta na sequência hierárquica do Estudo 1 também parece relevante. O que não se estabelece, contudo, é a necessidade de aquisição de um desses componentes para a subsequente aquisição de outro. Vale destacar, entretanto, ser possível que, sem que todos os componentes sejam contemplados no ensino, a criança avance com lacunas de aprendizagem. Também é possível levantar a hipótese de que a ausência dos comportamentos componentes e de seus pré-requisitos expostos na sequência possa dificultar a formação do conceito de número e a generalização do comportamento de contagem para diferentes ambientes.

### **Sobre a Proposição dos Comportamentos Pré-requisitos dos Componentes A, B e C**

Na análise dos comportamentos pré-requisitos propostos para cada um dos componentes, observou-se que, para a maior parte dos participantes, a relação de complexidade proposta entre os mesmos mostrou-se apropriada, embora não verdadeira para todos os comportamentos pré-requisitos.

A análise de complexidade dos pré-requisitos em cada um dos componentes A, B e C pareceu demonstrar que os comportamentos pré-requisitos propostos para a correspondência termo a termo (A) foram os mais distantes de uma escala de Guttman perfeita, o que sugeriria a necessidade de reordenação dos pré-requisitos do componente A. No entanto, uma observação mais cuidadosa indica, por exemplo, que três participantes apresentaram resultados abaixo do critério de acertos para todos os pré-requisitos de C (cardinalidade), impossibilitando, assim, a análise da adequação da ordenação dos pré-requisitos para esse componente.

Destacam-se três comportamentos pré-requisitos cuja ordenação mostrou-se menos adequada (para 1/3 dos participantes ou mais) no teste inicial da sequência hierárquica (Hi), sendo dois deles também evidenciados ao se condensar os dados dos quatro testes da sequência hierárquica na Tabela 26. Os comportamentos pré-requisitos cuja ordenação mostrou-se menos adequada foram:

- A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens), apresentando discrepância referente à hipótese para seis dos 13 participantes em Hi e 7 discrepâncias em 17 ocasiões de testagem;

- C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]), no qual cinco dos 13 participantes não atingiram o critério, mesmo tendo atingido o critério de acertos em comportamentos pré-requisitos subsequentes e 9 discrepâncias em 34 ocasiões de testagem; e
- C.2.1 (produzir conjunto com dedos), no qual quatro dos 13 participantes demonstraram mais dificuldade em relação aos componentes supostamente mais complexos.

Duas hipóteses são levantadas quanto à maior dificuldade relativa ao comportamento pré-requisito A.1.1 (retirar, um a um, objetos em disposição aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens) em comparação aos comportamentos pré-requisitos supostamente mais complexos. Em primeiro lugar, é possível que o fato de esta atividade ter sido a primeira a ser aplicada, representando o primeiro contato com o experimentador e com a situação de pesquisa, tenha originado mais erros do que nas atividades posteriores. Em segundo lugar, é também possível que as atividades relativas aos pré-requisitos A.3.1 e A.3.2, que exigiam que as crianças identificassem erros e acertos na correspondência termo a termo feita por outra pessoa, sejam, de fato, mais fáceis do que A.1.1. Isso porque, quando o comportamento de correspondência termo a termo é feito por outra pessoa, ele desobriga a criança de coordenar o comportamento de apontar para o objeto com a vocalização do número. Essa tarefa pode acarretar 14 diferentes tipos de erros, como descritos por Fuson (1988; ver p. 16 deste trabalho).

No que se refere aos casos que obtiveram desempenho inferior no comportamento pré-requisito C.3.1 (responder quantos objetos há em um grupo após a adição de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]) em relação ao item C.3.2 (em que as crianças deveriam responder à mesma pergunta após a subtração de itens), há o fato de que deixar as fichas à vista não deixa claro se as crianças se engajaram no comportamento de subtração. Para identificar quantas fichas restariam, seria possível que as crianças tivessem contado as fichas restantes em ambos os casos. Dessa forma, formula-se a hipótese de que, como a subtração implica um número reduzido de fichas a serem contadas, isso justificaria a maior facilidade de algumas crianças no teste do comportamento pré-requisito C.3.2, o que significa que esta atividade pode não ter avaliado o que se propôs avaliar. Portanto, para futuras testagens, essa atividade deveria ser revista.

A análise de C.2.1 (produzir conjunto com dedos) mostrou que dois participantes, P4 e P11, apresentaram maior facilidade em produzir conjunto com objetos concretos (C.2.2), o que pode ser justificado por uma possível menor familiaridade dessas crianças com o uso dos dedos para manipulações numéricas simples. Chama a atenção o fato de que para o comportamento pré-requisito C.3.2 (responder quantos objetos há em um grupo após a retirada de itens [um a três] à sua vista [contagem sem atraso]), supostamente mais complexo do que C.2.1, os participantes P2, P4, P5 e P11 atingiram critério de acertos mesmo sem tê-lo feito na produção de conjuntos com dedos. Este comportamento pré-requisito (C.3.2), conforme identificado anteriormente, mostrou-se inadequado na proposição da sequência hierárquica, e foi o principal responsável pelos resultados discrepantes relativos à análise de C.2.1. Sugere-se que, para proposições futuras de sequências hierárquicas, os comportamentos pré-requisitos C.2.1 e C.3.2 sejam revisitados, tanto em relação às atividades de teste propostas quanto em relação à sua ordenação ou até exclusão dos mesmos enquanto comportamentos pré-requisitos do componente C.

Com relação aos demais comportamentos pré-requisitos dos componentes A, B e C da sequência hierárquica proposta, a discrepância referente à hipótese foi notada somente para três dos 13 participantes no teste inicial da sequência hierárquica, o que representa menos de 1/3 de todos os participantes.

Além disso, em conformidade com a literatura (Fuson, 1988; Resnick et al., 1973), observou-se que, no geral, os participantes apresentaram maior dificuldade na correspondência termo a termo de conjuntos aleatórios em detrimento de conjuntos lineares quando comparamos os pré-requisitos A.2.1 (apontar para figuras de uma disposição linear, atribuindo nome de um número a cada um dos itens) e A.2.2 (apontar para figuras de uma disposição aleatória atribuindo nome de um número a cada um dos itens), tanto no teste inicial da sequência hierárquica (Hi) quanto no teste após o ensino do componente A (Habc). No teste inicial (Hi), o resultado de 11 das 13 crianças mostrou a aquisição de A.2.2 só ocorreu depois da aquisição de A.2.1. No teste após o ensino do componente A (Habc), todas as quatro crianças que passaram pelo ensino mostraram resultados condizentes com a hipótese.

Apesar de a maior parte dos resultados ser consonante com a proposição da sequência hierárquica do Estudo 1, cabe destacar que os resultados discordantes levam ao questionamento do uso do termo “pré-requisito”, uma vez que “pré-requisito” denota uma relação de dependência, de forma que um comportamento é indispensável para a aquisição de outro. Considera-se, então,

que não se pode falar em relações de dependência quando comportamentos supostamente mais complexos são adquiridos antes de comportamentos mais simples. Dessa forma, sugere-se a adoção de outra nomenclatura para estudos posteriores. Uma possibilidade seria a adoção do termo “subcomponente”, que indica uma decomposição dos comportamentos componentes ao mesmo tempo que sugere uma sequência temporal de emissão.

### **Sobre o Efeito do Ensino nos Resultados dos Testes da Sequência Hierárquica**

Com relação ao ensino de cada um dos componentes, observou-se que os resultados se modificaram ao longo dos quatro momentos de teste da sequência hierárquica. É possível atribuir as diferenças nos resultados à melhora no desempenho dos participantes em diversos comportamentos pré-requisitos, desde o ensino do componente A. No entanto, vale destacar que o ensino nem sempre garantiu aumento no número de acertos nas atividades que compuseram o teste da sequência hierárquica para os diferentes componentes. Por outro lado, os casos de redução no número de acertos foram exceções, como demonstrado na Tabela 25.

Ainda com relação ao ensino, pode-se dizer que este foi efetivo para os componentes diretamente ensinados, assim como pareceu contribuir para a emergência de comportamentos. É possível observar um aumento no número de acertos nos componentes B e C após o ensino apenas do componente A (Tabela 13), e no componente C quando somente B foi ensinado (Tabela 18). No entanto, este desempenho emergente não pode ser relacionado exclusivamente aos ensinamentos realizados, uma vez que não se podem excluir os efeitos da escolarização formal, tampouco os da interação com pares (conforme constatado em observação informal, as crianças interagem replicando os ensinamentos da situação de pesquisa). Além disso, também não se pode excluir o efeito cumulativo de ensinamentos anteriores (*learning set*; cf. Harlow, 1949). Para as próximas pesquisas sobre a temática, sugere-se a adoção de testes em participantes-controle, que não participariam do ensino, mas integrariam a mesma classe escolar dos participantes experimentais.

A análise de comportamentos matemáticos emergentes tem sido uma preocupação de pesquisadores da área que ensinam tais repertórios, especialmente via *matching to sample*. Pesquisadores analistas do comportamento planejam o ensino para o estabelecimento de classes de equivalência entre estímulos matemáticos e testam a emergência de outros comportamentos

matemáticos não ensinados diretamente. Embora a análise da emergência de comportamentos matemáticos não tenha sido um objetivo direto da presente pesquisa, não se pode desconsiderar o potencial que ensinamentos sistemáticos em progressão de complexidade têm no desempenho de comportamentos novos, mas relacionados aos aprendidos. É possível aventar a hipótese de que os ensinamentos propostos passaram a estabelecer classes equivalentes contendo os estímulos matemáticos (palavra falada, número e numeral) e as respostas exigidas em relação a estes.

### **Importância e Limitações de Estudos Sobre Sequências Hierárquicas de Aprendizagem**

O estabelecimento de sequências hierárquicas ou de trajetórias de aprendizagem para o ensino de diferentes comportamentos tem sido preocupação de diversos autores. Propostas de sequências hierárquicas para o ensino de comportamentos matemáticos, entretanto, ainda são escassas na literatura. O primeiro estudo que se propôs a estabelecer uma sequência hierárquica de ensino para comportamentos matemáticos foi o de Resnick et al. (1973) e, desde então, outras tentativas de constituir progressões de ensino foram feitas (Clements & Sarama, 2009; Common Core State Standards Initiative, 2012; Donini, 2005; Frye et. al., 2013; Fuson, 1988).

A importância do estabelecimento de uma progressão de comportamentos a serem aprendidos reside no fato de dar a cada aluno a oportunidade de aprender, independentemente do tempo necessário ou do método de ensino. Esta individualização também pode ser defendida em função dos resultados do estudo de Resnick et al. (1973), apresentados na seção “Contagem” (p. 12), destacando-se aqui a ampla variação do número de objetivos atingidos ao fim do ano por cada criança, além da ordem de progressão raramente linear.

Dentre as limitações dos estudos de sequências hierárquicas destaca-se o fato de que tais estudos demonstram apenas que, sob as condições educacionais existentes, uma tarefa é aprendida antes do que outra. Não é evidente a demonstração direta de que há um efeito de aprendizagem de um comportamento pré-requisito sobre outro, tampouco que determinada ordem de ensino dos pré-requisitos é, de fato, a mais eficiente para o ensino de determinado comportamento terminal (contagem, neste caso). Acrescenta-se o fato de que considerar que realmente ocorreu a aprendizagem de um componente ou de um pré-requisito nos testes e no ensino da sequência é dependente de um critério de acertos que é estabelecido arbitrariamente pelo experimentador. A presente pesquisa adotou o critério de 75% para considerar que os

participantes demonstravam dado componente. Um critério distinto poderia produzir resultados também distintos.

Há ainda uma questão a ser considerada: na avaliação da proposição de uma sequência hierárquica, tende-se a concluir com a refutação ou ratificação desta. Dessa forma, se a proposta for ratificada, com componentes e pré-requisitos ordenados, espera-se que as crianças tenham desempenho compatível. Nesta perspectiva seria esperado que, se o participante demonstrasse desempenho no componente A, mas não no componente B, ele não apresentasse desempenho no componente C. De forma análoga, se não A, então não B e não C. Para o comportamento de contagem, alvo de estudo da presente pesquisa, a postura de optar por um dos dois extremos não parece razoável, uma vez que, como demonstrado por Fuson em 1988, as crianças levam cerca de um ano até atingirem a proficiência em determinado componente. Apesar da possibilidade da proposição de uma ordem de componentes que favoreça o ensino, assim como da descrição e ordenação em comportamentos pré-requisitos, é importante ter parcimônia nas análises, uma vez que até mesmo nas avaliações é possível que haja oscilação de desempenho dos participantes.

São sugestões para pesquisas futuras com base nos resultados obtidos:

- 1) A igualação do número de tentativas propostas em cada atividade, de modo que a porcentagem estabelecida como critério de acertos seja aplicada ao mesmo número de tentativas quando as atividades são comparadas.
- 2) A realização de uma análise mais detalhada dos tipos de erros cometidos. Nesta pesquisa, nas atividades A.2.1 e A.2.2, por exemplo, em que os participantes deveriam apontar para figuras de uma disposição linear ou aleatória, atribuindo nome de um número a cada um dos itens, os erros dos participantes poderiam ter sido observados e descritos. Sabe-se que diferentes tipos de erros poderiam ter sido cometidos, como errar na correspondência da nomeação de número com o apontar, apontar para espaços vazios, apontar para o mesmo objeto duas vezes, entre outros. A análise de erros pode, por exemplo, fornecer subsídios para a proposição de outros comportamentos pré-requisitos.
- 3) A replicação de trabalhos que analisaram o efeito do tamanho dos conjuntos ensinados, relacionando-o com outras variáveis, como idade da criança ou escolarização, por exemplo (Fuson, 1988).

A sequência hierárquica de contagem proposta na presente pesquisa foi bem diferente da proposta por Resnick et al. (1973) e abarcou dados da literatura sobre os principais

comportamentos componentes e pré-requisitos de contagem. Embora se considere que os resultados obtidos corroboraram, em grande medida, a sequência proposta, sabe-se que uma sequência hierárquica de ensino é sempre uma hipótese, e cada indivíduo pode apresentar resultados bem diferenciados de outro no que diz respeito à facilidade ou à dificuldade dos comportamentos ensinados.

### **Considerações Finais: Implicações para a Prática**

Sequências hierárquicas de aprendizagem podem ser ferramentas úteis para auxiliar professores e experimentadores a tornarem explícitas as possíveis relações entre comportamentos componentes e pré-requisitos, assim como a identificação de como crianças diferem na aprendizagem destes. Quando usadas com flexibilidade, especialmente quanto à consideração de diferenças individuais, sequências hierárquicas cuidadosamente desenvolvidas podem garantir que crianças, incluindo aquelas com dificuldades de aprendizagem, atinjam desempenho desejável em comportamentos pré-requisitos matemáticos essenciais para aprendizagens posteriores.

Como defendido por Resnick et al. (1973), o mais importante não é como um objetivo é ensinado, mas se ele é aprendido por cada criança. Na prática, considera-se que uma das principais vantagens na utilização de sequências de aprendizagem seja a possibilidade de o aluno progredir em um currículo em seu próprio ritmo. O uso de sequências hierárquicas permite ao educador tanto suprimir atividades de ensino de comportamentos que uma criança já desempenhe quanto criar situações de ensino diversas para comportamentos que demandem instrução.

Apesar das dificuldades e das limitações subjacentes a estudos que pretendem avaliar proposições de sequências hierárquicas de aprendizagem, compreender a relação que um comportamento tem com outro é fundamental para que possamos dar a educadores os instrumentos necessários para garantir uma educação formal de qualidade aos alunos.

A presente pesquisa pretendeu contribuir para essa visão, detalhando os comportamentos componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem, tendo como objetivo maior favorecer uma educação que leve em consideração as individualidades de cada aluno e que possa proporcionar condições diferentes de aprendizagem, a fim de que todos atinjam as mesmas metas.

## Referências

- Aubrey, C., & Godfrey, R. (2003). The development of children's early numeracy through Key Stage 1. *British Educational Research Journal*, 29(6), 821-840.
- Aubrey, C., Godfrey, R., & Dahl, S. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), 27-46.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427-435.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Nova York, Estados Unidos: Teachers College Press.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, Estados Unidos: Lawrence Erlbaum Associates.
- Baroody, A.J. & Ginsburg, H.P. (1986). The Relationship between Initial Meaningful and Mechanical Knowledge of Arithmetic. Em J. Hiebert (Ed.) *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*(pp. 75-112). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Baroody, A. J., & Wilkins, J. L. (1999). The development of informal counting, number, and arithmetic skills and concepts. *Mathematics in the early years*, 48-65. Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79(4), 1016-1031. Doi: 10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in cognitive sciences*, 14(12), 534-541.
- Carmo, J. S. (2002). *Comportamento conceitual numérico: um modelo de rede de relações equivalentes* (Tese de Doutorado não publicada). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP
- Carmo, J. S. & Prado P. S. T. (2004). Análise do comportamento e psicologia da educação matemática: Algumas aproximações. Em M. M. C Hübner & M. Marinotti (Orgs.), *Análise*

- do comportamento para a educação: Contribuições recentes* (pp. 115-136). Santo André, SP: ESETec.
- Carmo, J., Prado, P., Hübner, M., & Marinotti, M. (2004). Fundamentos do comportamento matemático: a importância dos pré-requisitos. Em M. M. C Hübner & M. Marinotti (Orgs.). *Análise do Comportamento para a Educação: Contribuições recentes* (pp. 137-158). Santo André: ESETec Editores Associados.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, SP: Cortez.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nova York, Estados Unidos: Routledge.
- Common Core State Standards Initiative (2012). *Common core state standards for mathematics*. Retirado de: [http://www.k12.wa.us/corestandards/mathematics/pubdocs/ccssi\\_mathstandards.pdf](http://www.k12.wa.us/corestandards/mathematics/pubdocs/ccssi_mathstandards.pdf)
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press: USA.
- Del Rey, D. (2009). *Análise do comportamento no Brasil: o que foi estudado até 2005 em relação aos comportamentos matemáticos*. (Dissertação de mestrado). Programa de psicologia Experimental: análise do Comportamento. PUCSP, São Paulo.
- Devlin, K. J. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. New York: Basic Books.
- Donini, R. (2005) *Identificando comportamentos pré-requisitos para o ensino da adição e da subtração*. (Dissertação de mestrado). Programa de psicologia Experimental: análise do Comportamento. PUCSP, São Paulo.
- Dorneles, B. V. (1998). *Escrita e número: relações iniciais*. Porto Alegre: ArtMed.
- Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove, Inglaterra: Psychology Press.
- Drachenberg, H. B. (1970). *Programação das etapas que levam à modificação gradual no controle de certos aspectos de um estímulo para outro (fading) na situação de "escolha de acordo com o modelo"* (Dissertação de mestrado). Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- Emerson, J., & Babbie, P. (2010). *The dyscalculia assessment*. Londres, Inglaterra: A&C Black.

- Fields, L. (1978). Fading and errorless transfer in successive discriminations<sup>1</sup>. *Journal of the experimental analysis of behavior*, 30(1), 123-128.
- Foegen, A., Jiban, C., & Deno, S. (2007). Progress Monitoring Measures in Mathematics A Review of the Literature. *The Journal of Special Education*, 41(2), 121-139.
- Frye, D., Baroody, A. J., Burchinal, M., Carver, S. M., Jordan, N. C., & McDowell, J. (2013). *Teaching math to young children: A practice guide (NCEE 2014-4005)*. Washington, Estados Unidos: U.S. Department of Education. Retirado de: <http://whatworks.ed.gov>
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), 493-513. doi: 10.1037/0022-0663.97.3.493
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. Nova York, Estados Unidos: Springer-Verlag.
- Gagné, R. M. (1962). The acquisition of knowledge. *Psychological Review*, 69, 355-365.
- Gagné, R. M. (1980). *Princípios essenciais da aprendizagem para o ensino*. Porto Alegre, RS: Globo.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1), 43-74.
- Geary, D. C., Bailey, D. H., & Hoard, M. K. (2009). Predicting mathematical achievement and mathematical learning disability with a simple screening tool: The Number Sets Test. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27, 265-279.
- Geary, D.C. (1994). *Children.C. (1994). Assessment mathematical learning disability*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Gelman, R. (1969). Conservation acquisition: A problem of learning to attend to relevant attributes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 7(2), 167-187.
- Gelman R., & Butterworth B. (2005). Number and language: how are they related? *Trends in Cognitive Science*, 9(1), 6-10. doi: 10.1016/j.tics.2004.11.004
- Gelman R. & Gallistel C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Inglaterra: Harvard University Press.
- Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13(3), 343-359.

- Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of special education*, 33(1), 18-28.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293-304.
- Ginsburg, H., & Baroody, A. J. (2003). *The test of early mathematics ability*. Third Edition. Pro-ed.
- Griffin, S. (2002). The development of math competence in the preschool and early school years: Cognitive foundations and instructional strategies. *Mathematical cognition*, 1-32.
- Gurganus, S. (2004). Promote number sense. *Intervention in School and Clinic*, 40(1), 55-58.
- Harlow, H. F. (1949). The formation of learning sets. *Psychological Review*, 56(1), 51.
- Hart, B., & Risley, T. R. (1995). *Meaningful differences in the everyday experience of young American children*. Baltimore, Estados Unidos: Paul H. Brookes Publishing.
- Heckman, J. J. (2000). Policies to foster human capital. *Research in economics*, 54(1), 3-56.  
<http://www.todospelaeducacao.org.br/comunicacao-e-midia/sala-de-imprensa/releases/27341/nova-edicao-da-prova-abc-traz-resultados-sobre-a-alfabetizacao-de-todo-o-pais/>
- Hübner, M. M., & Marinotti, M. (2004). *Análise do comportamento para a educação: contribuições recentes*. Santo André, SP: ESETec.
- Johnson, D., & Myklebust, H. (1983). *Distúrbios de aprendizagem*. São Paulo: Editora USP.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical difficulties: Psychology and intervention* (pp. 45-58). San Diego, CA: Academic Press.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867.
- Kadosh, R. C., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., & Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities: Present and future. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 85-93. doi: 10.1016/j.tine.2013.04.001
- Kahhale, E. M. S. P. (1993). *Comportamento Matemático: formação e ampliação do conceito de quantidade e relações de equivalência*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo.

- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American journal of psychology*, 62(4), 498-525.
- Keller, F. S. (1968). "GOOD BYE, TEACHER..." 1. *Journal of applied behavior analysis*, 1(1), 79-89.
- LeFevre J., Fast L., Skwarchuk S.L., Smith-Chant B.L., Bisanz J., Kamawar D., & Penner-Wilger M. (2010) Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81(6), 1753-1767. Doi:10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x
- Lembke E., & Foegen A. (2009) Identifying early numeracy indicators in for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research and Practice*, 24(1), 12-20. Doi: 10.1111/j.1540-5826.2008.01273.x
- Lessa, M. M. L., & Falcão, J. T. R. (2005). Pensamento e linguagem: uma discussão no campo da psicologia da educação matemática. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 18(3), 315-322.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14(5), 396-401.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*, 76(5), 978-988.
- Lorena, A., Castro-Caneguim, J., & Carmo, J.. (2013). Habilidades numéricas básicas: algumas contribuições da análise do comportamento. *Estudos de Psicologia (Natal)*, 18(3), 439-446.
- Luna, S. V., & Marinotti, M. (2010). Ensino da resolução de problemas: questões conceituais e metodológicas. Em E. Z. Tourinho, & S. V. Luna (Orgs.), *Análise do comportamento: investigações históricas, conceituais e aplicadas* (pp. 193-217). São Paulo, SP: Editora Roca.
- Main, G. C., & Munro, B. C. (1977). A token reinforcement program in a public junior high school. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 10(1), 93-94.
- Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., & Ciancio, D. (2004). Construction and evaluation of a number sense test with Head Start children. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 648-659.
- Mazur, J. E. (2006). Mathematical models and the experimental analysis of behavior. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 85(2), 275-291.

- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child development*, 82(4), 1224-1237.
- Mazzocco, M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20(3), 142-155.
- McCrink, K., Spelke, E. S., Dehaene, S., & Pica, P. (2013). Non symbolic halving in an Amazonian indigene group. *Developmental science*, 16(3), 451-462.
- Methe, S. A., Hintze, J. M., & Floyd, R. G. (2008). Validation and decision accuracy of early numeracy skill indicators. *School Psychology Review*, 37, 359-373.
- Monteiro, G. (2000). A contagem oral como pré-requisito para a aquisição do conceito de número através de um procedimento de escolha de acordo com o modelo com crianças pré-escolares. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Monteiro, G., & Medeiros, J. G. (2002). A contagem oral como pré-requisito para a aquisição do conceito de número com crianças pré-escolares. *Estudos de Psicologia (Natal)*, 7, 73-90
- Nakajima, S., & Sato, M. (1993). Removal of an obstacle: problem solving behavior in pigeons. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 59(1), 131-145.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford, Inglaterra: Blackwell Publishers.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2010). *PISA 2009 results: What students know and can do Student performance in reading, mathematics and science (Volume I)*. Retirado de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>
- Payne, J. N., & Huinker, D. M. (1993). Early number and numeration. Em R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics* (pp. 43-71). Nova York, Estados Unidos: Macmillan.
- QEdu: Aprendizado em foco (2015). <http://www.qedu.org.br/brasil/evolucao>. Acesso em 2/2/2015.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162.
- Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction Erlbaum*. Hillsdale, NJ.

- Resnick, L. B., Wang, M. C., & Kaplan, J. (1973) Task analysis in curriculum design: A hierarchically sequence introductory mathematics curriculum. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 6(4), 679-709
- Ribeiro, M., Assis G., & Enumo, S (2007). Comportamento matemático: Relações ordinais e inferência transitiva em pré-escolares. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 23(1), 25-32.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Nova York: Routledge.
- Shalev, R. S., Manor, O., & Gross Tsur, V. (2005). Developmental Dyscalculia: A prospective six year follow up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 47(2), 121-125.
- Schoenfeld, W. N., Cole, B. K., & Sussman, D. F. (1976). Observations on early mathematical behavior among children: "Counting". *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 2, 176-189.
- Shonkoff, J. P. (2011). Protecting brains, not simply stimulating minds. *Science*, 333(6045), 982-983.
- Shonkoff, J. P., Garner, A. S., Siegel, B. S., Dobbins, M. I., Earls, M. F., McGuinn, L., ... & Wood, D. L. (2012). The lifelong effects of early childhood adversity and toxic stress. *Pediatrics*, 129(1), 232-246.
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs. matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of behavior*, 37(1), 5-22
- Sidman, M. (1994). *Equivalence relations and behavior: A research story*. Boston, Estados Unidos: Authors Cooperative.
- Sidman, M. (1997). Equivalence relations. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 68(2), 258-266.
- Siegler, R., Duncan, G., Davis-Kean, P., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M., et al. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23, 691-697. doi:10.1177/0956797612440101
- Silva, L. (1999). Tipo de elemento e desempenho em tarefas de contagem. Dissertação de mestrado. Programa de Teoria e Pesquisa do Comportamento, Universidade Federal do Pará, Belém.

- Silva, S. de O. A. (2013). Políticas da Educação Infantil e o ensino da matemática. (Dissertação de Mestrado), Psicologia da Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Simonassi, L. E. (1999). Cognição: Contato com contingências e regras. *Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva*, 1(1), 83-93.
- Skinner, B.F. (1953). *Science and Human Behavior*. New York: The Free Press
- Skinner, B. F. (1957). *Verbal Behavior*. Acton, Massachusetts: Copley.
- Skinner, B. F. (1968). *The technology of teaching*. Nova York, Estados Unidos: Appleton-Century-Crofts.
- Sousa, D. (2008). *How the brain Learns Mathematics*. California: Corwin Press.
- Staats, A., & Staats, C. (1973). *Comportamento humano complexo: Uma extensão sistemática dos princípios de aprendizagem*. São Paulo: EPU
- Starkey P., Spelke E.S., & Gelman R. (1983). Detection of Intermodal Numerical Correspondences by Human Infants. *Science*, 222, 179-181.
- Starkey, P. (1992). The Early Development of Numerical Reasoning. *Cognition*, 43, 93-126.
- Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210(28), 1033-1034.
- Strauss M.S., & Curtis L.E. (1981). Infant Perception of Numerosity. *Child Development* 52, 1146-1152.
- Trafton, P. R., & Thiessen, D. (1999). *Learning through problems: Number sense and computational strategies: a resource for primary teachers*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- United States. National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development.
- VanDerHeyden, A. M., Broussard, C., & Cooley, A. (2006). Further development of measures of early math performance for preschoolers. *Journal of School Psychology*, 44, 533-553.
- Vargas, J. S. (2013). *Behavior analysis for effective teaching*. Nova York, Estados Unidos: Routledge.
- Xu, F., & Arriaga, R. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103-108.

- Xu, F., Goddard, S., & Spelke, E. S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, 8(1), 88-101.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, 1-11.

## **Apêndices**

## Apêndice I. Busca em periódicos de análise do comportamento

A busca inicial foi realizada em sete periódicos de psicologia de grande impacto na comunidade de análise do comportamento, sendo cinco nacionais e dois internacionais. Foram eles: *Interação em Psicologia*; *Psicologia: Teoria e Pesquisa*; *Psicologia: Reflexão e Crítica*; *Revista Brasileira de Análise do Comportamento (REBAC)*; *Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva (RBTCC)*; *Journal of Applied Behavior Analysis (JABA)*; e *Journal of Experimental Analysis of Behavior (JEAB)*.

Foram utilizadas 12 palavras ou expressões de busca em português e seus correspondentes em inglês. As palavras ou expressões foram buscadas separadamente em cada um dos periódicos. Essa escolha foi feita para aumentar a probabilidade de que nenhum artigo ou pesquisa relevante fosse negligenciado. Ainda assim, considera-se possível que este tipo de busca apresente repetições. Entretanto, em um segundo momento, foi possível utilizar outros filtros a fim de excluir tais repetições.

O primeiro grupo de palavras gira em torno de conceitos e comportamentos relacionados à matemática. São elas, seguidas de seus correspondentes em inglês: resolução de problemas (*problem solving*); solução de problemas (*problem solution*); matemática(s) (*mathematics*); comportamento matemático (*mathematical behavior*); comportamento lógico (*logical behavior*); comportamento dedutivo (*deductive behavior*); comportamento indutivo (*inductive behavior*); senso numérico (*number sense*); *subtizing*.

O outro grupo de palavras diz respeito ao período de vida que se pretende estudar e aos conceitos teóricos relacionados ao interesse da pesquisa. Constituem este grupo: primeira infância (*early years*); pré-requisitos (*pre-requisite*); comportamento hierárquico (*hierarchical behavior*); desenvolvimento infantil (*child development*).

Cabe ressaltar que cada periódico possuía uma ferramenta de busca distinta. Por essa razão, seguem as especificações dos campos pesquisados em cada periódico:

- *Psicologia: Reflexão e Crítica*: “*all indexes*”;
- *Psicologia: Teoria e Pesquisa*: “em todas as categorias”;
- JABA & JEAB: “*Match: all search words*”;

- REBAC: como não há possibilidade de busca de palavras-chave, foi realizada busca pelo índice;
- RBTCC: “todos”;
- *Interação em Psicologia*: “todos”.

Nesta busca, foram registrados 171 artigos, incluindo as repetições. O passo seguinte, então, envolveu ler os títulos e resumos dos artigos para determinar se estavam ou não relacionados com a área do problema da pesquisa: comportamento matemático. Dessa leitura, que resultou na exclusão de artigos repetidos e dos que não diziam respeito ao tema em questão, restaram apenas 26 artigos. Os demais artigos tratavam, em sua maioria, de modelos matemáticos usados em questões metodológicas, como, por exemplo, Mazur (2006), que discute modelos matemáticos na análise do comportamento, ou Sidman (1997), que, ao discutir relações de equivalência, emprega a ciência matemática para calcular e discutir tais relações. Outros artigos, também excluídos da amostra, utilizavam a matemática para resolver ou testar técnicas, como é o caso do relato de Main e Munro (1977) sobre um programa de economia de fichas delineado para uma escola pública envolvendo, entre outras, algumas tarefas matemáticas.

Na tabela que segue, estão listados, por palavra de busca, os números de artigos relacionados a comportamento matemático encontrados nos sete periódicos.

	Interação em Psicologia	Psicologia: Reflexão e Crítica	Psicologia: Teoria e Pesquisa	RBTCC	REBAC	JABA	JEAB	Total
Resolução de problemas (problem solving)	2	2	6	5	-	14	5	34
Solução de problemas (problem solution)	2	-	3	2	-	2	-	9
Matemática(s) (mathematics)	3	11	11	1	-	35	39	100
Comportamento matemático (mathematical behavior)	-	-	1	1	-	-	-	2
Comportamento lógico (logical behavior)	-	-	-	-	-	-	-	-
Comportamento dedutivo (deductive behavior)	-	-	-	-	-	-	-	-
Comportamento indutivo (inductive behavior)	-	-	-	-	-	-	-	-
Pré-requisitos (prerequisite)	-	-	1	1	-	1	-	3
Senso Numérico (Number Sense)	-	-	-	-	-	-	-	-
Subtizing	-	-	-	-	-	-	-	-
Primeira Infância (Early Years)	-	-	-	-	-	1	-	1
Comportamento Hierárquico (Hierarchical Behavior)	-	-	-	-	-	-	-	-
Desenvolvimento Infantil (Child Development)	-	6	10	1	-	5	-	22
<b>Total</b>	<b>7</b>	<b>19</b>	<b>32</b>	<b>11</b>	<b>-</b>	<b>58</b>	<b>44</b>	<b>171</b>

Dos 26 artigos selecionados, um se relacionava à pesquisa básica (Nakajima & Sato, 1993), três à pesquisa teórica (Lessa & Falcão; Resnick et al., 1973; Simonassi, 1999) e os demais à pesquisa aplicada. Dos 22 artigos em pesquisa aplicada, quatro estudos foram realizados com adultos, cinco com jovens e 13 com crianças. Dos 13 estudos realizados com crianças, três eram estudos de observação, cinco buscavam aprimorar ou testar métodos de ensino para crianças e outros seis procuravam auxiliar crianças com dificuldades de aprendizagem ou desenvolvimento atípico.

Como é possível observar na Tabela, a maior parte dos artigos nacionais foi publicada nas revistas *Psicologia: Reflexão e Crítica* (19) e *Psicologia: Teoria e Pesquisa* (32). No que se refere às duas revistas internacionais pesquisadas, o maior número de artigos (58) aparece no *Journal of Applied Behavior Analysis*.

**Apêndice II. Termo de consentimento informado - instituição**

## Termo de Consentimento Informado - Instituição

Eu, \_\_\_\_\_, portador do RG \_\_\_\_\_ e CPF \_\_\_\_\_, na condição de \_\_\_\_\_ (relação com a instituição) e de livre espontânea vontade, autorizo que os alunos da instituição \_\_\_\_\_ (nome da instituição), localizada em \_\_\_\_\_, por quem sou responsável, a participarem da pesquisa sobre sequência hierárquica de comportamentos matemáticos. Esta pesquisa tem como objetivo identificar os componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem assim como avaliar sua importância para aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos como resolução de cálculos aritméticos.

O estudo será feito individualmente. A criança e/ou seus responsáveis podem interromper a participação quando quiserem, sem qualquer prejuízo. As informações sobre a criança, seu responsável e a instituição de ensino serão mantidas em sigilo, de forma a impossibilitar qualquer identificação. As informações sobre o desempenho da criança na atividade experimental serão utilizadas somente com finalidades acadêmicas e científicas.

Esse trabalho será desenvolvido por Thais Albernaz Guimarães, doutoranda em Psicologia Experimental, sob orientação da Prof. Dr. Sergio Vasconcelos de Luna, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

A pesquisadora responsável se compromete a ficar disponível durante todo o período da pesquisa para que os pais ou responsáveis possam tirar dúvidas e solicitar maiores esclarecimentos a respeito da pesquisa e seu andamento.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014

---

Thais Albernaz Guimarães

---

Assinatura do responsável legal

**Apêndice III. Termo de consentimento informado pais ou responsáveis**

## Termo de Consentimento Informado

Eu, \_\_\_\_\_, portador do RG \_\_\_\_\_ e CPF \_\_\_\_\_, na condição de \_\_\_\_\_ (relação de parentesco com a criança) e de livre espontânea vontade, autorizo \_\_\_\_\_ (nome da criança), nascido em \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_, por quem sou responsável, a participar da pesquisa sobre a sequência hierárquica de comportamentos matemáticos. Esta pesquisa tem como objetivo identificar os componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem assim como avaliar sua importância para aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos como resolução de cálculos aritméticos.

O estudo será feito individualmente. A criança e/ou seus responsáveis podem interromper a participação quando quiserem, sem qualquer prejuízo. As informações sobre a criança, seu responsável e a instituição de ensino serão mantidas em sigilo, de forma a impossibilitar qualquer identificação. As informações sobre o desempenho da criança na atividade experimental serão utilizadas somente com finalidades acadêmicas e científicas.

Esse trabalho será desenvolvido por Thais Albernaz Guimarães, doutoranda em Psicologia Experimental, sob orientação da Prof. Dr. Sergio Vasconcelos de Luna, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

A pesquisadora responsável se compromete a ficar disponível durante todo o período da pesquisa para que os pais ou responsáveis possam tirar dúvidas e solicitar maiores esclarecimentos a respeito da pesquisa e seu andamento.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014

---

Thais Albernaz Guimarães

---

Assinatura do responsável legal

#### Apêndice IV. Materiais utilizados na coleta



Imagem 1. Ernesto e ampulheta: materiais utilizados em todas as coletas.

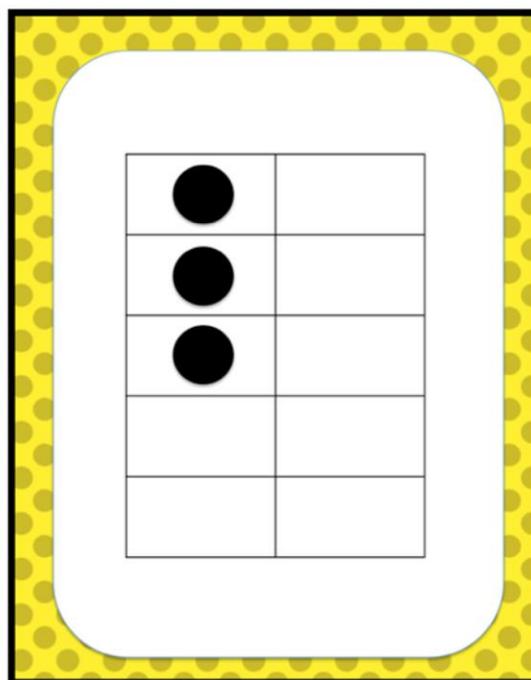


Imagem 2. Materiais de ensino do componente A.



Imagem 3. Materiais de ensino do componente B.



Imagem 4. Materiais de ensino do componente C.

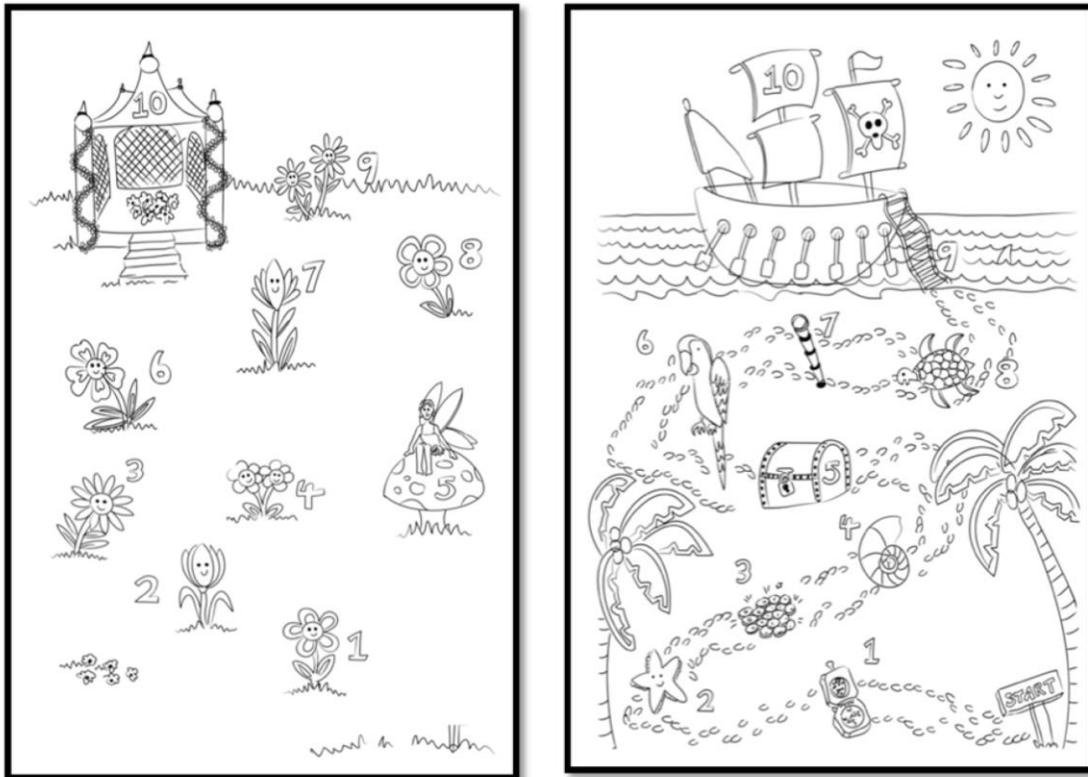


Imagem 5. Gráfico de incentivo utilizadas com os participantes.

## Apêndice V. Folha de aplicação pré e pós-teste

Aluno		Data				
			Correta	Errada	Tempo decorrido	OBS
<b>1</b>	(Ernesto) Escolha para mim o grupo que é maior.	1				
		2				
		3				
		4				
		5				
		6				
		7				
		8				
		9				
		10				
		11				
		12				
<b>2</b>	Tem seis meninas e cinco meninos no parque; quantas crianças no total?					
<b>3</b>	(Ernesto) Se eu tenho duas balas vermelhas e três azuis. Quantas balas ao todo eu tenho?					
<b>4</b>	(Ernesto) Eu tinha cinco adesivos e dei dois para a Carmen. Com quantos adesivos eu fiquei?					
<b>5</b>	(Ernesto) Eu tenho quatro moedas, mas deveria ter seis moedas. Quantas eu ainda preciso?					
<b>6</b>	(Ernesto) Eu tinha cinco figurinhas e, em seguida, ganhei da Carmen mais algumas. Agora eu tenho sete ao todo. Quantas a Carmem me deu?					
<b>7</b>	(Ernesto) Eu tinha oito balas. Dei algumas para Carmem. Agora eu só tenho cinco. Quantas balas eu dei para Carmem?					
<b>8</b>	(Ernesto) Eu tenho seis moedas. Quantas moedas eu ainda preciso para ficar com oito moedas?					

## **Anexos**

## Anexo I: Parecer consubstanciado do CEP



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** Ensino de comportamentos componentes e pré-requisitos da contagem numérica e seus efeitos sobre cálculos aritméticos.

**Pesquisador:** Thais Albernaz Machado do Carmos Guimarães

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 34707114.0.0000.5482

**Instituição Proponente:** Faculdade de Ciências Humanas e da Saúde da PUC/SP

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 778.614

**Data da Relatoria:** 13/08/2014

#### Apresentação do Projeto:

Trata-se de protocolo de pesquisa para elaboração de Tese de Doutorado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: Psicologia da Educação (PEPG em PED), vinculado à Faculdade de Educação (FE) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP).

Projeto de pesquisa de autoria de Thais Albernaz Machado do Carmos Guimarães, sob a orientação do Prof. Dr. Sergio Vasconcelos de Luna.

A proposta visa "(...) identificar os componentes e pré-requisitos do comportamento de contagem assim como avaliar sua importância para aquisição de comportamentos matemáticos mais complexos como a resolução de cálculos aritméticos. A presente pesquisa tem como objetivos específicos: 1. Identificar e descrever comportamentos componentes e pré-requisitos envolvidos em comportamento matemático de contagem com base em literatura comportamental e não comportamental; 2. Propor sequência hierárquica para aquisição de comportamento de contagem; 3. Testar a adequação da sequência hierárquica para a identificação e análise do desempenho de crianças com dificuldades matemáticas; 4. Avaliar o efeito do ensino dos comportamentos pré-requisitos e componentes sobre a aprendizagem do comportamento de contagem, e o efeito dessa aprendizagem sobre a possível emergência de comportamento mais complexo de resolução de

**Endereço:** Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C  
**Bairro:** Perdizes **CEP:** 05.015-001  
**UF:** SP **Município:** SAO PAULO  
**Telefone:** (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 778.614

cálculos aritméticos de soma e subtração. Serão participantes doze crianças de 4 ou 5 anos. Seis dessas crianças, após a realização de uma prova de aritmética elaborada pela experimentadora, serão atribuídos aos grupos de baixo desempenho e de alto desempenho. Uma sequência hierárquica do comportamento de contagem será testada por meio de aplicação de tarefas a todos as crianças. Apenas o grupo de baixo desempenho passará pelo treino de componentes de contagem ausentes. Avaliações intermediárias dessa sequência serão realizadas após o ensino de cada comportamento terminal de contagem, a saber, comportamento verbal de sequência numérica, correspondência termo a termo e cardinalidade. A Avaliação Final consistirá na reaplicação da prova de aritmética. O desempenho entre os grupos será comparado assim como será avaliado o efeito do ensino dos comportamentos componentes de contagem sobre o desempenho na prova de aritmética.”

#### **Objetivo da Pesquisa:**

##### Objetivo Geral

E objetivo primario da presente pesquisa identificar os componentes e pre-requisitos do comportamento de contagem assim como avaliar sua importancia para aquisicao de comportamentos matematicos mais complexos como resolucao de calculos aritmeticos. Isso porque, conforme explicitado por Resnick (1989), a maioria das crianças utiliza contagem para calcular respostas e pode-se considerar que o comportamento de resolver calculos aritmeticos seja dependente da aquisicao do comportamento de contagem.

##### Objetivos Especificos

1. Identificar e descrever comportamentos componentes e pre-requisitos envolvidos em comportamento matematico de contagem com base em literatura comportamental e não comportamental;
2. Propor sequencia hierarquica para aquisicao de comportamento de contagem.3. Testar a adequacao da sequencia hierarquica para a identificacao e analise do desempenho de crianças com dificuldades matematicas;
3. Avaliar o efeito do ensino dos comportamentos pre-requisitos e componentes sobre a aprendizagem do comportamento de contagem, e o efeito dessa aprendizagem sobre a possivel emergencia de comportamento mais complexo de resolucao de calculos aritmeticos de soma e subtracao.

**Endereço:** Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C  
**Bairro:** Perdizes **CEP:** 05.015-001  
**UF:** SP **Município:** SAO PAULO  
**Telefone:** (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 778.614

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Atendem satisfatoriamente ao que está disposto e é recomendado na Resolução CNS/MS n. 466/12 que trata das pesquisas que envolvem seres humanos.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

A exposição do Projeto é clara e objetiva, feita de maneira concisa e fundamentada, permitindo-se concluir que a proposta de pesquisa em tela, possui uma linha metodológica definida, base da qual será possível auferir conclusões consistentes e válidas.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Os termos de apresentação obrigatória foram todos apresentados, preenchidos, assinados, datados e postados na Plataforma Brasil, conforme orienta o Regimento Interno do Comitê de Ética em Pesquisa da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - CEP-PUC/SP.

O TCLE - Modelo de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido apresentado, atende a contendo o que dispõe a Res. CNS/MS n° 466/12, permitindo ao participante (voluntário) compreender o significado, o alcance e os limites de sua participação nesta pesquisa.

**Recomendações:**

Recomendamos que o desenvolvimento da pesquisa siga os fundamentos, metodologia, proposições, pressupostos em tela, do modo em que foram apresentados e avaliados por este Comitê de Ética em Pesquisa. Qualquer alteração deve ser imediatamente informada ao CEP-PUC/SP, indicando a parte do protocolo de pesquisa modificada, acompanhada das justificativas.

Também, a pesquisadora deverá observar e cumprir os itens relacionados abaixo, conforme indicado pela Res. 466/12:

- a) desenvolver o projeto conforme delineado;
- b) elaborar e apresentar o relatório final;
- c) apresentar dados solicitados pelo CEP, a qualquer momento;
- d) manter em arquivo, sob sua guarda, por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa, os seus dados, em arquivo físico ou digital;
- e) encaminhar os resultados para publicação, com os devidos créditos aos pesquisadores associados e ao pessoal técnico participante do projeto;
- f) justificar, perante o CEP, interrupção do projeto.

**Endereço:** Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C  
**Bairro:** Perdizes **CEP:** 05.015-001  
**UF:** SP **Município:** SAO PAULO  
**Telefone:** (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br



Continuação do Parecer: 778.614

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Sem Pendências e Lista de Inadequações, portanto, somos de parecer favorável à aprovação e realização do projeto de pesquisa em tela.

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

SAO PAULO, 04 de Setembro de 2014

---

**Assinado por:**  
**Edgard de Assis Carvalho**  
**(Coordenador)**

**Endereço:** Rua Ministro Godói, 969 - sala 63 C  
**Bairro:** Perdizes **CEP:** 05.015-001  
**UF:** SP **Município:** SAO PAULO  
**Telefone:** (11)3670-8466 **Fax:** (11)3670-8466 **E-mail:** cometica@pucsp.br