PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

CLAUDIO RICARDO AUGUSTO

APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO AFIM: UMA INTERVENÇÃO DE ENSINO COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GRAPHMATICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

CLAUDIO RICARDO AUGUSTO

APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO AFIM: UMA INTERVENÇÃO DE ENSINO COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GRAPHMATICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Prof[a]. Dr[a]. Sandra Maria Pinto Magina.***

São Paulo

2008

Banca Examinadora

____

____

____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _______________________________________ **Local e Data:** ______________

DEDICATÓRIA

A minha finada mãe, a quem dedico esta e todas as realizações de minha vida, a minha querida esposa que me acompanha em todos os momentos, a todos os meus amigos e familiares sem os quais não chegaria a esta etapa, jamais me esquecerei de vocês.

AGRADECIMENTO

A Deus por minha vida...

À Minha professora, orientadora, e carinhosa amiga Sandra Magina, a quem devo agradecimentos e infindáveis elogios pela companhia e incentivos nos momentos mais difíceis da realização dessa dissertação e pelos “cascudos” oportunos.

Ao Professor Dr. Ubiratan D’Ambrosio, que tive o privilégio de ter como professor e muito me gratificou por participar de minha Banca.

Ao Prof. Dr. Alecio Damico, pela aceitação em participar de minha banca, além das recomendações na qualificação que muito contribuíram para realização e adequação deste trabalho.

A professora doutora Irene Cazorla, que cedeu parte de seu tempo em São Paulo para muito me ajudar no tratamento dos dados coletados.

A todos os professores do Programa de Estudos de Pós Graduação em Educação Matemática, da PUC-SP

Aos amigos Diógenes e Gilson pelas contribuições em diversos momentos e palavras amigas que foram fundamentais para o fechamento deste.

A minha amiga e tia Mônica, que ficou horas em contatos e a frente do micro para acertar meus deslizes gramaticais.

A Secretaria de Estado de Educação, pela concessão da Bolsa de Estudos que me permitiu realizar meu Mestrado, assim como seus representantes da Diretoria de Ensino de Carapicuíba.

Aos meus colegas de trabalho, assim como os alunos que participaram de minha Intervenção de Ensino, da Escola Estadual Pedro Casemiro Leite.

Aos meus amigos, minha querida irmã, minha afilhada e demais familiares, que em muitos momentos trouxeram incentivos e palavras amigas.

E em especial a minha querida esposa e companheira, Rosa, que esteve sempre ao meu lado, para apoiar-me, que possamos estar sempre juntos.

E a todos que participaram direta ou indiretamente deste, mas que não os citei, saibam que não me esquecerei de nenhum de vocês.

O Autor

RESUMO

O objetivo deste estudo foi investigar a possibilidade da apropriação de conceitos relativos à função afim por alunos de 3º ano de Ensino Médio, a partir de uma Intervenção de Ensino subsidiada por ferramentas tecnológicas. Com esse objetivo em mente, o estudo se propôs responder a seguinte questão de pesquisa: “Quais as contribuições para a aprendizagem de conceitos relativos à função afim, que uma Intervenção de Ensino com uso do software *Graphmatica* pode trazer?” Para tanto, realizamos um estudo quase-experimental com alunos de duas salas de 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual do município de Cotia – SP, que compuseram os grupos do estudo: o grupo experimental - GE – e o grupo controle – GC. A pesquisa foi realizada dentro de três fases: Pré-teste, Intervenção de Ensino e Pós-teste. As idéias teóricas que sustentaram esse estudo vieram da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1996), da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996) e ainda da visão da utilização de tecnologias a luz da Etnomatemática (D´AMBROSIO, 1998). O GE participou das três fases do estudo, enquanto que o GC participou apenas da fase relativa aos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes), mas não participou da Intervenção de Ensino. Os dados coletados nessa pesquisa foram analisados tanto do ponto de vista quantitativo (relativo aos instrumentos diagnósticos), como qualitativo. (relativo à Intervenção de Ensino). Como era previsto, o GE apresentou melhores resultados no pós-teste do que o GC. Os dados indicaram, ainda, que o uso de um ambiente gráfico, que possibilitou ensaios dinâmicos, bem como a interação propiciada pelo uso do software *graphmatica*, são contextos frutíferos para aprendizagem. Eles facilitam a construção de novos conceitos e a comparações com o que já havia sido apreendido anteriormente, ampliando, assim, o Campo Conceitual constituído pela intersecção entre a leitura, e interpretação de gráficos e expressões da função afim.

Palavras-Chave: Função Afim, Gráficos de Funções, Software *Graphmatica*; Ensino Médio.

ABSTRACT

The objective of this study was to investigate the possibility of the appropriation of the concept of first degree functions to students of 3 rd grader of high school, from an intervention of education subsidized by technological tools. With this objective in mind, the study intends to answer the following question of research: “What are the contributions to the education of relative concepts of first degree function that an intervention made with the use of the software graphmatica can bring?”

In order to do so, we carried out an almost-experimental study with students of two classes of 3 rd grader in a public high school in Cotia - SP, which had composed the groups of the study: the experimental group - GE - and the control group - GC. The research was carried out within three phases: Pre-testing, Intervention of Education and After-testing. The theoretical ideas that supported this study came from the Theory of Didactic Situations (BROUSSEAU, 1996), the Theory of the Conceptual Fields (VERGNAUD, 1998) and also the vision of the use of technologies in the light of the Etnomatematica (D’AMBROSIO, 1998). GE participated in the three phases of the study, whereas the relative GC participated only in the phase of the diagnostic instruments (pre-tests and after-tests), but did not participate in the Intervention of Education. The data that were collected in this research were analyzed from a quantitative as well from a qualitative perspective (relative to the diagnostic instruments), as of the qualitative one (relative to the intervention of education). As it had been foreseen, the GE presented better results in the after-test than the GC. The data also indicated that the use of a graphical environment, which made dynamic essays, as well as the interaction provided by the use of graphmatica software, are fruitful contexts for learning. They facilitate the construction of new concepts and the comparisons with what had already been apprehended previously, therefore extending the Conceptual Field which consisted of the intersection between the reading and interpretation of graphs and expressions of the first degree function.

Keywords: Functions; reading and interpretation of graphs of functions, Graphmatica Software , High-School

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ANEXOS

INTRODUÇÃO

Nosso trabalho se inicia a partir de uma percepção, advinda da experiência de sala de aula, sobre a dificuldade de diversos alunos da rede pública estadual no aprendizado do conteúdo funções. Especificamente, conceitos relativos à função afim. Com essa inquietação, resolvemos elaborar a nossa dissertação sobre essa temática objetivando uma proposta adequada de Intervenção de Ensino que auxilie na redução dessa dificuldade. Para tanto, em um primeiro momento, fizemos uma revisão de literatura para verificar a relevância desse tema e perceber quais eram as alternativas apontadas e assim fazer as escolhas adequadas para esta pesquisa. Nesse sentido, resolvemos desenvolver esse estudo com alunos do 3o. ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado de São Paulo por meio de uma Intervenção de Ensino. Com intuito de perceber inicialmente quais eram as dificuldades dos alunos e também com a intenção de clarear a abordagem e as atividades que desenvolvemos na Intervenção de Ensino, aplicamos um pré-teste, o qual confirmou problemas relativos tanto ao conceito geral de função, quanto ao caso particular da função afim. Assim, partimos para elaboração de uma Intervenção de Ensino, na qual em primeira etapa construímos um mapa conceitual visando resgatar e/ou construir o conceito de função, em uma segunda etapa foi usado o software gráfico *Graphmatica* para subsidiar a seqüência de ensino e por último fizemos uso de uma revisão de conceitos relativos ao estudo do gráfico de funções de forma pontual por meio de uma exposição multimídia.

Após a Intervenção de Ensino, com o objetivo de avaliar quais foram as suas contribuições, aplicamos um instrumento de pós-teste com questões similares ao pré-teste e perceber as contribuições dessa Intervenção para a aprendizagem desse grupo com relação aos conceitos previstos. Ressaltamos que nem todos os alunos participaram de todas as fases dessa pesquisa, trabalhamos com dois grupos: um grupo experimental – que participou de todas as fases – e um grupo de controle – que participou apenas do pré-teste e do pós-teste.

Em virtude do trabalho que desenvolvemos, na Intervenção de Ensino, ter abordado o objeto matemático funções, sobretudo função afim e também ao fato dos sujeitos de nossa pesquisa serem oriundos de uma comunidade de jovens e adultos já inseridos no mercado de trabalho em sua maioria, a escolha da fundamentação teórica foi singular. Desta forma, optamos pela Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau (1986), a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (1990) e nas idéias do Programa Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio (1998) e nas contribuições deste para o uso da informática em sala de aula.

Por outro lado, temos acompanhado, tanto nas macroavaliações (SAEB, ENEM), quanto na própria sala de aula, que muitos são os problemas apresentados pelos alunos no aprendizado de função durante o Ensino Fundamental e Médio, muito dos quais já diagnosticados e discutidos por diversas dissertações – Moretti (1998), Oliveira (1997), Santos (2002) – e teses – Zuffi (1999) e Rossini (2006).

Diante da análise das respostas dos alunos às avaliações formais, orais e escritas, no que tange as questões relacionadas ao tema funções, observadas por nós tanto em nossas aulas de matemática, quanto nas macroavaliações (SAEB, ENEM), notamos uma grande quantidade de erros como: representação nos vários registros, leitura e interpretação de gráficos de funções, entre outros, que os levam a um baixo rendimento e a dificuldades no decorrer dos estudos.

Elaboramos então, uma Intervenção de Ensino com o objetivo de proporcionar aos alunos um ambiente que lhes permitissem, por meio do uso da tecnologia, interagir com o conceito de função, mais especificamente a função afim, a partir de suas diferentes representações.

Nessa Intervenção, ao pensarmos no computador como ferramenta para auxiliar no ensino, sobretudo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, na verdade estamos nos referindo aos aplicativos que usaremos com a finalidade de nos ajudar neste processo para aquisição de conceitos matemáticos.

Dentro do conjunto de aplicativos, ora disponíveis no mercado, podemos subdividi-los em dois grupos: os aplicativos produzidos especialmente para a área de educação, é o caso do Cabri-Géomètre e *Graphmatica*, apenas para citar alguns, e os aplicativos produzidos para os mais diversos usos, como é o caso dos processadores de textos, planilhas eletrônicas e aplicativos gráficos. Nosso interesse é discutir a utilização desse último aplicativo dentro da educação em geral e na sala de aula de Matemática em especial.

Diante do exposto, esperamos contribuir para reflexões, estudos e para o debate em Educação Matemática no que diz respeito à aprendizagem de funções, sobretudo a função afim ao respondermos a seguinte questão de pesquisa:

> **Quais as contribuições para a aprendizagem de conceitos relativos à função afim, que uma Intervenção de Ensino com uso do software *Graphmatica* pode trazer?**

Para responder tal questão de pesquisa, traçamos um caminho, fundamentado nos referenciais teóricos, propostas de intervenção, pesquisa e análise dos dados coletados. Esse caminho percorrido será descrito na síntese a seguir.

Na presente Introdução, apresentamos a nossa motivação do estudo, uma breve descrição do trabalho. Expusemos os nossos objetivos e a questão de investigação, bem como a organização desse trabalho que traremos em capítulos que seguem.

Dedicaremos o capítulo 1 a uma apresentação do conceito de funções, utilizando-se de três perspectivas: a Teórica, o Sistema Educacional e a Educação Matemática.

No capítulo 2, apresentaremos a discussão teórica que sobejais o nosso estudo. Nele destacamos as idéias teóricas, da Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1986), a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990) e ainda a visão da utilização de tecnologias a luz da Etnomatemática, D'Ambrosio (1998).

No capítulo 3 faremos a descrição da nossa opção metodológica e o desenvolvimento da mesma. Para tal, descreveremos as fases constituintes dessa pesquisa – pré-teste, Intervenção de Ensino e pós-teste –, além do material utilizado na coleta dos dados e os detalhes da Intervenção.

Apresentaremos no capítulo 4 uma análise de cunho quantitativo e qualitativo dos dados coletados nas etapas que constituíram esse trabalho, com o auxílio de recursos dos softwares SPSS e Excel para o tratamento estatístico dos dados.

Finalmente, no capítulo 5, traremos algumas considerações finais e conclusões oriundas da análise dos dados dessa pesquisa.

CAPÍTULO 1:

FUNÇÃO A PARTIR DE 3 PERSPECTIVAS

CAPÍTULO 1 - FUNÇÃO A PARTIR DE 3 PERSPECTIVAS

Introdução

Este capítulo é dedicado à apresentação de três perspectivas, as quais nos ajudarão a situar o nosso objeto de estudo – função afim – no tempo e no espaço. Não temos, portanto, a pretensão de esgotar o tema, mas apenas, queremos apresentar a função afim do ponto de vista da matemática, fazendo um breve relato de sua construção ao longo do tempo. Na seqüência procederemos com a apresentação da função afim sob a ótica do sistema educacional brasileiro e nessa perspectiva traremos a visão da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino Médio (LDBEM) e também dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Ainda nessa seção, abordaremos as macroavaliações (nacional e estadual). Por fim, o capítulo abordará a função afim do ponto de vista da Educação Matemática.

1.1 A Perspectiva da Matemática

Quando nos deparamos com as atuais pesquisas em ensino de Matemática, notamos a constante ênfase que os estudiosos da área dão a um ensino que possibilite a integração do conteúdo matemático com o mundo real, situando esse objeto matemático como uma manifestação cultural. Assim há uma preocupação de situar o objeto desde a sua origem como nos traz D'Ambrosio (2006):

> A interpretação das chamadas fontes históricas depende muito de uma ideologia e de uma metodologia de análise dessas fontes. O conjunto dessas metodologias, não só na análise, mas também na identificação das fontes é o que se chama historiografia. Obviamente, a historiografia reflete uma ideologia e depende de uma filosofia de suporte, no caso da filosofia da matemática. [1]

---

[1] Estas informações constam em material fornecidos pelo autor em suas notas de aula da disciplina: Historia e Filosofia da Matemática, oferecida no 1º semestre de 2006, no Programa de Pós Graduação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Além da importância do contexto histórico, uma abordagem sobre funções por este contexto, pode em muitas situações, despertar o nosso aluno para uma outra visão mais humanista do ensino de Matemática, pois lida com a sua curiosidade e uma outra didática, tidos como elementos motivadores, os quais não se atêm às repetições de regras e cálculos infindáveis.

Encontramos ainda pesquisas como a realizada por Oliveira (1997), as quais apontam para a necessidade de que em uma apresentação do conceito teórico básico, o professor deve usar uma coleção de livros ou a construção de uma boa referência: notas de aula que ele produza em lousa, partindo de uma pesquisa a referenciais confiáveis. Tais recursos servem como auxílio a uma preparação teórica de uma “boa” aula.

Com a pretensão de trazer uma contribuição para construção do conceito de função afim, subdividiremos esta seção em dois breves relatos:

- O primeiro, sobre a história da função, no qual iniciaremos uma apresentação de uma parte muitas vezes deixada de lado no ensino de funções, uma abordagem histórica.

- O segundo, sobre o livro didático, no qual traremos uma breve abordagem do tema funções nos livros atuais e suas contribuições para construção de conceitos relativos à função, mais especificamente função afim ou de 1º grau como alguns autores a classificam.

1.1.1 A história da função

Quando procuramos a origem do conceito de função nos livros de história da matemática – Boyer (1974) – Caraça (1989) – notamos que os mesmos relacionam o tema aos povos babilônios que, há mais de 4000 anos, apresentavam formas de registro de associações em forma de tabelas, como as tábuas empregadas na astronomia babilônica. Mas o conceito de função, próximo ao que encontramos nos livros didáticos, apareceu inicialmente numa relação gráfica de velocidade e tempo, pela primeira vez em meados do século XIV, na França com Nicola Oresme (1323 -

1382). Estudos sobre estes períodos, Antiguidade e Idade Média, assim como na modernidade, são trazidos em pesquisas de Bourbaki (1976), Dieudonné (1980) e Youshkevich (1981), que dividem esses períodos em etapas até a metade do século XIX.

Para Youschkevitch (1981), na Antiguidade, não houve uma generalização de quantidades variáveis nem de funções. Já na Idade Média, a civilização européia utilizava descrições verbais ou gráficas, nas representações de dependência entre duas quantidades. Por fim, no período moderno, a partir do século XVII, uma revolução ocorre na matemática com a introdução de um estudo analítico, o qual se utilizava de registros em uma forma algébrica simbólica desenvolvida por Viéte (1540-1603) e que, por sua eficácia, manteve-se como elemento central das ciências exatas até meados do século XVIII, cujo lugar como expressão analítica, em trabalhos desenvolvidos independentemente por Fermat (1601-1665) e Descartes[2] (1596-1650), revelou-se inadequado e constituiu importante fator para o surgimento da Análise Matemática.

Em 1673, quando nos deparamos com o uso da palavra função, pela primeira vez uma terminologia de Leibniz (1646-1716), tem-se um importante momento de estudos das funções alem de Leibniz, pelo inglês Isaac Newton (1642-1727) com o qual se contemporizou os estudos do Cálculo, contudo o termo função foi usado sem uma definição sobre domínio ou de contradomínio.

Esse foi um momento de grande importância, dando continuidade à organização da matemática como um corpo do conhecimento com estilo próprio e de abertura a novas linguagens e teorias matemáticas, teve como referência Isaac Newton, e suas contribuições para as ciências exatas, como nos traz D'Ambrosio (2006).

> "A Matemática tem, como qualquer outra forma de conhecimento, a sua dimensão política e não se pode negar que seu progresso tem tudo a ver com o contexto social, econômico, político e ideológico. Isso é muitas vezes ignorado e mesmo negado. É muito interessante ilustrar essa tendência com referência a Isaac Newton, sem dúvida a figura maior na modernização da matemática a partir do século XVIII."

---

[2]René Descartes, em sua obra *La Geométrie,* introduziu detalhadamente a idéia de representação de função por meio das coordenadas dos pontos, associada a uma equação e uma curva plana algébrica de um plano de duas linhas x e y perpendiculares. (Descartes, 1903, p. 86 *apud* Youschkevitch, 1981, p.25)

Notamos uma relevante mudança durante a Idade Moderna, com o aprimoramento dos instrumentos de medida, os matemáticos inspiram-se a estudar um novo conceito de funções, pela experiência e pela observação, o que contribuiu para a evolução de tal conceito. Passaram então a realizar um tratamento quantitativo; um tratamento das relações de dependência entre as variáveis *x* e *y* e aplicações desses novos conceitos em fenômenos mecânicos; nas taxas de variações de quantidades e com uma nova linguagem simbólica e sistematizada, ocorrendo as primeiras aproximações do conceito de função com a chamada álgebra, passando a ser expressa por notações algébricas.

O conceito de funções, desde então, teve uma contribuição fundamental para o desenvolvimento da noção de infinito, junto aos campos do cálculo diferencial e da análise matemática, sinalizando uma modernização do ensino de Matemática. Em 1864, houve o primeiro momento de discussão sobre o dinamismo que o conteúdo de funções poderia trazer ao ensino da Matemática nas Engenharias. Essas idéias se estenderam aos anos seguintes, passando-se a defender o ensino e o conceito de função como parte fundamental do currículo de Matemática, pois este permite “estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre as expressões analíticas e os lugares geométricos (conjunto de todos os pontos que gozam de uma mesma propriedade)” (CARAÇA, 1989)

Esses conceitos passaram a ser aceitos, assimilados e redefinidos sendo retratados em definições como as que encontramos citadas em Baumgart (1992):

> Definição 1 - Uma função é um conjunto de pares ordenados cujos primeiros elementos são todos diferentes.
> Definição 2 - Quando o valor de uma variável depende de outra, a primeira se diz função da segunda.
> Definição 3 - Se a cada valor admissível de x corresponde um ou mais valores de y, então y é função de x.
> Definição 4 - Se y é função de x, então é igual a uma expressão algébrica de x.

Segundo o mesmo, esta definição de "função" foi examinada em vinte textos elementares de álgebra, dos quais onze foram publicados antes de 1959 e nove após 1959, sendo que os textos mais antigos usaram as definições 2, 3, 4 e outras; seis dos mais recentes usaram a definição 1.

Tais definições sofreram algumas alterações, ao longo do tempo e como é possível notar em nossos livros didáticos definição do termo função como de Lima (1989)

> Uma função $f : A \rightarrow B$ consta de três partes: com conjunto A, chamado o domínio da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B, chamado o contradomínio da função, ou o conjunto onde a função toma
> valores e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento de $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$, chamado o valor que a função assume em x (ou no ponto x). (LIMA, 1989, p.10)

Porém definições como esta, vêm sendo alteradas gradualmente nos livros didáticos. Alterações ocorridas desde as propostas advindas do MMM – Movimento da Matemática Moderna – até as atuais, as quais apresentaremos na subseção a seguir.

1.1.2 O Livro Didático

O livro didático ocupa uma posição de destaque no ensino de funções, por meio dele podemos definir parâmetros para o uso de conceitos em nossas práticas.

Esta idéia é percebida em estudos como de Rossini (2006), nos quais ela destaca a importância da análise de livros didáticos em um trabalho dedicado à formação de professores, justificando que os mesmos se apóiam nesse tipo de material didático para preparar suas aulas:

> "Não se pode esquecer, entretanto, que o livro didático é hoje o principal, se não o único instrumento do professor de Matemática; ele determina os conteúdos e a forma de abordá-los" (ROSSINI, 2006, p.143)

Tal fato por ela citado, um retrato do ensino atual é baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN:

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (BRASIL, 2007, p.22)

Com a finalidade de corrigir tal erro, os livros didáticos recentes passaram a ser avaliados por programas federais como o Programa Nacional do Livro Didático –

PNLD (2005), que adota critérios de eliminação: correção dos conceitos e informações básicas, correção e adequação metodológica, contribuição para a construção da cidadania e o mais recente, destinado especificamente ao ensino médio, o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM (2005) – programa este que prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país, possibilitando a estes igualdade de acesso as informações básicas disponíveis nos livros didáticos. Estes livros precisam ser aprovados pelos pareceristas. Segundo eles, a abordagem nos livros didáticos sobre estudo de funções, como objeto matemático, deve considerar os critérios a seguir:

> Apesar da importância do conceito de função, a abordagem adotada por algumas coleções requer cuidado. É comum que, em primeiro lugar, muitas sobrevalorizem a representação algébrica da função, a fórmula, sem salientar suas características importantes para seu uso como modelo. A função linear passa a ser apenas a expressão *f(x)=ax*. Sua caracterização, como um modelo em que a taxa de crescimento é constante, perde força nessa abordagem. Em muitos casos, o estudo de função restringe-se a conhecer uma fórmula geral, calcular valores e traçar o gráfico. (BRASIL, 2007, p. 44)

Adotando as recomendações dos pareceristas do MEC[3] e tendências propiciadas pelas pesquisas em ensino de Matemática, os livros didáticos atuais iniciam os tópicos de funções com problemas que exploram intuitivamente o conceito de função e somente após este momento, abordam a definição do termo função, com nos traz a obra de Dante(2004):

Definição e notação

Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$.

Usamos a seguinte notação:

$$f: A \rightarrow B \quad \text{ou} \quad A \xrightarrow{f} B$$

que se lê: f é uma função de A em B.

Figura 1 - Definição de do livro de Dante (2004, p.30)

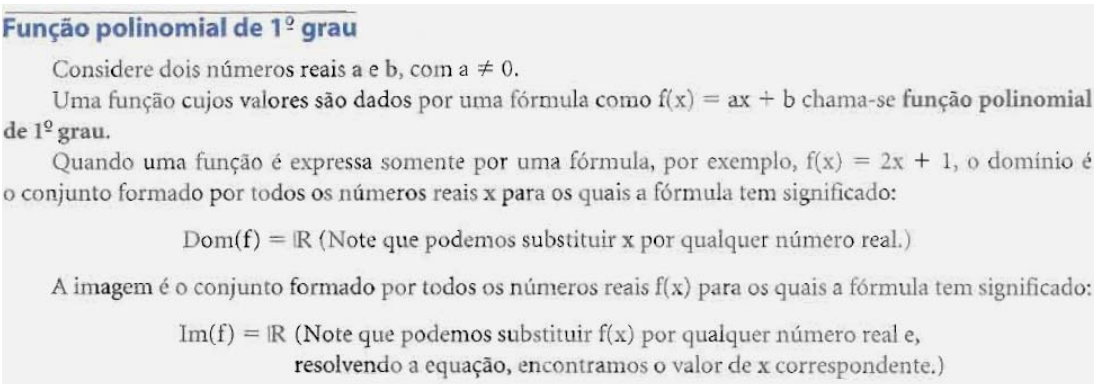
Tais definições são fundamentais para a compreensão do conceito principal objeto de nossa questão de pesquisa, o conceito de função afim, que Dante (2004)

[3] MEC é a sigla que por muitos anos significou: Ministério da Educação e Cultura , o qual por decreto federal em 1985 passou a ser o denominado Ministério da Educação.

traz: “Uma função f : $\Re \rightarrow \Re$ chama-se função afim quando existem dois números reais ***a*** e ***b*** tal que f(x) = ax + b, para todo e qualquer $x \in \Re$” , relatando a existência de casos particulares importantes das mesmas:

- *Função identidade,* caso no qual a constante “a” valerá 1 e “b” valerá 0, e suas possíveis *translações* com a alteração do valor da constante “b”
- *Função linear*, caso no qual a constante “a” pertencerá ao conjunto dos números reais não nulos e “b” valerá 0,
- *Função constante*, caso no qual a constante “a” será nula e “b” pertencerá ao conjunto dos números reais.

Outros autores se utilizam de outra terminologia para função afim, o termo *função polinomial de 1º grau*, que é retratado nos livros didáticos atuais com as seguintes definições trazidas por Gueli (2003, p.15):



Função polinomial de 1º grau

Considere dois números reais a e b, com a ≠ 0.

Uma função cujos valores são dados por uma fórmula como f(x) = ax + b chama-se **função polinomial de 1º grau.**

Quando uma função é expressa somente por uma fórmula, por exemplo, f(x) = 2x + 1, o domínio é o conjunto formado por todos os números reais x para os quais a fórmula tem significado:

Dom(f) = ℝ (Note que podemos substituir x por qualquer número real.)

A imagem é o conjunto formado por todos os números reais f(x) para os quais a fórmula tem significado:

Im(f) = ℝ (Note que podemos substituir f(x) por qualquer número real e, resolvendo a equação, encontramos o valor de x correspondente.)

Figura 2 – Exemplo de definição de função do 1º grau nos livros didáticos atuais

Estas definições são encontradas não somente nos autores acima, mas são reflexos de definições ora utilizadas por grande parte dos autores contemporâneos. Após este breve relato histórico e das definições trazidas nos livros didáticos, passaremos a discutir a Matemática, em especial a função na perspectiva do sistema educacional brasileiro.

1.2 A Perspectiva do Sistema Educacional

Atualmente, quando falamos em um Sistema Educacional, devemos lembrar que o Brasil tem sua estrutura de ensino dividida em dois segmentos bem definidos: O Ensino Básico e o Ensino Superior. O Ensino Básico se encontra subdividido em níveis dos quais nos ateremos ao 4º Ciclo do Ensino Fundamental-II e Ensino Médio, por serem objeto de nossa pesquisa.

Nestes níveis, encontramos como norteadores para suas atuações os documentos elaborados pelos governos estadual e federal, entre eles: as Leis de Diretrizes e Bases Nacionais (LDBEN - Lei nº. 9394/96), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, doravante (OCEM), além da Proposta Curricular de Ensino do Estado de São Paulo. O Ensino Médio conta com diretrizes elaboradas pelas equipes técnicas e representantes da comunidade acadêmica entre outros, com o objetivo de elaborar um documento que facilitasse o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), que em seu texto resume assim sua função:

> Os atuais marcos legais para oferta do ensino médio, consubstanciados na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº. 9394/96), representam um divisor na construção da identidade da terceira etapa da educação básica brasileira. Dois aspectos merecem destaque.
> O primeiro diz respeito às finalidades atribuídas ao ensino médio: o aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu pensamento crítico, sua preparação para o mundo do trabalho e o desenvolvimento de competências para continuar seu aprendizado. (Art. 35)
> O segundo propõe a organização curricular com os seguintes componentes:
> • base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada que atenda a especificidades regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e do próprio aluno (Art. 26);
> • planejamento e desenvolvimento orgânico do currículo, superando a organização por disciplinas estanques;
> • integração e articulação dos conhecimentos em processo permanente de interdisciplinaridade e contextualização;
> • proposta pedagógica elaborada e executada pelos estabelecimentos de ensino, respeitadas as normas comuns e as de seu sistema de ensino;
> • participação dos docentes na elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino. (Brasília, 2006, p.7)

Tais propostas de uma organização curricular que permita a análise e adequação à cultura de cada estabelecimento de ensino podem gerar incompreensões e provocar erros de percurso, porém segundo D'Ambrosio (1996, p.64): "*é uma ilusão napoleônica achar que um currículo obrigatório, que atenda todo o país, terá qualquer efeito no melhoramento da educação*", sugerindo que essa organização curricular proposta pelas OCEM, atende as reflexões oriundas de pesquisas em educação. É importante ressaltar que tais currículos devem ser discutidos entre os alunos, professores e comunidade em uma proposta que reflita sobre o que é desejado e necessário, respondendo as características locais.

Especificamente no Ensino Básico, nosso objeto de estudo, um componente curricular que é comumente encontrado nas propostas curriculares, é o estudo de funções. Por estar presente nas diversas áreas do conhecimento, o aluno deve compreender que as funções permitem modelar matematicamente situações que, pela resolução de problemas, auxiliam o homem em suas atividades.

Neste contexto, as funções antes de tudo, devem ser encaradas como uma construção histórica e dinâmica que tem a capacidade de nos proporcionar mobilidade às incursões no campo matemático, isso por conta de sua variabilidade e de sua possibilidade de análise do objeto de estudo, além de sua atuação em campos distintos específicos da Matemática e de outras ciências exatas. Essa mobilidade proporciona ao aluno a percepção analítica de leitura do objeto matemático.

Nesta perspectiva os documentos oficiais não definem quais os conceitos ou conteúdos que devem ser trabalhados, mas nos oferecem diretrizes como podemos analisar nos trechos a seguir:

No Ensino Fundamental, por meio dos PCN (1998):

> "O detalhamento de conteúdos por ciclos, que será feito na seqüência deste documento, não implica sua imediata transposição para a prática da sala de aula. É fundamental ressaltar que, ao serem reinterpretados regionalmente (nos estados e municípios) e localmente (nas unidades escolares), os conteúdos, além de incorporar elementos específicos de cada realidade, serão organizados de forma articulada e integrada ao projeto educacional de cada escola." (Brasil, 1998, p. 52)

No Ensino Médio, por meio das OCEM (2006):

> A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um "fazer matemático" por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. Neste documento, os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: *Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade.* Isso não significa que os conteúdos desses blocos devam ser trabalhados de forma estanque, mas, ao contrário, deve-se buscar constantemente a articulação entre eles. (Brasília, 2006, p.70)

Como conteúdo da Matemática, ateremo-nos ao conteúdo e conceito de função alem de como são retratados nos sistemas de ensino. As *funções* tiveram diversos conceitos, porém nem todos foram abordados nas salas de aula. Youschkevitch (1981) relata que, na Antigüidade, funções eram usadas como estudo de casos de dependência entre duas quantidades, não isolando as noções de variáveis e de função. Na Idade Média, tais noções usavam formas geométricas como representação, mas prevaleciam, em sua maioria, as descrições verbais ou gráficas de casos concretos.

O ensino de funções que ora presenciamos, no Ensino Básico, está segmentado em dois momentos complementares, o Ensino Fundamental, em especial no final do mesmo e no Ensino Médio, tendo seus conceitos apresentados em diversos estágios durante os três anos que o compõem, como vemos presente nas Propostas Curriculares do Estado de São Paulo:

> "Também entre os segmentos do Ensino Fundamental e do Médio um mesmo tema pode, e muitas vezes deve, ser retomado tendo em vista uma ampliação de horizontes ou uma re-significação de idéias. Mais uma vez,citando o tema proporcionalidade,é inevitável sua retomada no Ensino Médio quando o centro de interesse for o estudo das funções linear e afim, seja em contexto puramente matemático ou aplicado ao estudo da cinemática apresentado na Física." (SÃO PAULO, 2008, p. 49)

O Ensino Fundamental, no que se refere ao objeto matemático funções, tem como finalidade apresentar as noções básicas de função afim e das funções quadráticas, um conhecimento que possibilite a compreensão da relação de dependência entre grandezas. Estes conteúdos, em muitos casos são apresentados como subsídio para uma melhor interpretação de fenômenos e representações gráficas advindas das disciplinas de ciências químicas e físicas, atualmente divididas em muitos livros em ensino de física e ensino de química, seguindo as orientações dos PCN (1998).

> Como as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a interpretação deste, as possibilidades de integração da Matemática com as outras áreas do ensino fundamental ficam evidentes, como Ciências Naturais (densidade, velocidade, energia elétrica) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias) (Brasil, 1998, p. 85).

Abaixo está o Quadro 1 com proposta de conteúdo a ser trabalhado por série e bimestre, do Ensino fundamental Ciclo II, apresentada pelas Propostas Curriculares do Estado de São Paulo (SÂO PAULO, 2008, p. 53).

Quadro 1 - Proposta de conteúdo a ser trabalhado por série e bimestre, do Ensino fundamental Ciclo II

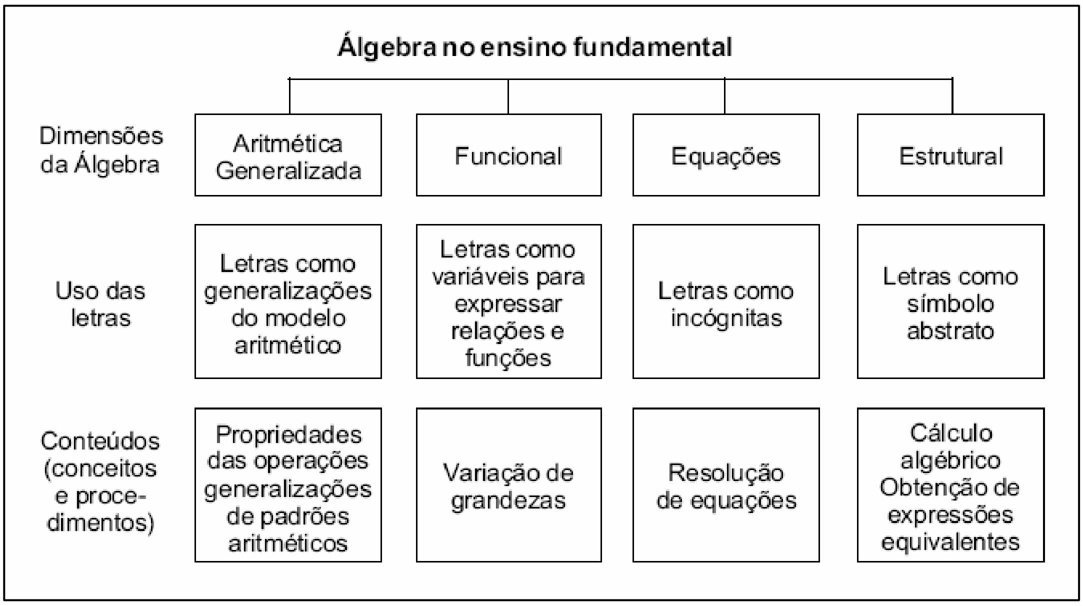
	5ª Série	6ª Série	7ª Série	8ª Série
2º Bimestre	**Números decimais** • Representação. • Transformação em fração decimal. • Operações. **Sistemas de medida** • Medidas de comprimento, massa e capacidade. • Sistema métrico decimal: múltiplos e submúltiplos da unidade.	**Geometria** • Ângulos. • Polígonos. • Circunferência. • Simetrias. • Construções geométricas. • Poliedros.	**Expressões algébricas** • Equivalências e transformações. • Produtos notáveis. • Fatoração algébrica.	**Álgebra** • Equações do 2º grau: resolução e problemas. **Funções** • Noções básicas sobre função. • A idéia de variação. • Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus.

É neste nível de ensino, que há uma busca em relacionar funções com a álgebra, por meio de situações problema como traz Brousseau (1996), problemas esses construídos a partir de situações reais, possibilitando explorar os significados matemáticos e permitindo a resolução de problemas que envolvam valores desconhecidos. Há uma expectativa de que o aluno do Ensino Fundamental deve nesse estágio de ensino, tomar conhecimento das relações de variável independente e dependente, sobre os valores numéricos de uma função e a representação gráfica das funções afim em relação ao eixo x e y. Esta é uma orientação clara contida nos PCN (1998), como vemos abaixo.

> Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe. (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998, p. 84)

Os PCN trazem ainda em seu texto um quadro com as expectativas do ensino de álgebra, o qual vemos no Quadro 2 que segue:

Quadro 2 - Quadro sobre Álgebra no ensino extraído dos PCN (Brasil, 1998, p.116)



No Ensino Médio, os conceitos já trabalhados no Ensino Fundamental devem ser ampliados e aprofundados, permitindo que o aluno consiga identificar regularidades matemáticas, generalizar e apropriar-se de uma linguagem adequada a fim de descrever e interpretar fenômenos ligados à Matemática e as demais áreas do conhecimento. Nesta fase há uma relevância na leitura e interpretação da linguagem gráfica, dando significado às variações das grandezas envolvidas, e possibilita análise para prever resultados, como vemos nas orientações do OCEM (2006):

> O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento (mais ou menos rápido).(Brasília, 2006, p. 72)

Enquanto os conteúdos e conceitos previstos para o Ensino Fundamental se limitam ao que foi descrito anteriormente, os conteúdos e conceitos pertinentes ao Ensino Médio se desdobram em: função afim ou função do 1º grau; função quadrática ou função do 2º grau; função exponencial; função logarítmica; função trigonométrica; função modular; como podemos aferir novamente nos PCN e OCEM, que temos representada no Quadro 3 sua organização feita pelas Propostas Curriculares do Estado de São Paulo (SÂO PAULO,2008,p. 53).

Quadro 3 - Propostas Curriculares do Estado de São Paulo- Ensino de Funções –EM

	1ª Série	2ª Série	3ª Série
2º Bimestre	**Funções** • Relação entre duas grandezas. • Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado. • Função de 1º grau. • Função de 2º grau.	**Matrizes, determinantes e sistemas lineares** • Matrizes: significado como tabelas, características e operações. • A noção de determinante de uma matriz quadrada. • Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento.	**Equações algébricas e números complexos** • Equações polinomiais. • Números complexos: operações e representação geométrica. • Propriedades das raízes de uma equação polinomial. • Relações de Girard.

	1ª Série	2ª Série	3ª Série
3º Bimestre	**Funções exponencial e logarítmica** • Crescimento exponencial. • Função exponencial: equações e inequações. • Logaritmos: definição e propriedades. • Função logarítmica: equações e inequações.	**Análise combinatória e probabilidade** • Raciocínio combinatório: princípios multiplicativo e aditivo. • Probabilidade simples. • Casos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações. • Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos.	**Estudo das funções** • Qualidades das funções. • Gráficos: funções trigonométricas, exponencial, logarítmica e polinomiais. • Gráficos: análise de sinal, crescimento e taxa de variação. • Composição: translações e reflexões. • Inversão.

Várias críticas são feitas a este modelo de ensino, entre elas a forte indicação para um enfoque voltado às aplicações da Matemática na vida prática minimizando o valor científico da disciplina e seus contextos internos, entretanto percebemos em sua elaboração uma reflexão frente aos avanços das pesquisas em Educação Matemática, pois nas referências destes documentos há várias sínteses oriundas de tendências metodológicas em Educação Matemática assim como aos procedimentos de avaliação.

Outra crítica muitas vezes trazida a este atual sistema de ensino se refere aos exames nacionais, que não tem apresentado indicadores de mudanças frente aos resultados aferidos e propostas implementadas.

Sobre estes resultados e suas formas de avaliação passamos a discorrer na seção seguinte.

1.2.1 – As Macroavaliações

As macroavaliações, realizadas pelo governo federal, por meio dos testes periódicos – ENEM[4] e SAEB[5], –são instrumentos de pesquisa de âmbito nacional aplicados desde a década de 90. Esses exames e seus relatórios analíticos são instrumentos de grande importância, segundo seus organizadores, para se refletir sobre as possíveis ações a serem realizadas pelos governos, pelas escolas, pelos professores e alunos; pois este implica a todos os componentes do processo educacional. Essas avaliações têm por objetivo subsidiar formulações, reformulações e monitoramento das políticas públicas, visando melhorar a qualidade da educação brasileira. Os dados coletados destes instrumentos são tabulados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), responsável pela aplicação e estudo dos dados das macroavaliações com os critérios definidos abaixo:

> A qualidade do conteúdo aprendido nas escolas é verificada por meio de avaliações para medir as competências e as habilidades desenvolvidas pelos alunos. O processo guarda semelhanças ao que os professores fazem para avaliar se seus alunos aprenderam ou não uma determinada matéria. (BRASIL, 2004, p.9)

Essas macroavaliações, em especial o ENEM, um exame de caráter voluntário; apesar de ter seus resultados vinculados a processos seletivos de Instituições de Ensino Superior (IES) (de forma optativa atualmente) e obrigatório para participar de programa de incentivo ao ensino Superior - ProUni – Programa Universidade para Todos – buscam em sua proposta, sinais que indiquem não apenas a memorização de conteúdos programáticos, mas das competências e habilidades que permitem ao indivíduo a compreensão do mundo e diante das situações-problemas não saibam apenas conceitos e sim “saber como fazer”, valorizando a autonomia dos jovens frente as decisões.

Esta forma de exame, baseada em competências e habilidades citadas, acreditamos em parte atender uma expectativa frente a exames nacionais feita por D’Ambrosio (1996) em sua obra, Educação Matemática da Teoria à Prática, momento que questionava a maneira como eram conduzidas as avaliações .

---

[4] Exame Nacional de Ensino Médio, realizados anualmente desde 1997, junto a alunos concluintes ou que já concluíram o Ensino Médio, com inscrição facultativa é elaborado e aplicado pelo INEP , autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC).

[5] Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é uma pesquisa por amostragem, do ensino fundamental e médio, realizada a cada dois anos em séries finais dos ciclos e apesar de em 2005 passar a ser nomeado Aneb - Avaliação Nacional de Ensino Básico manteve a nomenclatura Saeb em suas divulgações

> [...] mais absurdo e obsoleto é pensar em testes padronizados e nacionais. Isso vai frontalmente contra as novas conceituações de educação, tanto no ponto de vista social, quanto do ponto de vista cognitivo. Tudo o que há de mais moderno em cognição e aprendizagem mostra que testes padronizados muitas vezes têm efeito negativo no aprendizado. (D'AMBROSIO, 1996, p. 64).

Comparando o ENEM com outros testes, D'Ambrosio aponta para modelos mais adequados de exames, aqueles que possam avaliar a cultura de uma forma mais ampla como o vestibular da Universidade de Campinas – Unicamp, no qual se coloca a pessoa numa situação nova e se vê o que ela é capaz de fazer.

Em contrapartida, os exames como SAEB são de realização obrigatória e têm finalidades assim como o SARESP[6], de âmbito estadual, de avaliar como estão os rendimentos e quais os reais resultados do ensino em seus respectivos níveis, sejam eles no Ensino Fundamental ou Ensino Médio. Ressaltando que tais exames buscam associar ainda a esses resultados dados referentes a fatores socioeconômicos que influenciam no processo de ensino.

Os resultados destes exames propiciam a análise dos dados obtidos no Relatório do SAEB (2004), um exame que é feito sob as seguintes características:

> O objetivo é avaliar (por meio de testes de múltipla escolha) a qualidade, eqüidade e eficiência do ensino-aprendizagem nos ensinos fundamental e médio. Aplicam-se, então, estes testes em amostras representativas da população escolar brasileira. Não se pretende avaliar cada aluno, mas o conjunto do sistema educacional. Além dos testes, são aplicados questionários socioeconômicos aos alunos para investigação dos fatores associados ao desempenho. São aplicados também questionários junto aos professores, diretores, turmas e escolas para produzir informações ligadas aos fatores escolares. Os dados obtidos devem subsidiar o planejamento de políticas públicas orientadas para a melhoria da qualidade da educação. (BRASIL, 2004, p. 9)

Segundo seus analistas, ao se produzir um diagnóstico das diferenças entre níveis de proficiência (aprendizagem), das desigualdades sociais internas e externas ao sistema, das relações entre elas, entre outras conforme citado no relatório SAEB (2004), chega-se a seguinte conclusão:

No quesito Matemática, o SAEB distribuiu os estudantes por faixas de proficiência extraídas de uma escala única, com isso possibilitou a comparação de diferentes séries e anos. Ordenou o desempenho dos alunos em faixas, e seus resultados codificados em dez níveis, dispostos em estágios de construção de

---

[6] Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, que teve sua criação, em meados da década de 90 e vem avaliando sistematicamente o sistema de ensino paulista.

competências e desenvolvimento de habilidades adequadas para cada série, como prevêem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Este exame traz questões, Figuras 3 e 4, onde são descritas as habilidades a serem desenvolvidas ao longo de cada ciclo e que resultam nos temas e nos descritores, que ora citamos alguns pertinentes ao nosso objeto de pesquisa, assim como questões e exemplos fornecidos pelo MEC.

Descritores SAEB para o 3º ano do EM:

Tema I. Espaço e Forma

- D6 – Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
- D7 – Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
- D8 – Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Tema III. Números e Operações /Álgebra e Funções

- D18 – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
- D19 – Resolver problema envolvendo uma função de primeiro grau.
- D20–Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
- D21 – Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
- D23 – Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes.
- D24 – Reconhecer a representação algébrica de uma função do primeiro grau, dado o seu gráfico.

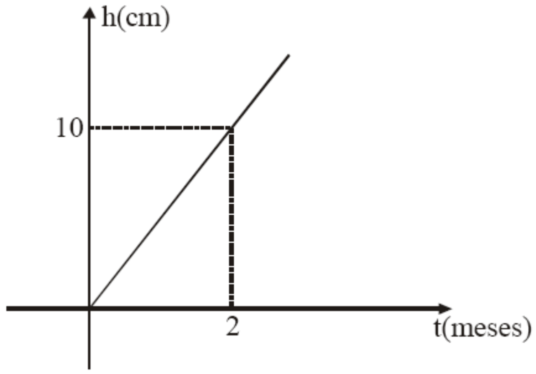
Exemplo de item do descritor D19:

Marcelo trabalha em uma loja de brinquedos. Seu salário mensal é representado por uma função do 1º grau, $S= 0,02x + 50$, onde x representa o total das vendas, em reais. Num dado mês, Marcelo recebeu R$ 1 250,00. O valor das vendas efetuadas é de

Figura 3 - Exemplo do Descritor D19 – SAEB (Brasil, 2004)

Exemplo de item do descritor D24:

O gráfico seguinte representa a altura (h) de uma planta, dada em centímetros, em função do tempo (t), expresso em meses.



A expressão algébrica que representa a função esboçada é

(A) **h = 5t.**

(B) h = t + 5.

(C) h = 2t + 10.

(D) h = 5t + 10.

(E) h = 10t + 2.

Figura 4 – Exemplo de item do descritor D24

Analisando os resultados em avaliações das questões que representavam os descritores acima, os situados no estágio crítico, segundo classificação do SAEB (2004), Quadro 4, desenvolveram apenas algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não desenvolveram mudanças de registro, segundo Duval (2003), uma forma de compreensão do funcionamento cognitivo, sendo este um resultado, segundo os analistas no SAEB(2004), bastante aquém do esperado dos alunos nessa fase de ensino.

É nesse estágio que se encontra a maioria dos estudantes avaliados pelo exame realizado no ano de 2001, cuja tradução do desempenho nos testes foi classificada em estágios conforme tabela extraída do relatório SAEB (2004, p.11) com: *Freqüência e percentual de alunos nos estágios de construção de competências – Matemática – 3ª Série do Ensino Médio – Brasil – 2001* e suas respectivas legendas sobre: construção de competências e desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas em cada um dos estágios, como apresentado no Quadro 4 na página seguinte.:

Quadro 4 - Tabela e Legendas extraídas de SAEB (2004, p. 11)

Estágio	População	%
Muito Crítico	99.969	4,84
Crítico	1.294.072	62,60
Intermediário	549.306	26,57
Adequado	123.800	5,99
Total	2.067.147	100,00

Muito crítico	**Não conseguem responder a comandos operacionais elementares compatíveis com a 3ª série do E.M. (construção, leitura e interpretação gráfica; uso de propriedades de figuras geométricas planas e compreensão de outras funções). Os alunos neste estagio alcançaram o nível 3 na escala do SAEB.**
Crítico	**Desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem matemática específica, estando, portanto aquém do exigido para a 3ª série do E.M. (construção, leitura e interpretação gráfica, uso de algumas propriedades e características de figuras geométricas planas e resolução de funções logarítmicas e exponenciais). Os alunos neste estágio alcançaram os níveis 4 ou 5 da escala do SAEB.**
Intermediário	**Apresentam algumas habilidades de interpretação de problemas. Fazem uso de linguagem matemática específica, porém a resolução é insuficiente ao que é exigido para a 3ª série do E.M. (reconhecem e utilizam alguns elementos de geometria analítica, equações polinomiais e reconhecem algumas operações dos números complexos). Os alunos, neste estágio, alcançaram os níveis 6 ou 7 da escola do SAEB.**
Adequado	**Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente; fazem uso correto da linguagem matemática específica. Apresentam habilidades compatíveis com a série em questão. (reconhecem e utilizam elementos de geometria analítica, equações polinomiais e desenvolvem operações com os números complexos). Os alunos, neste estágio, alcançaram os níveis 8, 9 ou 10 na escala do SAEB.**

Com tal detalhamento, podemos compreender um pouco sobre as faixas, os níveis e estágios construídos pelos analistas e com tais classificações, compreender os resultados do SAEB 2001, um norteador que apresentou um patamar equivalente ao padrão de proficiência *crítico*, com 62,6% dos estudantes neste estágio e apenas 6% no *adequado*. Um dado grave observado foi o fato de que 4,8% dos estudantes (estágio *muito crítico*) não conseguem sequer responder a comandos operacionais elementares compatíveis com a 3ª série do ensino médio e que tais níveis de aprendizagem matemática seriam aceitáveis apenas para estudantes da 4ª série do ensino fundamental e somente 6% dos estudantes atingiram um padrão adequado para a 3ª série de ensino médio – o que é extremamente precário.

Com este diagnóstico do panorama nacional, feito pelo INEP, podemos ter um detalhamento de como esses institutos contribuem para a busca de uma qualidade da educação do Brasil, que naquele momento e ora está aquém do esperado. A proposta do SAEB se coloca ao lado dos educadores e gestores como instrumento de transformação educacional, munindo-os de informações para uma melhoria da educação brasileira e de superação dos problemas diagnosticados.

Comparado ao SAEB, as avaliações estaduais como as do SARESP (2007) trazem um retrato muito próximo das que vemos, nas quais é feita uma descrição por níveis de proficiência e a partir dos mesmos são traçados planos de metas para os próximos anos junto às instituições da rede Estadual de São Paulo. Para uma melhor visão trazemos no anexo 3 os resultados gerais da análise do último exame realizado em 2007, no qual os alunos da escola em questão atingiram uma pontuação acima da média estadual, sendo que apenas 2,5% foram considerados adequados, um dado alarmante.

Tais resultados remetem a sociedade e os órgãos a produzir discussões sobre a relação entre o currículo proposto pelo PCNEM e o que é cobrado em exames como o SAEB e ENEM. E reflexões são trazidas por pareceristas do MEC, ligadas à pesquisas em Educação Matemática como a Profª. Drª. Celi Aparecida Espasandin Lopes, vinculada a Universidade de Campinas que traz o seguinte relato:

> O ensino médio é avaliado pelo SAEB e pelo ENEM, duas avaliações que são orientadas por concepções bastante distintas. As questões do ENEM baseiam-se em um modelo de situações de aprendizagem, contextualizadas e interdisciplinares, que poderiam ser realizadas em sala de aula. Em geral, a grande questão dos professores é: preparo o aluno para o vestibular, para o ENEM, ou para o SAEB?
> Os dois sistemas nacionais de avaliação que contemplam o ensino médio são o SAEB e o ENEM. O SAEB caracteriza-se pela avaliação de conteúdos de aprendizagem, ou seja, não focaliza as competências, tarefa que ficaria a cargo do ENEM. A questão colocada é se esse último instrumento avaliativo consegue, efetivamente, avaliar segundo a proposta dos PCNEM. Até que ponto o ENEM consegue levar em consideração as principais competências e habilidades que se esperam de um aluno do ensino médio, no caso específico da Matemática? Sem dúvida, é preciso repensar os sistemas de avaliação nacionais, na tentativa de avaliá-los de acordo com o modelo proposto pelos PCNEM, particularmente no que se refere à utilização de seus resultados. Até que ponto o modelo proposto pelo PISA poderia se adequar?
> De qualquer forma, parece-me que deve ficar bem claro, aos nossos gestores, que mecanismos de avaliação são produto de estruturas curriculares, e não o contrário, como vemos freqüentemente.

Como vimos, as análises dos relatórios e dos resultados das macroavaliações, são fonte para muitas discussões e pesquisas, em especial ao nosso foco de pesquisa, o Ensino de Matemática, pois são indispensáveis para compreensão das mudanças ocorridas no sistema educacional, portanto, sentimos a necessidade de trazer um breve comentários sobre as contribuições das pesquisas em Educação Matemática, como veremos a seguir.

1.3 A Perspectiva da Educação Matemática

Ao nos referirmos as pesquisas em Educação Matemática, podemos nos remeter ao seu surgimento enquanto campo profissional e científico Segundo estudos de Kilpatrick(1992), *apud*, Fiorentini & Lorenzato(2006), os fatos seguintes foram determinantes para o surgimento da Educação Matemática:

> O primeiro é atribuído à preocupação dos próprios matemáticos e de professores de Matemática sobre a qualidade da divulgação e socialização das idéias matemáticas às novas gerações. Essa preocupação dizia respeito tanto à melhoria de suas aulas quanto à atualização e modernização do currículo escolar da Matemática. De acordo com Schubring (1999) a Matemática foi a primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular. Este movimento aconteceu a partir da Alemanha, no início do século XX, sob a liderança do matemático Felix Klein.
> O segundo fato é atribuído à iniciativa das universidades européias, no final do século XIX, em promover formalmente a formação de professores secundários. Isso contribuiu para o surgimento de especialistas universitários em ensino de Matemática.
> O terceiro fato diz respeito aos estudos experimentais realizados por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX, sobre o modo como as crianças aprendiam a Matemática. (KILPATRICK, 1992, *apud* FIORENTINI & LORENZATO, 2006, p.6)

No Brasil, este movimento foi desencadeado no final dos anos 70 com o advindo do Movimento da Matemática Moderna – MMM – e chegando aos anos 80, temos outro marco para a Educação Matemática a criação da *Sociedade Brasileira de Educação Matemática* (SBEM) e o surgimento dos primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática.

Estes programas, foram sendo criados junto a IES públicas como a Unicamp – Universidade Estadual de Campinas e Universidade Estadual de São Paulo , Unesp, tendo nos anos seguintes participação de instituições particulares como a PUC-SP e outras.

As tendências discutidas entre pesquisadores e educadores matemáticos das últimas décadas, muitos vinculados às instituições citadas anteriormente, apontam para algumas situações subjetivas, pois existe a disciplina matemática com suas especificidades e a educação com as especificidades próprias a ela, como nos traz a visão de D' Ambrosio (1996):

> [...] a disciplina *matemática* como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo da historia para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural [...] (D'AMBROSIO, 1996, p. 7)

> [...] a *educação* como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerado por esses mesmos grupos culturais, com a finalidade de manterem como tal e de avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência. [...]
> (D'AMBROSIO, 1996, p. 8).

Com a identificação de que ambas são estratégias contextualizadas e interdependentes, os campos de pesquisa, entre os quais o da Etnomatemática, procuram a compreensão da evolução de ambas e com a análise das tendências, buscam produzir propostas para um desenvolvimento pleno da educação.

> [...] desenvolvimento pleno, não significa melhores índices de alfabetização, ou melhores índices econômicos e controle de inflação, ou qualidade total na produção, ou quaisquer dos vários índices propostos por filósofos, políticos, economistas e governantes. Tudo se resume em atingirmos melhor qualidade de vida e maior dignidade da humanidade como um todo e isso se manifestam no encontro de cada individuo com outros. (D'AMBROSIO, 1996, p.10)".

Os programas de pós-graduação em Educação Matemática, oferecem diversas opções para um campo de investigação, porém dois objetivos se destacam os de natureza pragmática, visando uma melhoria da qualidade de ensino e outro de cunho científico, visando o desenvolvimento da Educação Matemática enquanto campo de pesquisa, apresentando em seus programas temáticas diversas, dentre as quais, algumas apontadas na obra de Kilpatrick(1992), *apud*, Fiorentini& Lorenzato(2006) , se destacaram nos anos 90,

Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em Educação Matemática de acordo com Kilpatrick (1994) existem sete temáticas de investigação, em Educação Matemática, “em alta” nos anos 90. São elas:

> Processos de ensino/aprendizagem de Matemática;
> Mudanças curriculares;
> Emprego de tecnologias no ensino de Matemática;
> Prática docente;
> Desenvolvimento profissional (de professores);
> Práticas de avaliação; contexto sócio-cultural e político do ensino/aprendizagem de Matemática (idem, 2006, p.36)

Além do exposto, havia a necessidade de se compreender como acontecia o ensino da Matemática, de forma que se demarcasse, nos currículos escolares, uma postura que possibilitasse aos estudantes realizar análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de idéias.

Para Fiorentini&Lorenzato (2006) a Educação Matemática é uma área que engloba inúmeros saberes, em muitas situações que se confundem ou interdependem, podemos afirmar que ele está centrado na prática pedagógica da Matemática, de forma a envolver relações entre o ensino, a aprendizagem e o conhecimento matemático.

Este campo de pesquisa traz inúmeras contribuições aos docentes de Matemática, no desenvolvimento intelectual e profissional, pois ao refletir sobre sua prática, ele torna-se um educador matemático e pesquisador, que vivencia sua própria formação continuada, como cita Damico, em sua tese de doutorado, sobre a formação de professores e a relevância da Educação Matemática:

> A Educação Matemática é um campo de investigação que tem acumulado ao longo dos últimos 30 anos experiências e resultados importantes derivados das pesquisas e avanços no campo da educação, em especial dos estudos sobre a psicologia e sociologia do conhecimento; do desenvolvimento da Educação Matemática e da profissionalização crescente dos educadores. Estes avanços nos permitem conhecer melhor as necessidades formativas dos professores e, como conseqüência, também nos apontam a dimensão do futuro (DAMICO, 2007, p.249)

Esta é uma posição relevante na construção histórica do objeto matemático, na qual um dos objetivos da disciplina Matemática é transpor, para a prática docente, o objeto matemático construído historicamente e possibilitar ao estudante ser um conhecedor desse objeto.

Esta ação reflexiva, segundo Fiorentini&Lorenzato (2006), em muitas instituições de ensino superior infelizmente não é seguida, pois há uma organização de dois grupos profissionais disjuntos: os matemáticos exímios conhecedores de técnicas e os educadores matemáticos com suas expectativas, concepções e interpretações sobre o ensino da Matemática.

Em nossa próxima seção, destacamos algumas pesquisas na área, que contemporizam nossas idéias.

1.3.1 – Pesquisas contemporâneas

A diversidade de pesquisas no ambiente acadêmico, refletem uma constante busca pela melhoria na Educação Matemática frente à realidade de nosso processo – ensino – aprendizagem. Em nossas revisão bibliográfica, encontramos diversos trabalhos de pesquisa em ensino de matemática, com estudos voltados ao ensino de funções assim como o uso da tecnologia na educação. Nesse tópico ressaltaremos algumas dessas pesquisas, relevantes ao tema funções e o uso da tecnologia, por meio das pesquisas de Oliveira(1997), Zuffi (1999), Rossini(2006), Moretti (1998) e Santos, E.(2002)

Contribuições como de Oliveira (1997), que em sua dissertação intitulada: *Conceito de Função: Uma abordagem do Processo Ensino Aprendizagem*, faz um estudo histórico e epistemológico sobre a noção de função, seguido por um estudo das Transposições Didáticas, proposta por Chevallard dos obstáculos epistemológicos e obstáculos didáticos a luz das Teorias de Brousseau.

Sua motivação de pesquisa surgiu ao observar seu trabalho junto a alunos do primeiro ano de Engenharia, os quais apresentavam muita dificuldade em compreender as relações de função com o Curso de Cálculo Diferencial e Integral, baseado nestes referenciais teóricos, desenvolveu em conjunto com alunos do Ensino Superior de Engenharia, um modelo de seqüência didática, a ser aplicada por estes universitários à alunos do segundo ano do Ensino Médio.

Após a realização do mesmo, notou as dificuldades apresentadas, sendo que parte das mesmas eram conseqüências da inadequação da Proposta Curricular de Matemática vigente naquela época, assim como em reflexo a esta, na postura dos professores em sala de aula.

Nessa dissertação, foi apresentado um estudo histórico da noção de função, cujo propósito foi identificar obstáculos epistemológicos ligados a esse conceito, citando que na época a proposta curricular não trazia menção à história das funções e nem ao obstáculo epistemológico a estes ligados. Obstáculos como proporção, homogeneidade e incomensurabilidade de grandezas.

Em seu trabalho, enfatiza a grande dificuldade de transposição dos problemas (língua materna) para a expressão (linguagem algébrica), assim como transferir para realidade as representações gráficas. Destacou ainda que muitos dos estudantes confundiam função com equação, não reconheciam funções constantes e muitos não transitam pelos registros de representação, os classificando como estudantes em concepção de pré-função. Contudo, após a aplicação de uma seqüência didática, o trabalho em duplas permitiu que os alunos participassem ativamente da construção do conceito de função sem a necessidade de representação algébrica e realizaram passagens entre os diversos registros. Por fim a pesquisadora considerou satisfatórios os resultados a luz das teorias de Vergnaud, pois passaram a encarar a função como um campo conceitual.

Zuffi (1999) traz em sua tese de doutorado: "*'Funções' e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio: por uma aprendizagem de significados"* uma investigação sobre as formas de utilização da linguagem matemática por professores do Ensino Médio em sala de aula, ao abordar o conceito de função. O interesse pelo tema se deu pelo seu contato com as dificuldades apresentadas por seus alunos universitários quanto aos elementos de simbologia e linguagem matemática. Sua proposta de pesquisa foi investigar as concepções e o uso que pessoas que tiveram contato com o ambiente escolar fazem da linguagem matemática. A autora aponta em suas pesquisas os principais resultados das pesquisas que tratam do ensino-aprendizagem do conceito de função. Em diversos momentos discute a importância da análise da "expressão do professor através da linguagem matemática" (ZUFFI, 1999, p. 52) para compreender a influência dessa linguagem no entendimento do conceito de função por alunos de Ensino Médio. Zuffi apresenta resumidamente, as características principais do conceito de função na História da Matemática.

Relacionado às dificuldades dos alunos, Zuffi argumenta que a formalização ou não dos conceitos de função por parte dos professores do 2º grau, poderá contribuir muito para compreendermos também as dificuldades apresentadas pelos alunos na transmissão de seus "saberes matemáticos". (ZUFFI, 1999). A pesquisa foi segmentada pelo uso de três instrumentos de pesquisa para coleta de dados: um questionário com vinte perguntas, abordando as concepções de professores sobre a noção de função; entrevistas curtas para completar os dados e esclarecer dúvidas; e observação de aulas para análise da linguagem usada pelos professores quando ensinavam função.

Os sujeitos da pesquisa eram professores que atuavam na 1ª série do Ensino Médio. Em sua análise, usa as observações das aulas, momento no qual as "práticas", não atingem toda a complexidade da definição. (ZUFFI, 1999). Para o caso de função, o que se verificou através da linguagem matemática utilizada pelos professores do Ensino Médio, foi o fato de que os símbolos usados na representação das funções passam a se tornar objetos concretos. Porém, sem que haja, antes disso, a abstração dos significados neles contidos.

Zuffi afirma que na utilização de sua linguagem matemática para caracterizar o ‘objeto’ função, os professores participantes deste, admitem como prioridade a apresentação de exemplos, que são pouco abrangentes no ensino formal e conceitual, apresentando um quadro no qual a linguagem matemática de sala de aula, se pauta ainda, pela apresentação de regras que determinam o funcionamento de cálculos algébricos, aritméticos e a representação gráfica, sempre a partir do algébrico. (ZUFFI, 1999, p. 192).

Rossini, aluna do programa de pós graduação da Pontificia Universidade Católica de São Paulo, teve como objetivo de pesquisa de seu doutoramento, a investigação da (re)construção de conceito de função em um grupo de professores de Matemática da Rede Pública Estadual de Ensino do Estado de São Paulo.

Sua pesquisa contou com a formação de um grupo de professores, com a finalidade de desenvolver coletivamente e aplicar uma seqüência didática para o ensino e a aprendizagem do conceito de funções em uma sala de oitava série da rede pública de São Paulo possibilitando ainda contribuir para a formulação de diretrizes destinadas à formação continuada de professores de Matemática e seu desenvolvimento profissional. Sob o rótulo de formação continuada de professores encontram-se muitas concepções. Rossini, fundamentou seu trabalho,com as seguintes teorias: a Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard (1999), que permitiu modelar o conceito de função, de forma eficiente, em termos de organizações matemáticas. Uma organização matemática ou *praxeologia* é constituída de pelo menos uma tarefa; de técnica(s) para executá-la; ou de uma tecnologia que explica a técnica, ou de uma teoria que, por sua vez, justifica a tecnologia.No projeto por ela exposto, os professores, conforme trazido em sua proposta de pesquisa, construíram e aplicaram uma seqüência didática para o ensino e aprendizagem de função em uma classe de oitava série do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo.

Seu papel de acompanhamento e de análise foi feito com base nas organizações matemáticas mobilizadas pelos professores em torno das concepções de função, entre outros temas, como a abordagem do tema *função* no ensino fundamental. Nesta pesquisa, Rossini traz uma proposta de trabalho com o conceito de função e a forma como ele pode ser introduzido em uma classe de oitava série, sem que se apresente uma definição formal, mas sim organizações em torno de tarefas relacionadas às diversas concepções do tema, considerando-se a concepção de função como máquina, sendo um eixo articulador.

Podemos notar, nos estudos acima descritos, que com os momentos didáticos, a pesquisadora verificou a evolução dos professores, desde a cópia de atividades, da elaboração de roteiros, evidenciando uma adequação à proposta da reconstrução do conceito de funções junto ao professores e uma sugestão : para que isso ocorra, deve-se investir em HTPC´s e em uma formação continuada dos professores.

Por meio da análise dos resultados, Rossini pôde constatar em sua pesquisa, que o professor, ao preparar uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de função e acompanhar a sua aplicação em sala de aula, adquire uma visão mais positiva sobre seus alunos e sentem-se mais realizados em seu trabalho.

Moretti (1998) defendeu seu trabalho de pesquisa titulado “**O conceito de função: os conhecimentos prévios e as interações sociais como desencadeadores da aprendizagem.”,** sob a orientação do Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura , junto a Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP). Sua pesquisa teve por objetivo investigar a idéia e o nível de desenvolvimento do conceito de função por alunos com escolaridade inferior a educação formal. Em especial, as influências dos conceitos previamente adquiridos e das relações sociais nesse processo. Para atingir tal intento, Moretti optou pelo conceito de função, por conseqüência, segundo ela, de “sua relevância social e seu papel dentro da estruturação lógica do conhecimento matemático”.

Para tanto, definiu as categorias de compreensão do conceito, baseando-se em um estudo da literatura referente às pesquisas realizadas subseqüentemente a aprendizagem formal do conceito, e de um pequeno levantamento do histórico do mesmo.

Na ultima fase de sua dissertação, Moretti formou dois grupos distintos de alunos, para que assim, os mesmos pudessem realizar algumas atividades referentes ao conceito de função. No primeiro grupo as atividades eram de caráter individual, enquanto no segundo foram feitas atividades que proporcionavam a interação com os colegas e com a professora. Na análise comparativa dessas duas situações, foi constatado que a atividade que promovia a interação possibilitava um movimento de apropriação do conceito, nos sentidos de abstração e da generalização, fato esse não recorrente na situação de trabalho individual.

Moretti conclui seu trabalho argumentando que a atuação do professor "se estende para além da sala de aula através da elaboração de atividades desencadeadoras, que viabilizem a interação entre os alunos, para que, através dessas relações sociais, passem a perceber a necessidade do conceito."

Em busca de trabalhos que apresentassem o uso da tecnologia como uma ferramenta de auxilio ao aprendizado, nos deparamos com o trabalho de dissertação de Santos,E., de título "Função Afim y = ax + b: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.", realizado sob a orientação de Benedito Antonio da Silva, e apresentado na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) em 2002. Este trabalho teve como objetivo estudar a apropriação de saberes referentes aos coeficientes da equação y=ax + b pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, a partir da utilização de um software programado para essa específica finalidade.

Para chegar a esse intento, o autor elaborou uma seqüência didática com base em princípios da Informática na Educação e na teoria de Raymond Duval (2003), que afirma ser importante para as representações gráficas o procedimento de interpretação global, e também considera a discriminação de variáveis visuais pertinentes além da percepção das variações correlatas na escrita algébrica.

O próximo passo seguido pelo autor foi trabalhar com 5 duplas de alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola privada da cidade de São Paulo utilizando instrumentos de pré-teste e pós-teste, efetuados somente com papel e lápis. No intervalo entre os testes, foram realizados pelo autor sessões de ensino inserido em um ambiente computacional, com o objetivo de fazer o aluno compreender a relação dos coeficientes da equação associada a uma reta. Uma dupla de alunos foi selecionada para análise de suas abordagens utilizadas no decorrer da pesquisa: pré-teste, sessões de informática e pós-teste, caracterizando assim um estudo do caso.

Após a análise dos resultados, pode-se afirmar que houve uma evolução referente à construção de significados dos coeficientes da representação algébrica da função afim, ligados a sua representação gráfica, ou seja, a reta correspondente. A investigação deixa claro que o ambiente informático exposto aos alunos tornou possível uma nova forma de abordagem com os alunos, de avaliar seus desempenhos, ou seja, de desenvolver o processo de ensino – aprendizagem da função afim, especificamente da troca de registros, do gráfico para o algébrico.

A seguir, apresentaremos o capítulo que tratará da fundamentação teórica que sustentará nossa pesquisa, com as teorias de Brousseau, D'Ambrosio e Vergnaud, assim como o uso das novas tecnologias e do Software Graphmatica.

CAPÍTULO 2:

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo é dedicado à apresentação das idéias teóricas, que servirão de sustentação para a elaboração e análise de nossa pesquisa, entre elas destacamos: Teoria das Situações Didáticas, Teoria dos Campos Conceituais, A Etnomatemática e o uso das Tecnologias.

2.1 Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Guy Brousseau, é um modelo teórico voltado para a questão do ensino e da aprendizagem da Matemática baseada nas situações – didáticas e adidáticas – estabelecidas em sala de aula. Ela tem por objetivo trazer contribuições efetivas para a Educação Matemática, tornando-a mais significativa, vinculada a um processo de promoção existencial. Assim, essa teoria centra-se na interação da tríade:

Professor – Aluno - Saber, em um sistema didático, *stricto sensu*, como nos traz o esquema proposto por Almouloud (2007, p.32):

Figura 5 - Tríade de uma situação didática

Essa tríade se estabelece por meio da situação didática, a qual Brousseau (1986) define como:

> Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo "meio" [7], contendo eventualmente instrumentos ou objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (apud Almouloud, 2007, p. 33)

Segundo Almouloud (2007), em uma situação didática, o aluno aprende adaptando-se a um "meio", que possibilite desequilíbrio, dificuldades e contradições, como acontece na sociedade. Esse "meio" tem que estar munido de intenções didáticas claras, pois, caso contrário, pode não permitir a devida aquisição de um conhecimento matemático pelo aprendiz e desta forma o "meio" deve engajar os saberes matemáticos envolvidos no processo ensino e aprendizagem.

Nesse processo, destaca-se o trabalho do professor que, conhecedor da realidade de sua turma, fará escolhas das atividades (situações-problema) mais adequadas a serem trabalhadas pelos alunos. Pensando na ocorrência de uma aprendizagem real, é preciso que o professor se preocupe em desenvolver atividades que permitam que o aluno vivencie fases adidáticas[8] – ação, formulação e validação. Este termo – situações adidáticas – está relacionado à devolutiva que o professor oferece ao aluno após uma ação deste último.

Freitas (2002) explica a importância dessas situações, no processo de ensino, ao afirmar que:

> As situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nas mesmas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar um conhecimento. Neste sentido não podem ser confundidas com as situações não didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem (p. 70).

Na situação adidática, o aluno é foco desse processo, cabendo ao professor ser mediador, criando condições para que o educando aceite a responsabilidade, construindo o seu conhecimento. Tal processo é chamado de devolução. Isso

---

[7] "meio", tradução do termo francês "milieu", é utilizada para identificar tudo com o que o sujeito interage para construir o conhecimento.

[8] As fases adidáticas são atividades dentro das situações didáticas que se diferenciam por fazer o aluno agir, falar, refletir... , de forma que este adquira novos conhecimentos por meio dessa situação.

mostra que “[...] o ensino é a devolução ao aluno de uma situação adidática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação” Brousseau (1996, p.51).

Na seqüência, destacaremos aspectos fundamentais das fases de ação, formulação e validação.

- **Ação** – situações estruturadas, de forma que o aluno aja, operacionalize, experimente e desenvolva estratégias para a solução, sem uso de argumentos teóricos, justificando sua resposta. Esta fase permite ao aluno julgar o resultado de sua ação.

- **Formulação** - situações estruturadas, na qual o aluno explica as ações formulando a solução. Segundo Almouloud (2007), nesta fase o aluno troca informações com seus pares. Esta fase permite que o aluno apresente as ferramentas utilizadas, assim como uma linguagem própria para as trocas.

- **Validação** - situações estruturadas, que traz alguns mecanismos que comprovem as hipóteses levantadas nas fases anteriores. Evitando assim, um enveredar por conclusões errôneas, desta forma garantindo que a solução encontrada esteja certa ou não, levando o aluno a buscar sua convicção.

Contudo é importante considerar que as fases de ação, formulação e validação podem levar o aluno a construir resultados equivocados. Para evitar que o mesmo ocorra, faz-se necessário uma intervenção direta do professor – fase de **institucionalização** – fixando convencionalmente e de forma explícita o objeto matemático em questão. Brousseau (1996) considera que somente após esta fase o saber se torna oficial e estará disponível para resolução de problemas matemáticos.

Ressaltamos que essas fases se apresentam interligadas umas as outras de forma a não percebermos seus limites de início e fim, o professor tenta transmitir ao aluno aquilo que ele pretende que o aluno faça, por meio de estratégias e as regras desta relação ou “jogo” é o que estabelece o contrato didático.

O contrato didático, esclarece Brousseau (1996), não é apresentado em forma de um contrato pedagógico geral, mas sim um contrato que se atém estritamente aos conhecimentos explícitos neste, a parte do contrato que nos interessa é específica do "conteúdo": o conhecimento matemático visado. Ele é construído com as obrigações e direitos que se estabelecem entre professor e alunos de forma explícita, em pequena parte, mas na sua maioria, de forma implícita quanto à responsabilidade de cada parceiro neste contrato. Por meio dele, o professor pode criar situações de aprendizagem, que levem os alunos a enfrentarem esse meio antagônico e os mesmos tenham o papel de tomar esses problemas apresentados como se fossem seus, buscando maneiras para a sua solução tendo a incumbência de produzir e construir o conhecimento.

Situações como essas estão descritas em vários trabalhos com o uso de *softwares gráficos,* como descrito na pesquisa de Santos (2002), na qual o aluno após a apresentação de algumas das ferramentas disponíveis no software, pelo professor-pesquisador, passa a fazer experimentações e apesar do não conhecimento total do ambiente ao qual foi apresentado, levanta hipóteses e formula conjecturas sobre coeficientes lineares, em alguns casos corretamente e em outros não, assumindo a responsabilidade de construir suas conjecturas. Cabe então ao professor, em seguida, passar a questionar a forma que se estabeleceu à análise do aluno e propiciar a correção de suas conjecturas, ou "reconhecer a necessidade de se justificar por uma questão inadequada", como descreve BROUSSEAU (1996, p.51):

> Teoricamente a passagem da informação e as consigna do professor à resposta esperada deveria exigir, por parte do aluno, a utilização do conhecimento visado, quer ele estivesse em processo de aprendizagem, quer já fosse conhecido. [...] O professor não tem, pois, de efetuar, não a comunicação de um conhecimento, mas a devolução do problema adequado. Se esta devolução se opera, o aluno entra no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar. [...] O professor tem a obrigação social de ajudá-lo, e mesmo por vezes, ter de se justificar por ter colocado uma questão demasiadamente difícil.

Entretanto para termos uma melhor compreensão do processo de desenvolvimento e da aprendizagem das competências, não iremos nos deter apenas na Teoria das Situações Didáticas e no contrato didático, nos basearemos na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.

2.2 A Teoria dos Campos Conceituais

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências. Nela, apóia-se a idéia de que o aluno, seja no ambiente interno ou externo da escola, em convívio com um grande número de situações, por meio de sua experiência, desenvolva competências e concepções. Por meio dessas novas situações, o conhecimento sofre um "salto", o qual pode ser notado nas ações daquele que escolhe como resolver um problema e operações mais adequadas, mesmo não conseguindo expressar claramente como ocorre tal adequação.

Esse estudo tem suas idéias fundamentadas em pesquisa junto à "Teoria dos Campos Conceituais" (VERGNAUD, 1990), para esse pesquisador, campo conceitual é definido como:

> O estudo do desenvolvimento e do funcionamento de um conceito, no decurso da aprendizagem ou quando de sua utilização, deve considerar, ao mesmo tempo: o plano das situações, o das invariantes operatórias e o das representações simbólicas. Não há em geral bijeção entre significante e significados, nem entre esquemas invariantes e situações. Um conceito se constitui através de uma variedade de situações, e diferentes invariantes estão envolvidas em diferentes situações. Ao mesmo tempo, uma situação não pode ser analisada pela via de um único conceito, pois sua solução mobiliza como já vimos vários esquemas (VERGNAUD, apud FRANCHI, 2002, p.173)

A aquisição de conhecimentos, como descrito na citação, dar-se-á por meio de situações-problema com conceitos restritos, que variam de acordo com a experiência e desenvolvimento cognitivo do aluno. Para ocorrer esse desenvolvimento, fatores que influenciam e interfiram na formação do conceito devem emergir dessas situações. Neste sentido, o estudo do desenvolvimento do campo conceitual pede uma junção de três conjuntos:

S – Conjunto de situações que dêem sentido ao conceito;

I – Conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações), que possa ser usado pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;

R - Conjunto de representações simbólicas, pertencente e não pertencente à linguagem, que pode ser em casos específicos alguns alunos podem ter buscado auxílio em livros ou outros em virtude das questões trabalhadas terem despertado dúvidas sobre o assunto retratado nas questões usado para pontuar e representar as situações;

É importante ressaltar que, a compreensão de um conceito não emerge de um tipo de situação, e uma situação**,** muitas vezes**,** envolve mais que um único conceito. Os conceitos matemáticos têm a necessidade do uso de várias situações, nas quais eles estejam inter-relacionados, para que haja a aquisição do conhecimento.

Em busca do estabelecimento de uma relação entre conceitos e situações, Vergnaud (1990), busca os elementos básicos da função simbólica ou "Função Psico-Semiótica" termo utilizado por Piaget (1995), estabelecendo uma relação pela perspectiva da psicologia abaixo expressa:

S – referindo-se à realidade ou ao referente;

(I, R) referindo-se à representação;

Como exemplo, vemos em nossa atividade pré-teste o aluno relacionando:

(0,3) – (R) Significante

(x, y), possibilidade de leitura de um par ordenado, de abscissa (0) e ordenada (3) – (I) Significado.

Localização de um ponto da reta a ser construída – (S) - Referente (vírgula).

Porém, o significado (I) pode se dar, a partir da representação 0,3; como o de um número decimal (Percebido na correção do pré-teste de um aluno participante. Em entrevista ao aluno, o mesmo afirmou que achava que se tratava do valor do corte do eixo y e não de um par ordenado).

Na busca do domínio dos conceitos matemáticos, vemos que um conjunto de situações, cuja apropriação depende de conceitos de naturezas diferentes (conjuntos numéricos, operações básicas, por exemplo), que devem ser desenvolvidas dentro de um tempo cronológico longo e por meio de experiências, de maturação e de aprendizagem.

Nesta perspectiva de desafio do ensino de matemática, uma melhor relação entre esses conceitos e a resolução de problemas, é uma estratégia interessante para a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos. Elaborar situações-problema perfaz escolher, tanto as situações didáticas, quanto as estratégias que auxiliem na construção de novos conceitos, é o que nos indica Vergnaud:

> [...] a organização de uma situação didática em um projeto coletivo de pesquisa em sala de aula supõe a consideração das funções epistemológicas de um conceito, a consideração da significância social dos domínios de experiência aos quais esse conceito se refere, das ressonâncias do jogo do contrato didático e da transposição. (VERGNAUD, 1990, p. 157)

Para analisar a construção e avanço no aprendizado dos novos conceitos por meio de esquemas e problemas, devem-se considerar dois aspectos: competência e concepção. Problemas teóricos e práticos levam a formação do conceito, enquanto conceitos explícitos e implícitos levam a formação da competência. Entendendo por esquema:

> Um esquema não é um estereótipo e sim uma função temporalizada de argumentos, que permite gerar diferentes seqüências de ações e tomadas de informação em função dos valores das variáveis da situação. (VERGNAUD, 1990, p. 159)

A análise dos resultados das tarefas e da conduta do aluno permite avaliar sua competência, por três aspectos: certo ou errado, estratégia e melhor método em situação particular. Com tal análise, devemos identificar as atuais competências e concepções dos alunos e as quais serão necessárias em seu futuro. Sendo essas conseqüências diretas da teoria dos campos conceituais.

As formas como se dará a construção da competência, depende de outros fatores ligados a cultura do aprendiz e de suas experiências vinculadas com seus ambientes sociais, como nos traz os estudos da Etnomatemática, que possui no Brasil o pesquisador e professor emérito Dr. Ubiratan D'Ambrosio, como representante maior em nosso País sobre esta teoria.

2.3 Etnomatemática

O programa de Etnomatemática inícia-se em 1975 com os trabalhos do Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio, e, desde então, passou a ser difundido por vários pesquisadores em todo mundo. A etimologia da palavra Etnomatemática é construída a partir do prefixo *etno* (referente ao contexto cultural como a linguagem, códigos de comportamento e mitos), *matema* (dirigi-se ao explicar , de conhecer, de entender) e o *tica* (do mesmo radical de técnica, techne). "*A Etnomatemática é proposta como a arte de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais*" (D'Ambrosio ,1998, p.6). Nela temos um novo olhar, aproximado de uma teoria de cognição, sobre a Matemática, encontrando um forte contato entre o ponto de vista pedagógico no processo de aprendizagem e no contexto cultural.

Este novo olhar procurou atrair e motivar o aluno ao estudo, por meio de um nova dinâmica, rompendo com a rigidez das fórmulas prontas, trazidas nos livros didáticos. Uma importante característica da Etnomatemática é o respeito pelas diferenças culturais e do cotidiano, sem prejudicar a ordem e a formalização do aprendizado. A " Etnomatemática é um programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática, com óbvias implicações pedagógicas" (D'AMBROSIO,1998, p.27).

Os valores do ensino de matemática são colocados como variados em épocas e culturas diferentes, porém é foco dos sistemas educacionais desde os gregos, de forma universalizada, tanto na quantificação quanto no pensamento lógico racional. Em todos os países se pratica uma matemática muito semelhante, pois esta associada a um processo de dominação e à estrutura de poder desse processo, que não pode ser esquecido ao estudarmos a educação matemática.

Na educação matemática, há uma linha do mecanicismo e dos pontos críticos como a reprovação intolerável, programas obsoletos, que não serão objeto de nosso estudo, porém há outras linhas em que a educação matemática pode seguir, nas quais com a utilização de modelagens e de recursos tecnológicos como calculadoras e computadores possibilitaremos uma educação matemática para todos, ignorar a presença desses elementos tecnológicos "é condenar os estudantes a uma subordinação total a subempregos" (D'AMBROSIO, 1998, p.17).

2.3.1 As novas tecnologias numa abordagem etnomatemática

Quando pensamos em uma abordagem que traga um real apendizado ao aluno, permitindo que ele se utilize de suas experiências culturais e sociais, não podemos descartar a possibilidade de utilizarmos novas estratégias e novas ferramentas para a construção deste aprendizado. O uso de ferramentas tecnológicas, como o computador e softwares nos dias atuais, podem ser comparados as possibilidades do uso da calculadora nos anos 70. Período em que o pesquisador D'Ambrosio, participou da então criada INFIP, (International Federation New Information Processing), federação ligada a industrias, a centros de pesquisas e a universidades, que se percebeu a importância de criar um segmento dedicado à educação em que se discutisse o impacto que as novas tecnologias teriam sobre a educação.

Nesse período, em muitos momentos de apresentação de projetos que participou, discutindo o uso de calculadora em sala de aula, deparou-se com afirmações que somente a elite teria acesso ao uso de tais ferramentas e o pesquisador chegou a afirmar " *a calculadora ainda custará menos que uma maço de cigarro*" como relatou o Professor Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, no debate de abertura do "Encontro Nacional de Ensino Matemático" - (ENEM - 2006), e que guardadas as devidas proporções podemos ampliar para o uso de computadores por toda a sociedade.

Porém, para chegarmos a este momento, o modelo do sistema educacional, um sistema que tem como base desde a antiguidade a informação e a comunicação, e que se as formas de comunicação precisaram de uma importante contribuição, um passo que foi dado pela UNESCO (Organismo Internacional de Educação, Ciência e Cultura), entre os anos de 2000 e 2001, com a criação de organismo específico para Tecnologia da Educação, do qual D'Ambrosio foi membro fundador e participante do conselho diretor, que passou a avaliar projetos internacionais, pois naquele momento se passou a pensar num mundo sem fronteiras, apoiado nas possibilidades do uso de uma grande rede chamada Internet. Um ambiente multicultural, que pode ser construído em uma sala de aula, A sala de aula, que continua sendo uma sala de aula num estilo de muito tempo no qual e em muitos lugares o uso do computador não se tornou parte integrante do processo de ensino, por muitos mitos e medos quanto ao seu uso. Em suas publicações D'AMBROSIO (1998), afirma que sem dúvidas o futuro está impregnado de ciência e tecnologia, para o bem e para o mal, e a matemática está na raiz dessa ciência e dessa tecnologia, e que iremos aprender a usá-la com o processo. As novas tecnologias trazem para educação uma grande mudança e desafio: fazer da educação um trabalho cooperativo, pois atualmente não é mais o professor que transmite algo para o aluno passivo, aluno e o professor estão num processo de troca de conhecimentos, de experiências e de expectativas. O aluno não entra na sala de aula somente para receber, ele é sim participante, com suas vivências, ligações culturais contextualizadas em seu viver, sendo imprescindível entrar em um processo de cooperação que pode ter como facilitador a tecnologia.

As novas tecnologias trouxeram ganhos substanciais para sociedade moderna, desde uma planilha eletrônica, aplicativo valioso no mundo do comércio e dos negócios, aos programas, presentes no artigo escrito por Magina (1998), relatando que os resultados de pesquisas apontam progressos dos estudantes em aprendizagem de conceitos como incógnitas e variáveis e sobre o papel do computador no ensino, em especial, no Ensino de Matemática.

Nessa vertente, na qual as novas tecnologias foram descritas e apoiadas pelas teorias da Etnomatemática, onde tudo que aparecer deve ser acréscimo e não substituição, acreditamos que podemos contar com a possibilidade do uso de um Ambiente Multimídia para um aprendizado significativo.

2.3.2 O Ambiente Multimídia na Aprendizagem

No momento atual, que passa a Educação, com o uso cada vez mais sistematizado dos recursos de áudio, de vídeo e do ambiente informatizado por parte de nossa sociedade, percebemos uma extrema necessidade de aproximação de uma linguagem no ambiente educacional a esta linguagem que está integrada a nossa cultura.

Embora em muitos ambientes educacionais a presença de tais recursos sejam escassos, muitas pesquisas indicam que o uso de computadores, de softwares educacionais, de internet e de outros elementos tecnológicos como: aparelhos de DVD´S, aparelhos sonoros e recursos visuais, como projetores, são ferramentas que estimulam o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Dentre os recursos acima, o uso do computador é trazido como uma ferramenta de auxílio ao processo de ensino aprendizado, como vemos em Magina (2000):

> Ao pensarmos no computador como ferramenta para auxiliar no ensino, mais especificamente no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, na verdade estamos nos referindo aos aplicativos que usamos com a finalidade de nos ajudar no processo de ensino-aprendizagem da disciplina. (MAGINA, 2000, p. 43)

Os trabalhos de pesquisa, efetuados por diversas instituições brasileiras, em programas de pós-graduações de ensino de matemática, sejam em âmbitos particulares como a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) ou públicos como a Universidade de São Paulo (USP) e outras em outros estados da Federação, revelam como resultado uma significativa mudança na compreensão de conceitos, como nos traz a dissertação de mestrado de Lima (2005), que apresenta uma diferença de resultados entre um grupo de alunos que passa por uma Intervenção de Ensino com o uso de software de ensino *Tabletop* e se sente desafiado a solucionar questões e buscar vários recursos disponíveis no software e outro grupo que não passa por tal intervenção.

A disponibilidade de tais recursos em instituições de ensino público está diretamente ligada a autarquias governamentais Municipais (Secretarias Municipais de Educação), Estaduais (Secretaria Estadual de Educação) e Federais, como Ministério de Educação e Cultura (MEC) e Fundação Desenvolvimento da Educação (FDE). Com o surgimento de algumas organizações não-governamentais (ONGS) e parcerias público-privadas, alguns projetos sociais têm sido criados em várias comunidades carentes como forma de apoio às iniciativas públicas de inclusão digital.

Os documentos oficiais, como os PCN (1997) e PCN +, trazem sugestões quanto à diversidade de recursos que devem ser utilizados. Dentre as sugestões na área de Ensino de Matemática se destacam o uso de Resolução de Problemas, da História da Matemática, Jogos e da Tecnologia da Informação.

Este trabalho propõe o uso de grande parte desses recursos, no que tange à Resolução de Problemas e à História da Matemática. Porém, neste momento, destacamos a relevância do uso das tecnologias para a construção do conceito de função afim, que se enfatiza nas orientações trazidas pelo PCN:

> O Computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as. (BRASIL, 1997, P.48).

Nesta perspectiva, utilizamos o ambiente informatizado e as ferramentas: projetor, computador e software de ensino *Graphmatica*. O objetivo foi favorecer a percepção e desenvolvimento das habilidades de leitura, de interpretação e de construção de gráficos, além das propriedades particulares das funções afins, de uma forma dinâmica e visualmente mais atraente ao aluno.

O PCN estabelece o uso das tecnologias como um recurso em sala de aula, porém há a necessidade de o professor fazer uma escolha adequada à proposta de ensino, pois o uso do software não deve possibilitar apenas uma simulação de teste de conhecimentos, mas sim permitir uma interação dos alunos com o mesmo para uma construção significativa do conhecimento e dos conceitos abordados. Nesta perspectiva, optamos por utilizar o software *Graphmatica*, “um software participante de um grupo de softwares produzido especialmente para a área de educação”, como classifica Magina (2000, p. 43)

2.3.3 O Software de representação *Graphmatica*

A escolha por este software se deveu ao fato de ter havido um contato com parte de seus recursos em um curso de aperfeiçoamento junto ao SENAC-SP, no ano de 2004. Durante este curso, foi apresentada uma variedade de softwares ligados ao ensino de matemática, dentre eles o software *Graphmatica*[9], um software

[9]Graphmatica é um software de domínio público, desenvolvido por Keith Hertzer, com tradução de Carlos Malaca, para a língua portuguesa. Este software pode ser obtido, em português, no site http://www.graphmatica.com .

de domínio público, produzido com a finalidade educacional, não havendo restrições quanto a direitos autorais.

Sua interface se mostrou muito agradável e suas aplicações se encaixavam perfeitamente ao ensino do conceito de funções. Os fatores que se mostraram de extrema relevância para o uso do mesmo, junto a esta intervenção de Ensino, estão detalhados abaixo:

Adequação à faixa etária a ser trabalhada;

Instruções e ferramentas em língua portuguesa (vários softwares que são utilizados em pesquisas do ensino de funções estão disponíveis apenas em língua inglesa, como o matlab, o fuction prob, etc.).

Por ser um software com versão livre, o *Graphmatica* possibilita o seu uso em ambiente educacional sem custos, o que no caso da escola pública, passa a ser um grande facilitador,

O software permite que o aluno produza inúmeras simulações e com as mesmas apresente considerações sobre os gráficos das funções e por meio dessas construa conceitos coerentes ou que possibilitem ao professor correções de concepções errôneas.

Além de atender as propostas das diretrizes dos programas curriculares nacionais, por não ser apenas uma simulação de tentativa-erro.

Salientamos, contudo, a importância de se usar o *Graphmatica* (e mesmo qualquer outro software) de forma criteriosa, conhecendo as suas potencialidades e explorando-as como nos traz Magina:

> Embora o software apresente todas estas características, é preciso que as atividades propostas ofereçam condições para seu emprego, pois ele por si só não garante a contemplação dessas características. (MAGINA, 2000, p. 43)

Assim, tal como qualquer ferramenta de ensino, é preciso que o professor primeiro se aproprie do software, conheça suas potencialidades e seus limites, para depois lançar mão dele como artefato de ensino. Tal comportamento certamente possibilitará ao professor criar um milieu (na concepção de Brousseau, 1996) dentro de situações didáticas que conduzam ao aprendizado do aluno.

O aplicativo *Graphmatica* tem como característica principal utilizada nesta intervenção, dentre várias possibilidades que se estendem até ao uso em nível matemático superior, a construção de gráficos de diversas funções de primeiro grau, com variações de coeficientes angulares e coeficientes lineares da reta e observação do comportamento da reta no que diz respeito ao crescimento e decrescimento das funções.

Os parâmetros da função são inseridos em campo apropriado (Figura 6) e, após esta etapa, o software apresenta o gráfico em um plano cartesiano (Figura 7) e também uma tabela de pontos (Figura 8), a seguir:

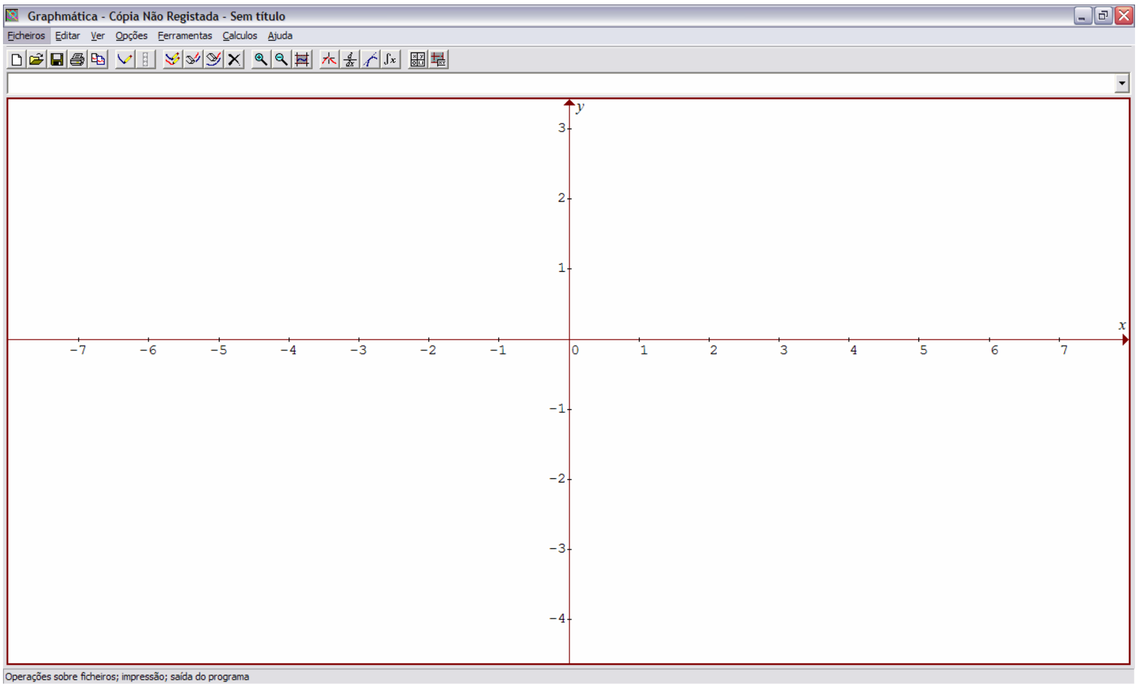


Figura 6 - Tela Inicial do software *Graphmatica*

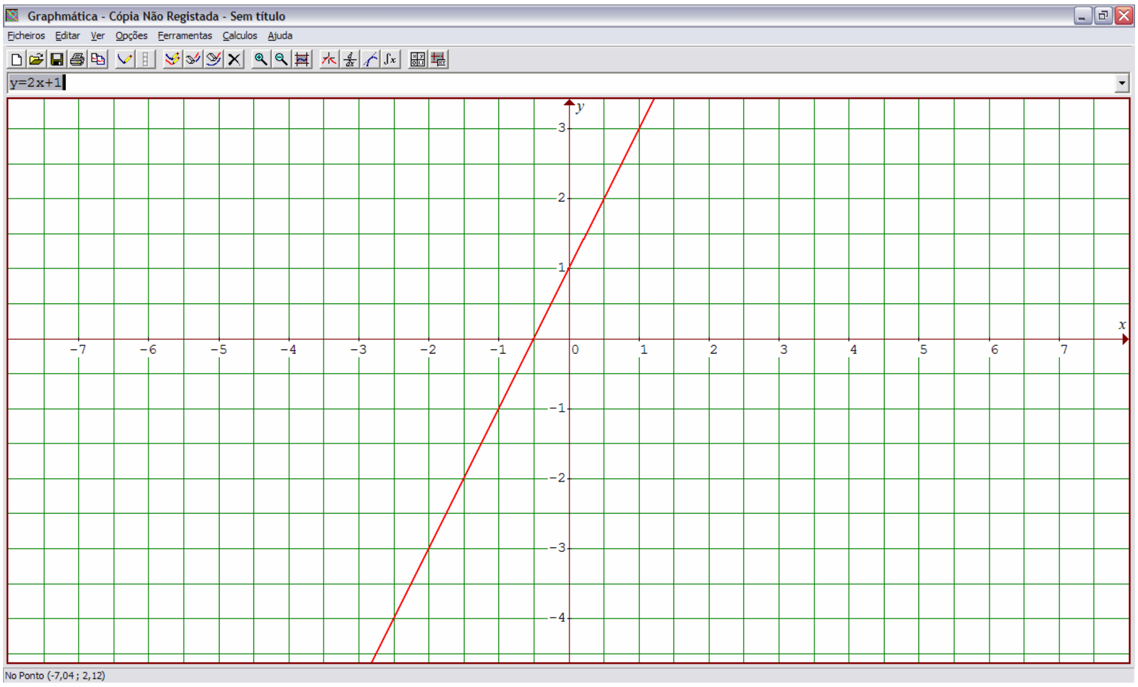


Figura 7 - Tela que traz a construção do gráfico, após inserirmos a expressão.

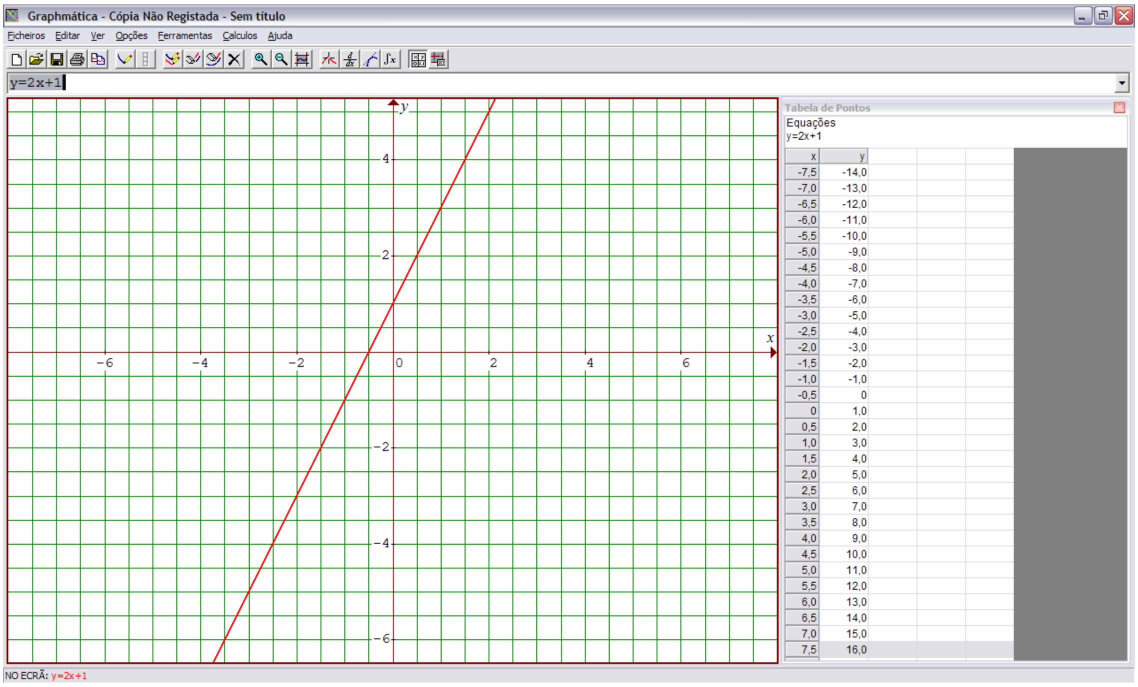


Figura 8 - Tela que traz tabelas de pontos, ao lado do gráfico.

Este software recebe a função em uma linguagem algébrica e o muda para uma linguagem gráfica ou tabular, estas mudanças de registro, dentro do campo da semiótica, é tema de estudo da Teoria dos Registros de Representação Semióticas, do filósofo francês Raymond Duval (2003), tanto em sua estrutura física como cognitiva.

Os objetos matemáticos, muitas vezes inacessíveis a uma percepção inicial, ao serem representados em um diferente registro, facilitam a compreensão cognitiva da matemática, dentre os diferentes tipos de representações semióticas mobilizáveis são designados por ele os registros de representação e são separados em quatro níveis: linguagem natural, sistemas de escritas, registro figural e registro gráfico. Lembrando que estes registros podem também possuir outros subconjuntos de registros, podemos citar o registro numérico que está inserido no nível de sistemas de escrita e pode ser representado por subconjuntos como registro numérico natural, registro numérico decimal, registro numérico fracionário entre outros possíveis e necessários para uma melhor compreensão.

Além desse software que permite tais mudanças de registro, outros utilizam de outras formas a leitura da mudança de registro como o *FuncPlus*, elaborado para apoiar a pesquisa formulada por Santos (2003), em uma dinâmica de simulação e jogo com as mudanças de registros, permitindo a construção de conceitos de forma dinâmica, motivando os alunos a realizar as atividades e experimentações propostas. Este dinamismo do software, um dos possíveis recursos tecnológicos a ser usado na educação, não deve apenas substituir o ambiente visual de uma lousa ou caderno.

Acreditamos que o uso dos recursos tecnológicos, como um software, em nosso caso o *graphmatica*, em uma Intervenção de Ensino, pode trazer contribuições efetivas para a construção do conhecimento do aluno, como proposto nos PCN, “uma ferramenta para o desenvolvimento de habilidades”. (BRASIL, 1997, p. 48)

Tendo em mente as considerações teóricas discutidas neste capítulo, a seguir descreveremos a metodologia utilizada em nosso estudo, a qual se tratou de uma Intervenção de Ensino voltada para o ensino de função, com a utilização de artefatos tecnológicos, proposta para alunos da terceira série do Ensino Médio.

CAPÍTULO 3:

ESTUDO METODOLÓGICO

CAPÍTULO 3 - ESTUDO METODOLÓGICO

Este capítulo é dedicado à apresentação da metodologia utilizada em nossa pesquisa. Iniciamos com a justificativa da opção teórico-metodológica do estudo, seguida por uma descrição do desenho do experimento e, a partir dela, a apresentação dos sujeitos, detalhamento dos materiais, além da descrição dos procedimentos empregados em cada uma das fases constituintes do experimento. As fases, por sua vez, foram divididas em três: O pré-teste, a Intervenção de Ensino e o pós-teste. Em cada fase detalharemos as expectativas e objetivos das mesmas.

3.1 Opção Teórica Metodológico

O estudo foi planejado, com a proposta de analisar o quanto uma Intervenção de Ensino, com o uso de algumas ferramentas tecnológicas, pode contribuir para a mudança positiva no aprendizado de um conteúdo matemático, em nosso caso a função afim. Para tanto, acreditamos que a realização de um experimento, iniciando pela aplicação de um instrumento que nos permita identificar os conceitos prévios que os alunos já têm sobre o objeto matemático (pré-teste) e, a partir da análise do mesmo, seja construída uma Intervenção de Ensino e, por fim, seja aplicado outro instrumento (pós-teste) para aferir o quanto esta foi significativa, contribua para o avanço na compreensão do ensino da função afim. O modelo de estudo escolhido foi um plano empírico quase-experimental (RUDIO,1986), apoiado em um plano clássico de experimento, composto por dois grupos: Grupo Controle, doravante chamado (GC) e Grupo Experimental, doravante chamado (GE). O desenho deste experimento encontra-se descrito na seção a seguir.

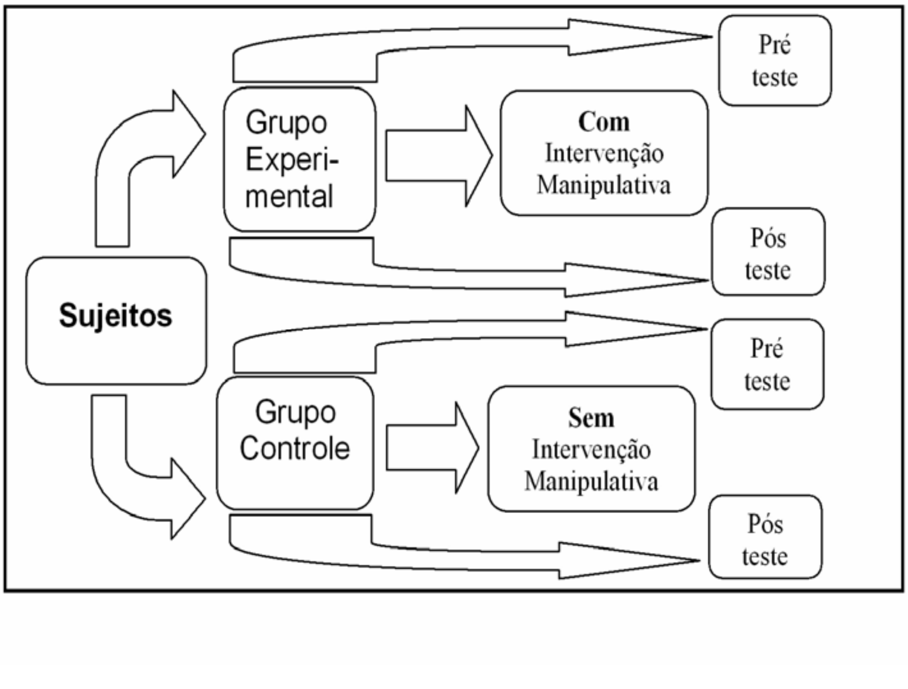
3.2 Desenho do Experimento

Este estudo foi realizado no primeiro bimestre de 2008, sendo que no segundo semestre de 2007 foi realizado um piloto do mesmo junto a alunos do primeiro ano desta mesma instituição de ensino, porém em outro turno. Este piloto apresentou elementos que muito contribuíram para a estrutura e acertos junto a uma proposta de intervenção próxima da utilizada nesta pesquisa.

O tipo de pesquisa utilizada, como citado na sessão anterior, é uma pesquisa quase-experimental, a qual foi realizada com dois grupos de alunos pertencentes a duas turmas regulares do 3º ano do Ensino Médio, os quais deram origem aos chamados grupos GC e GE. A escolha desses grupos foi aleatória,

A pesquisa dividiu-se nas fases descritas no Quadro 5 a seguir:

Quadro 5 - Quadro contendo Desenho do experimento



O estudo foi baseado em questões relacionadas à introdução do conceito de função afim e elementos próximos a esses conceitos, como equações e os diferentes registros de funções, entre eles a forma algébrica e a forma gráfica (Duval,2003)

As atividades dos pré e pós-testes foram aplicadas na mesma época, tanto no GE quanto no GC.

Na primeira fase deste experimento ocorreu a aplicação de um pré-teste com oito questões subdivididas em 11 itens, cuja análise trouxe a tona elementos importantes a serem trabalhados na etapa de intervenção, como a não familiaridade com o termo função, apesar de já terem passado formalmente por uma fase de estudo desse conceito, segundo os planos de ensino anuais da instituição, que descreveremos no universo do estudo.

Na segunda fase desenvolvemos as atividades da intervenção junto ao GE com o objetivo de corrigir e ampliar os conceitos sobre função com o auxílio do software de ensino *graphmatica* e equipamentos de apoio necessários para o seu uso: computadores e projetor multimídia. Durante esta fase o GC permaneceu isento de uma intervenção coletiva formal, visto que os resultados do pré-teste dos mesmos têm o papel neste experimento de dados comparativos que serão utilizados juntamente com os dados obtidos no pós-teste a ser aplicado junto aos dois grupos: GE e GC.

Na última fase desse experimento houve aplicação de um pós-teste nos grupos GE e GC que possuía como característica equivalência matemática com as questões constituintes do pré-teste. Sua finalidade foi analisar o progresso, ou não, do GE em relação ao pré-teste realizado pelos mesmos, possibilitando ainda, comparar o resultado do pós-teste do GE com o GC.

3.3 Universo do Estudo

A realização do experimento se deu em uma escola da rede Publica do Estado de São Paulo, município de Cotia. Sua estrutura física é composta de: dezesseis salas de aula não ambiente, as quais não dispõem de recursos didático-pedagógicos específicos, apenas lousa e carteiras, um laboratório de ciências, uma sala de informática com cinco computadores e alguns softwares pré-instalados de sistema operacional, aplicativos básicos como o *open-office* e conexão de internet para pesquisas, uma sala de vídeo com dois *Kits TV e Vídeo* (um móvel para ser deslocado para salas de aula e outro fixo), biblioteca com acervo de livros variados de ensinos Fundamental e Médio, além de algumas enciclopédias, livros paradidáticos e de literatura juvenil, uma sala de direção, uma sala de professores e duas secretárias, para o atendimento de três turnos de ensino.

Os turnos se dividem em: matutino, vespertino e noturno. O matutino utiliza as 16 salas disponíveis e recebe turmas de em média, 40 alunos, que freqüentam as séries que vão da 5ª série do Ensino Fundamental II ao 3º ano do Ensino Médio. O vespertino utiliza as 16 salas disponíveis e recebe turmas de em média 45 alunos, que freqüentam as séries que vão da 5ª série do Ensino Fundamental II ao 1º ano do Ensino Médio. O noturno utiliza as 16 salas disponíveis e recebe turmas de em média 40 alunos, que freqüentam as séries que vão da 8ª série do Ensino Fundamental II ao 3º ano do Ensino Médio, no qual realizamos nossa pesquisa em duas salas de 3º ano do Ensino Médio.

Essa escola de ensino público apresentou um diferencial que nos atraiu, teve por 13 anos, uma proposta pedagógica e curricular inovadora trazida por seu então e atual Diretor, Santo Siqueira, em virtude de vários fatores positivos apresentados em uma proposta do educador e pesquisador Wladir Santos (1994) [10] e aprovada pelo Conselho Estadual de Educação de São Paulo (CEE-SP). O trabalho com esta proposta se findou em dezembro de 2007, por fatores de ordem administrativa, segundo sua direção. Apesar da proposta de Política Educacional de 1995 reorganizar as unidades escolares por ciclos, a escola mantém os Ensinos Fundamental II e Médio na mesma unidade escolar, além de um Centro de Ensino de Línguas Estrangeiras (CEL) que possui uma estrutura física anexa ao prédio desta.

A escolha de uma escola de ensino público, em nosso entender, se fez necessária, tendo em vista a importância de conhecermos a realidade do aluno em fase final de seus estudos básicos, apenas de ser em um breve momento do ensino de funções. Teremos assim como parâmetro, não apenas os resultados de exames

[10] Wladir dos Santos,é um pesquisador dos sistemas de ensino, que por meio de uma tese acadêmica em meados de 1970, propôs um Sistema Modular de Ensino, cujas aulas de uma disciplina não seriam divididas em uma grade semanal e sim agrupadas em módulos de aulas contínuos, como traz sua obra : ENSINO MODULAR, Uma Revolução Brasileira na Educação, 106 p. Campinas, SP : Edilap, 1994.

de grande demanda, como SAEB, SARESP e ENEM, desde suas criações até o ano de 2005, que nos trazem como resultados os baixos rendimentos dos alunos egressos da escola pública, mas uma análise e a possibilidade de interferência, mesmo que na fase final dos estudos desse alunado e que possa ser aplicado a alunados que a àqueles se assemelham. Acreditamos que o resultado deste trabalho em um ambiente de escola pública, possa ter relevância e possa trazer um retorno significativo para essa.

Nessa escolha, tivemos ainda a necessidade da definição da turma que receberia a seqüência de ensino, na qual se optou pelo trabalho com duas turmas regularmente matriculadas no 3° Ano do Ensino Médio, cuja população de alunos tinha em média 25 alunos, turmas reduzidas em comparação com a média geral de alunos por sala nessa escola e que passavam por um momento de revisão proposta pelo Governo do Estado de São Paulo, um período de Recuperação de Conteúdos Básicos, de 18/02/2008 a 30/03/2008 – "Atividades para consolidação das habilidades de leitura e produção de textos e habilidades matemáticas, numa preparação para a implementação da Proposta Curricular para EF-Ciclo II e EM" ligados a Língua e Ciência Matemática.

As duas turmas escolhidas foram submetidas à aplicação de um instrumento de avaliação inicial, o pré-teste. Na primeira turma, que usamos como grupo controle (GC) e na segunda turma que usamos como grupo experimental (GE), estavam presentes 20 estudantes em cada. Já na aplicação do pós-teste, um momento de fechamento do experimento, teve a ausência de um integrante do GC, e a presença de quatro alunos que não estiveram presentes no pré-teste. Esses cinco alunos não foram considerados em nossa análise.

O pesquisador contou com o auxílio de um observador, o qual também o ajudou em atividades diversas, tais como, distribuir os testes, circular entre os alunos para evitar que os testes fossem respondidos por cópia, além, claro, de fazer anotações sobre questionamentos dos alunos durante os encontros de intervenção e dos encaminhamentos feitos pelo pesquisador.

3.4 Material de Pesquisa

Em nosso experimento utilizamos tanto para o pré-teste e pós-teste aplicado nos dois grupos, os seguintes materiais:

Lápis, borracha e caneta.

Dois Testes (pré e pós-testes) escritos, ambos compostos por nove questões, sobre o contexto de função e elementos proximais, disposta em apenas uma folha de papel A4, o pré-teste e duas folhas de papel A4 o pós-teste.

Para efeito de comparação os dois testes mantiveram o mesmo número de questões (como afirmado acima), o mesmo grau de dificuldade matemática e, ainda utilizaram contextos equivalentes. O que mudou de um teste para o outro foi à ordem de apresentação das questões e alguns números dos problemas apresentados além de uma diagramação com maiores espaços para a resolução, distribuídas em duas páginas de folhas distintas, conforme anexo (II). Na subseção 3.4.1 encontram-se as questões do teste, acompanhadas dos objetivos e justificativas.

No momento de Intervenção, realizado unicamente com os do GE, utilizamos os seguintes materiais:

- Atividade escrita em papel A4 com questões previamente escolhidas
- Lápis, borracha e caneta.
- Cinco Computadores – para o uso do software *graphmatica*, na sala de informática.
- Software *Graphmatica* *
- Cópia do Software em CD para instalação nas máquinas*
- Note book, projetor multimídia e Tela de Projeção*
- Um gravador digital portátil, para registro das falas durante a intervenção.

* recursos levados pelo pesquisador.

Os registros das manifestações orais e escritas foram audiogravados e ou anotados pelo observador e pelo pesquisador.

3.4.1 Descrição dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes)

O instrumento de pós-teste[11] foi construído a partir das questões do pré-teste, cujos objetivos e propostas passamos a descrever e discutir a seguir.

Questão 1 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré-teste	**Pós-teste**
1. A raiz da equação : *12x – 15 = 20+2x é* a) 35 b) 1/2 c) 35/14 d) -35 e) 3,5	6. A raiz da equação : *16x – 15 = 20+2x é* a) 35 b) 1/2 c) 35/14 d) -35/14 e) 3,5

Figura 9 - Questão um (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

A primeira questão tratou-se de uma equação de primeiro grau, cuja raiz a ser descoberta, o valor de x que transformaria a igualdade em uma sentença matemática verdadeira. O objetivo da questão foi identificar se o aluno sabia manipular variáveis e incógnitas de uma expressão algébrica de forma coerente. Sua questão correlata no pós-teste foi à questão 6.

Questão 2 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré-teste	**Pós-teste**
2. O dobro de um número acrescido (somado) de 14 é igual à metade de 56. Qual é esse numero?	8. O triplo de um número acrescido (somado) de 12 é igual a metade de 96. Qual é esse número?

Figura 10 - Questão 2 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Esta questão teve por objetivo investigar se aluno possuía habilidade de fazer uma mudança de registro de um problema simples na linguagem materna, para uma linguagem matemática, solucionando esse problema. As formas previstas para a resolução do mesmo seriam: por um equacionamento ou optaria por uma resolução com registros e estruturas aritméticas simples ou meramente por um cálculo mental, para resolução desse problema. Sua questão correlata no pós-teste foi a questão 8.

[11] Os pré e pós-testes estão apresentados na integra, tal como foram entregues aos sujeitos, nos anexos A e B, respectivamente.

Questão 3 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré	Pós
3. Um rapaz paga uma dívida de 250 reais com 44 notas, algumas de 5 e outras de 10 reais. Quantas notas de 5 e quantas notas de 10 reais ele usou para pagar a dívida?	5. Um rapaz paga uma dívida de 125 reais com 22 notas, algumas de 5 e outras de 10 reais. Quantas notas de 5 e quantas notas de 10 reais ele usou para pagar a dívida?

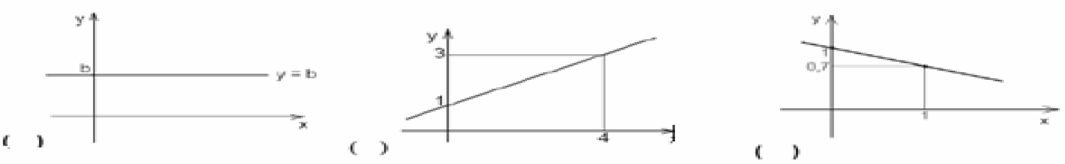
Figura 11 - Questão 3 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

A questão 3 objetivou investigar se aluno possuía habilidade de fazer uma mudança de registro de um problema simples na linguagem materna, para uma linguagem matemática, resolvendo esse problema com auxílio de conhecimento das estruturas de um sistema simples com duas variáveis. As formas previstas para a resolução do mesmo seriam: por uma resolução de sistema, seja por isolamento e substituição ou outra dentre as aprendidas em séries finais do ensino fundamental II, ou por tentativa erro usando registros e estruturas aritméticas simples. Sua questão correlata no pós teste foi a questão 5.

Questão 4 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré

4. Associe os gráficos abaixo à suas respectivas classificações:



(a) Função Crescente (b) Função Decrescente (c) Função Constante

Pós

9. Observe que as retas A, B, C, D e E são representações gráficas da função y = mx + n.. Identifique qual(is) é (são):

(a) Função(ões) crescente(s) : ___________________________

(b) Função(ões) decrescente(s):___________________________

(c) Função(ões) constante(s):___________________________

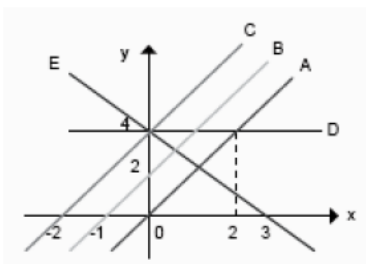


Figura 12 - Questão 4 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Esta questão teve por objetivo saber se aluno conseguiria relacionar uma representação gráfica, quanto ao crescimento de uma reta ao tipo de função associada à mesma. Sua questão correlata no pós teste foi a questão 9.

Questão 5 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré **Pós**

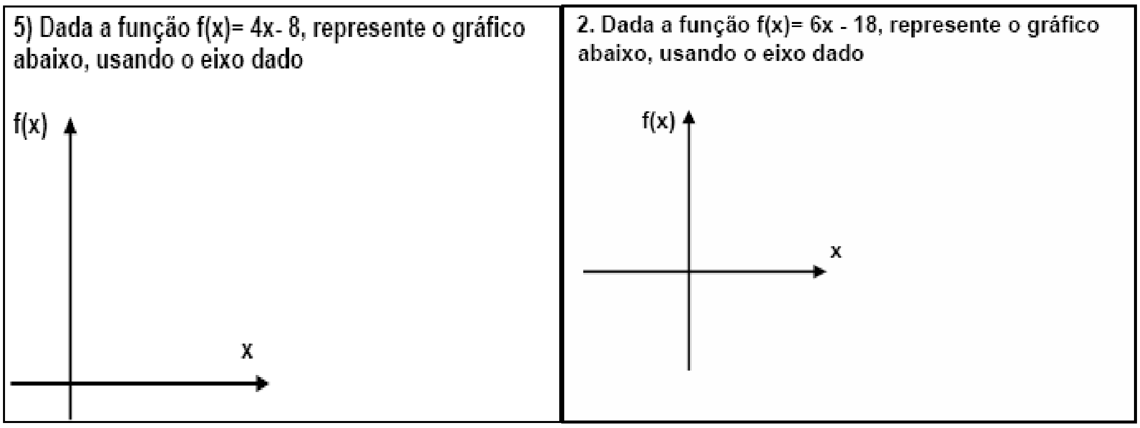


Figura 13 - Questão 5 (pré-teste) e sua equivalente no pós teste

Esta questão teve por objetivo reconhecer se aluno sabia fazer uma mudança de registro de uma função afim, do registro algébrico para o registro gráfico. Sua questão correlata no pós teste foi a questão 2.

Questão 6 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré **Pós**

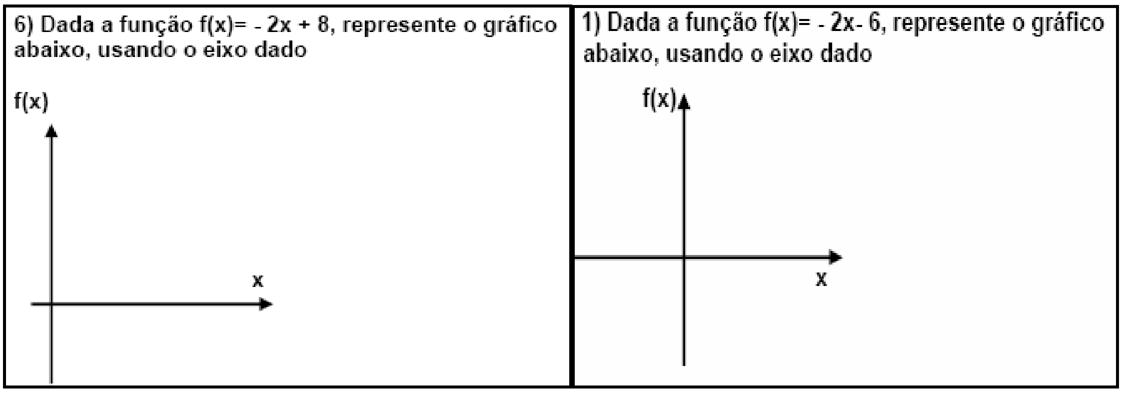


Figura 14 - Questão 6 (pré-teste) e sua equivalente no pós teste

Esta questão teve por objetivo, assim como a questão 5, saber se aluno sabia fazer uma mudança de registro de uma função afim, do registro algébrico para o registro gráfico, tendo como diferencial o sinal do coeficiente angular da função, sendo neste caso negativo. Sua questão correlata no pós teste foi a questão 1.

Questão 7 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré **Pós**

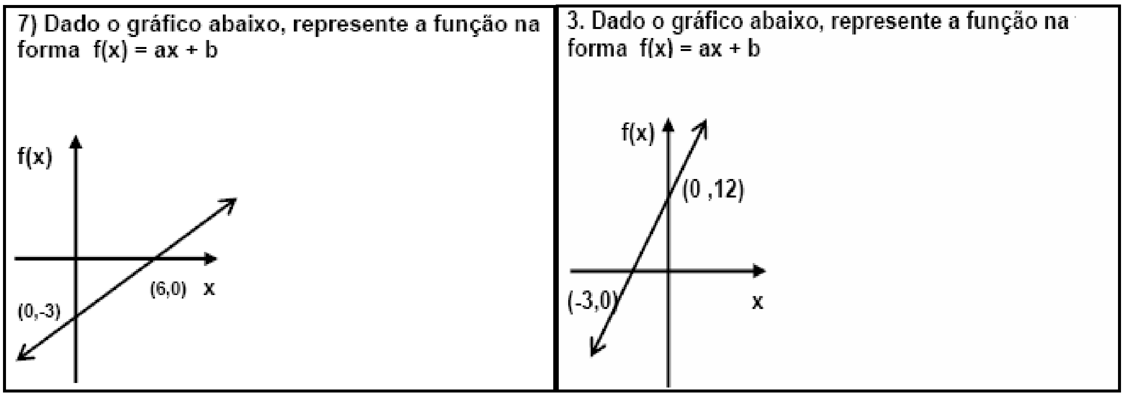


Figura 15 - Questão 7 (pré-teste) e sua equivalente no pós teste

Esta questão teve por objetivo, assim como a questão 5 e 6, identificar se aluno sabia fazer uma mudança de registro de uma função afim, porém nesta questão havia a necessidade da mudança do registro gráfico para o registro algébrico. Sua questão correlata no pós teste foi a questão 3.

Questão 8 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré **Pós**

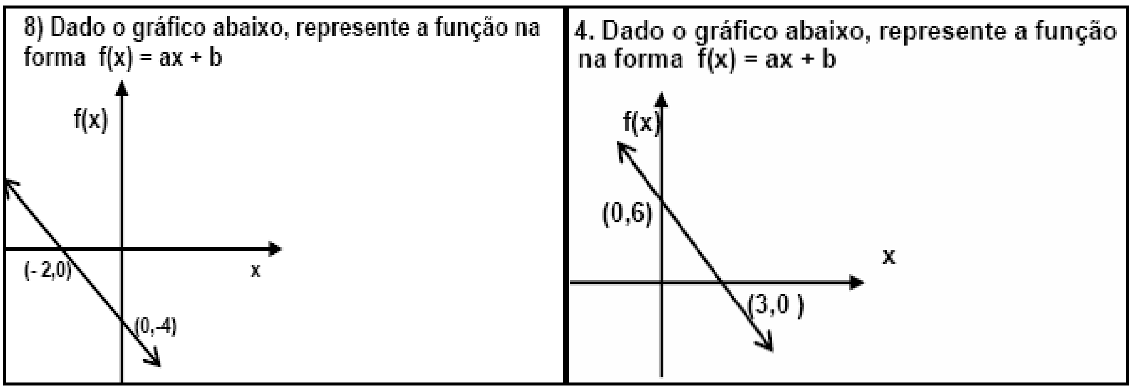


Figura 16 - Questão 8 (pré-teste) e sua equivalente no pós teste

Esta questão teve por objetivo, assim como a questão 7, identificar se aluno sabia fazer uma mudança de registro de uma função afim, porém nesta questão havia a necessidade da mudança do registro gráfico para o registro algébrico e reconhecimento das características representadas pelo quanto ao crescimento, que ocorreria um decrescimento com o aumento do valor associado à variável x. Sua questão correlata no pós teste foi à questão 4.

Questão 9 (pré-teste) e sua equivalente no pós-teste

Pré	Pós
9) Explique, com suas palavras, o que você entende por função.	**7. "*Uma função relacionando y e x que pode ser representada pela expressão y = mx + n, com x e y sendo números reais quaisquer, recebe o nome de função polinomial do primeiro grau, ou função afim. Inúmeras situações reais podem ser expressas por uma função afim*" (Jornal do Aluno SEE-SP- 2008). Descreva uma situação conhecida por você,onde isso ocorra e se possível uma expressão algébrica ou gráfico associada a ela.**

Figura 17 - Questão 9 (pré-teste) e sua equivalente no pós teste

Esta questão teve por objetivo ter acesso a linguagem e o grau de conhecimento do termo função, associado à disciplina de matemática. Houve a partir dos baixos índices de acerto dessa questão, uma intenção, que durante a intervenção trouxéssemos a tona o significado desta, associando a elementos do cotidiano e as relações estabelecidas do conteúdo com o contexto social do alunado, apoiada em uma proposta etnomatemática.

Por este motivo utilizamos um trecho do Jornal do Aluno, editado pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo – (SEE-SP, 2008) e pedimos aos alunos que relacionassem estes trecho a situações conhecidas por eles, na questão 9, correlata do pós-teste.

Após termos apresentados e discutido as questões dos instrumentos diagnósticos, aplicados tanto no GE quanto no GC, passaremos, a seguir a apresentar as questões utilizadas nas atividades que foram realizadas com os alunos do GE durante a intervenção de Ensino:

3.4.2 Descrição das questões que compuseram as atividades da Intervenção de Ensino.

Estas questões fizeram parte do segundo encontro, de um total de três encontros dos quais, neste realizamos uma seqüência de ensino, seguindo as propostas retratadas nas Teorias das Situações Didáticas de Brousseau (1996), com o objetivo de passar pelas fases de ação – formulação – validação, para realização desta atividade e com as mesmas desenvolver um salto de conhecimento e uma correta formação de conceito de funções. Conceito no sentido trazido pelas Teorias dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990), considerando não apenas a semântica, mas nas mais variadas situações e nos diversos esquemas e representações.

FUNÇÃO DO 1°. GRAU OU AFIM

É toda função do tipo **f (x) = mx + n** com **m** $\in$ **R** e **n** $\in$ **R** .

m é chamado **coeficiente angular**
n é chamado **coeficiente linear**

Complete a tabela abaixo:

	FUNÇÃO	m	n
a)	f (x) = 2x + 3		
b)	f (x) = −3x + 2		
c)	f (x) = −x − 4		
d)	f (x) = 5x − 3		
e)	f (x) = 3x		
f)	f (x) = −2x		
g)	f (x) = 4		
h)	f (x) = -2		

As funções que possuem **n = 0**, recebem o nome particular de **função linear**.

Figura 18 - Atividade inicial da atividade prática da intervenção[12]

O objetivo questão apresentada na Figura 18 estava centrado em identificar os conhecimentos prévios que o aluno dispunha sobre os elementos, “m” e “n” de cada função. E quanto aos obstáculos epistemológicos, segundo Brousseau, para alguns, pensamos que aconteceriam em relação à possibilidade do zero ser um dos coeficientes e tal detalhe, não ser percebido pelos alunos.

[12] Atividade prática de intervenção se encontra em sua íntegra no anexo C

ATIVIDADE 1

Usando o software gráfico Graphmatica,, digite as funções da tabela anterior .

O que você pode concluir sobre a forma geométrica do gráfico de uma função do 1°. grau ?

____

Figura 19 - Atividade 1 da atividade prática da intervenção

Com a correta utilização do *Graphmatica*, e reconhecimento das características apresentadas pelos gráficos, acreditávamos que tal atividade levaria os alunos a construir uma relação direta de que os gráficos seriam sempre retas. Uma correta conceitualização neste ponto identificaria um conhecimento sobre as formas de mudança de registro,

ATIVIDADE 2

A) Sobre as funções representadas pela tabela acima, o que é possível perceber em relação as constantes **m** e **n** ?

B) O que podemos afirmar sobre o crescimento dessas funções ?__________________________

Figura 20 - Atividade 2 da atividade prática da intervenção

Esta atividade, apoiada na utilização do *Graphmatica*, e reconhecimento das características apresentadas pelo dos gráficos, acreditávamos que despertaria uma percepção da relevância dos valores de m e n e o posicionamento das retas que representavam tais funções algébricas nos alunos.

ATIVIDADE 3

O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função linear ?

____

Figura 21 - Atividade 3 da atividade prática da intervenção

Esta questão implicitamente pede que o aluno remeta sua análise à observação da questão, na qual o termo função é associado ao “n” igual a zero, sendo com o uso de alguma das funções, dos itens “e” ou “f” da primeira percebido uma proporcionalidade e a passagem da reta pela origem do plano cartesiano.

3.5 Procedimento

O experimento teve início com a aplicação do pré-teste, ocorrido na segunda semana ano letivo de 2008, em uma aula de 50 minutos, horário de uma aula da disciplina matemática. A sala foi organizada em fileiras com carteiras devidamente afastadas pelo professor da aula anterior e na troca de aulas, estavam presentes o pesquisador, o professor da classe e um observador. Em uma conversa inicial foi destacado qual era o objetivo da atividade, os critérios para a resolução e que os alunos deveriam realizar os problemas sem nossa intervenção. Estabeleceu-se que a resolução deveria ser feita a caneta e que os mesmos não rasurassem os erros cometidos, pois se eles precisassem de outra folha para a resolução essa lhes seria fornecida.

Como forma de incentivo, o professor da turma comentou que se os alunos se saíssem bem no teste ele utilizaria os resultados como uma das notas de sua avaliação bimestral. Porém ressaltamos que o nosso objetivo com aquela atividade era descobrir quais eram os conceitos que os mesmos lembravam sobre o conteúdo que se apresentava naquele instrumento. Depois de distribuir rapidamente a atividade pré-teste, a fim de terem o mesmo tempo para resolução, pedimos que os alunos conferissem se os enunciados estavam legíveis, o que foi confirmado e então se dando início a realização da mesma. Esse mesmo procedimento se deu na outra sala de aula, na qual aplicamos o mesmo teste na aula seguinte. Essas salas formaram respectivamente o GC e o GE, que na semana seguinte participariam das etapas de Intervenção de Ensino.

A Intervenção de Ensino ocorreu na semana subseqüente à aplicação do pré-teste, percebemos que a sala do GE apresentou melhores resultados no pré-teste, em relação ao do grupo GC, porém os resultados apesar de melhores que o do outro grupo, nos levou a ajustar o trabalho a ser realizado e as atividades propostas para o mesmo.

Nesta fase propusemos uma parceria com a escola e a utilização de três momentos de duas aulas geminadas de 50 minutos referentes ao horário de projeto de apoio, dentro do horário de aula normal. O que foi aceito e então definido os momentos de intervenção.

O primeiro encontro junto ao GE foi iniciado com uma breve descrição do nosso objetivo, e que aquelas aulas auxiliariam no processo pelos quais esses alunos estavam passando, período de revisão de conteúdos, instituídos pela SEE-SP, e que teríamos uma seqüência de três encontros, do qual este seria o primeiro, para falarmos uma pouco mais sobre o conceito de funções, mais precisamente daquelas chamadas de função do 1º grau ou afim.

Iniciamos com a montagem de um mapa conceitual, proposto nos estudos de Ausubel (1980), com os termos e conhecimentos que os alunos tinham sobre o termo função e suas características. Após os mesmos apresentarem suas respostas, organizamos essas informações em um diagrama que foi desenhado a partir das palavras por eles utilizadas.

A seguir fomos para o laboratório de informática onde cinco duplas sentaram junto aos computadores e cinco duplas se sentaram em carteiras geminadas disponíveis nesta sala. Após estarem acomodados passamos a expor o software *Graphmatica* em um telão, com auxílio de um projetor e um notebook, a forma como iríamos explorá-lo operacionalmente:

1) Como acessá-lo, por meio do atalho da área de trabalho

Figura 22 - Acesso ao Graphmatica

2) Como introduzir os valores na janela digitável:

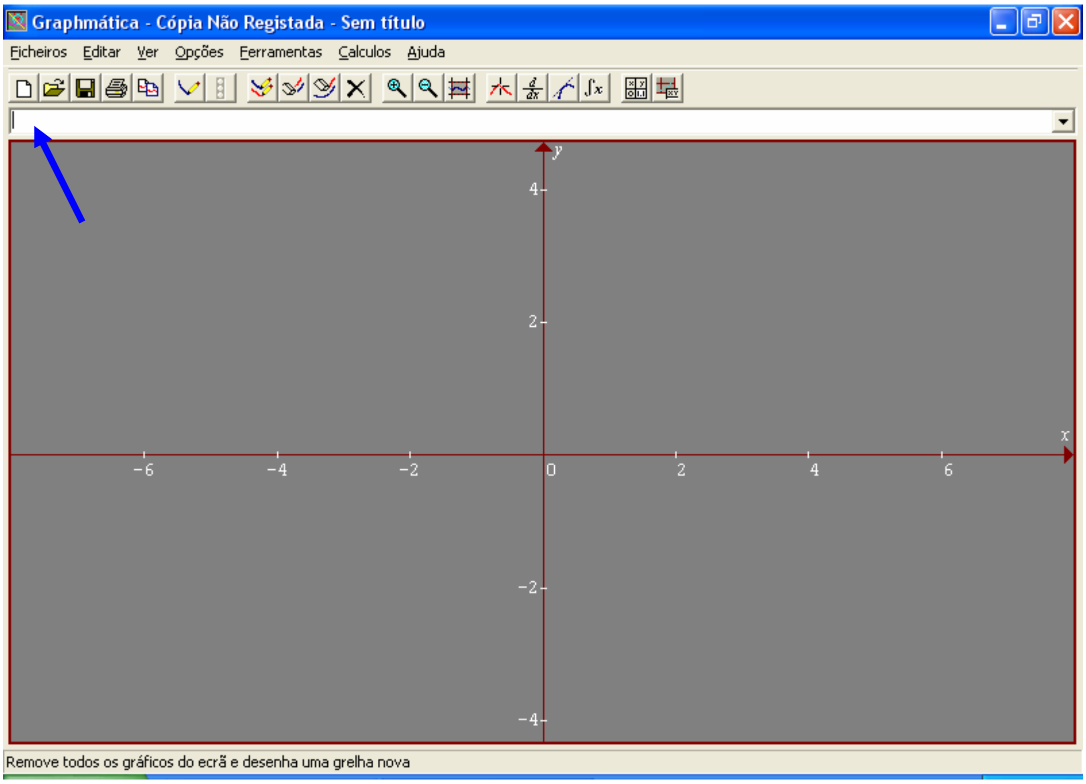


Figura 23 - Introdução de valores no *Graphmatica*

3) Que tipo de resposta gráfica este software nos trazia, ao digitarmos uma expressão:

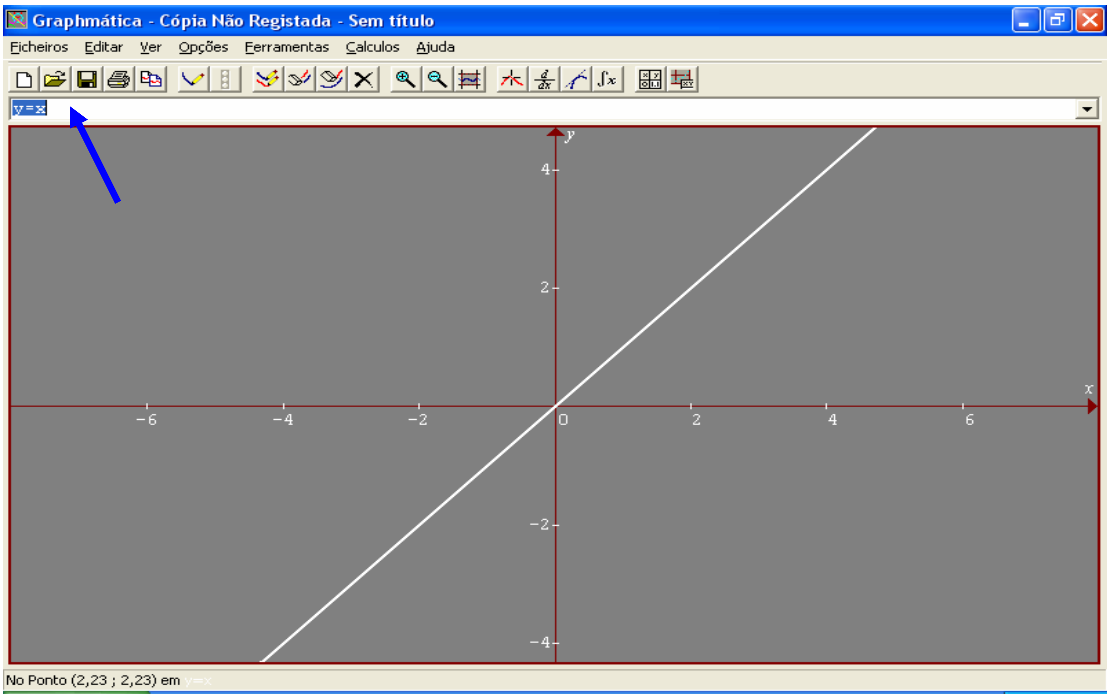


Figura 24 - Exemplo de resposta à colocação de expressão no Graphmatica

4) Como poderíamos acessar uma tabela de pontos por onde passa este gráfico:

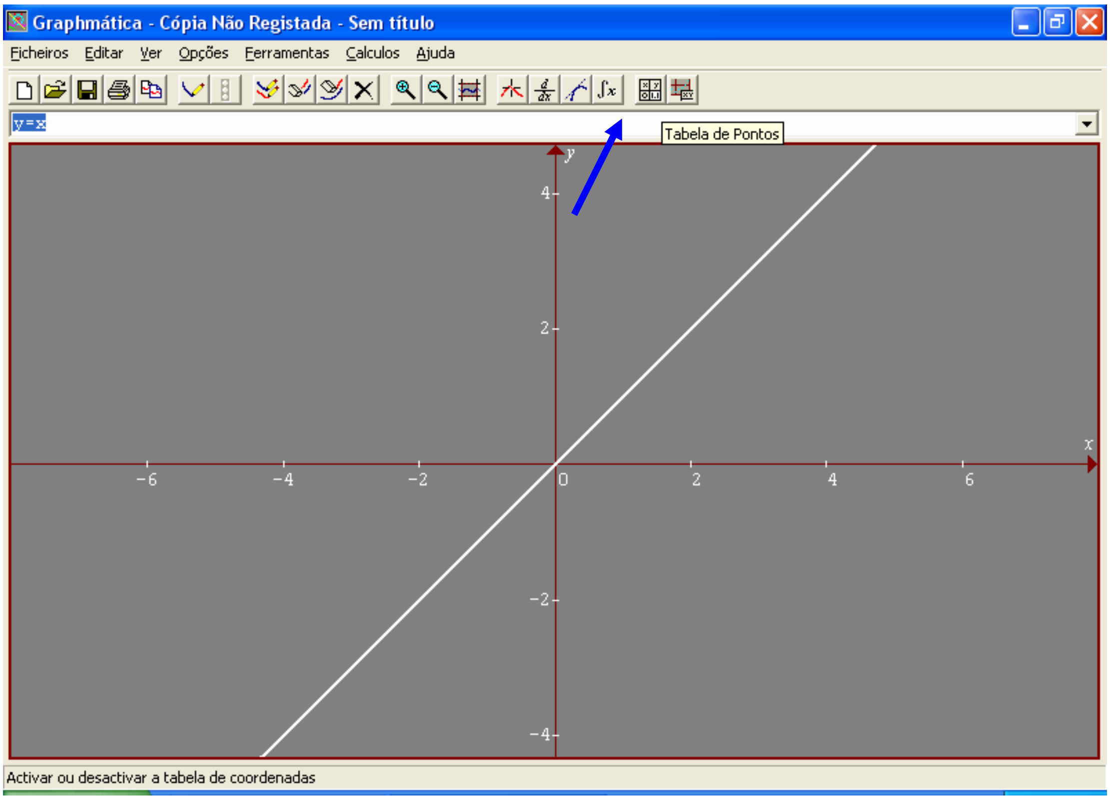


Figura 25 - Acesso à tabela de pontos

5) Como o software traz esta tabela de pares associados, pontos

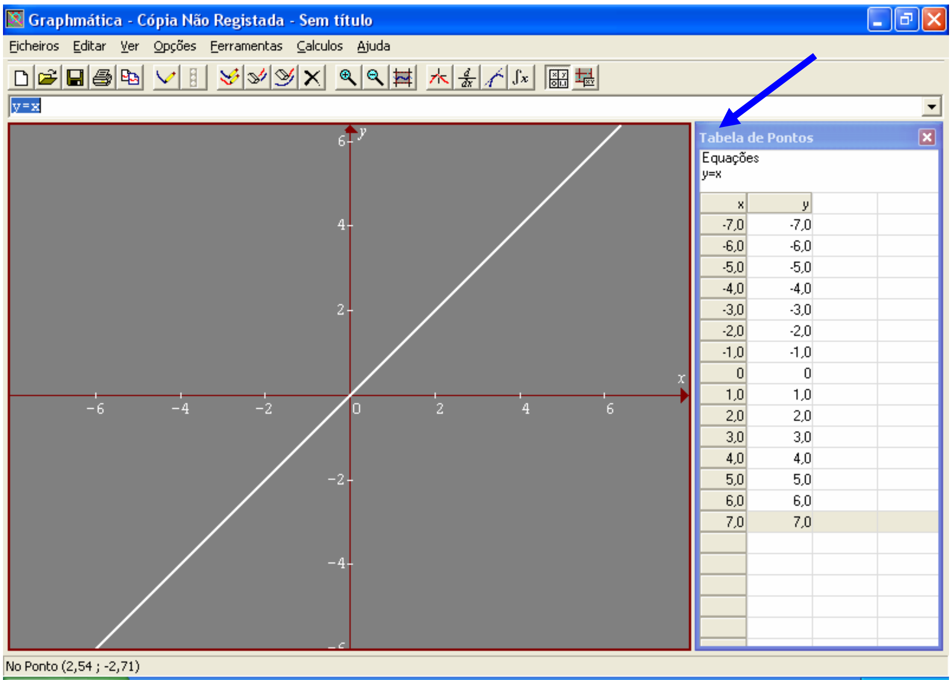


Figura 26 - Visualização da tabela de pontos

Nesta apresentação procuramos fazer com que os alunos tivessem um primeiro contato com essa ferramenta tecnológica visualmente e suas possibilidades. Os dez alunos que estavam sentados nos cinco computadores passaram então a ter um primeiro contato, experimentando as interfaces deste software e em seguida houve uma troca com os outros dez para que os mesmos tivessem esse mesmo contato.

No segundo encontro da intervenção, os alunos do GE foram divididos em dois grupos de dez, um grupo permaneceu em sala de aula com o pesquisador e o outro grupo foi para sala de informática. O grupo que estava na sala de informática, organizado em duplas, passou a experimentar construções de gráficos, com mudanças de parâmetros sugeridas pelo pesquisador e monitoradas pelo observador sobre como construir gráficos e quais os detalhes e padrões que os mesmos notaram ao fazerem mudanças dos coeficientes da função algébrica, inseridos pelos mesmos na janela digitável do *Graphmatica*. Procurando identificar padrões, porém, como sugere uma proposta adidática, sem estar estabelecido previamente em um contrato didático. Na seqüência, receberam uma atividade prática escrita, específica de função afim, para ser respondida usando como ferramenta de apoio o software gráfico *Graphmatica*.

Enquanto isso no grupo que permaneceu em sala de aula, foi feita uma exposição das idéias, pelo pesquisador, de funções associadas à vida prática dos alunos, com situações contextualizadas e muitas delas com exemplos oriundos dos próprios alunos, momentos que vemos as teorias da Etnomatemática se apresentando, e trazendo uma contribuição a discussão do tema.

Além dos exemplos foram montadas tabelas com pares de valores e por meio delas, construídos gráficos em um plano cartesiano, constituído por um par de retas perpendiculares, uma mudança de registro como nos traz Duval (1993), em seu trabalho sobre registros e representações semióticas, que contribui para uma melhor interpretação dos conceitos de função.

Por fim, associamos as possibilidades de construções de expressões algébricas a partir de dois totais distintos, de compras realizadas em uma padaria, conhecida às quantidades de pães e de leites adquiridos, mas desconhecido seus valores unitários.

Após essa atividade, os grupos trocaram de lugar, sendo o grupo que estava em sala de aula deslocado para a sala de informática, para realizar a seqüência de ensino proposta ao subgrupo que lá estava, e os alunos que de lá saíram, voltaram para sala e passaram pela seqüência de ensino descrita anteriormente.

No terceiro e último encontro da Intervenção de Ensino, realizado após uma semana do segundo, tínhamos os resultados da atividade prática realizada pelos alunos no segundo encontro, os quais nortearam como poderíamos fechar uma proposta, com a institucionalização do conceito trabalhado com estes alunos que passaram pelas fases de ação ao apresentarem suas definições e conceitos prévios sobre função, formulação de hipóteses ao trabalharem com o software e validação, ao perceberem que ao inserirem novos parâmetros e simularem os gráficos, confirmavam ou refutavam suas teses.

Uma situação didática que para a etapa de institucionalização, contou com um momento de manipulação do software, projetado em um telão e por meio de questionamentos aos alunos, feitos pelo pesquisador e respostas dadas pelos mesmos. Perguntas como: "*o que ocorre com as retas quando aumentamos o valor do coeficiente que acompanha a variável x*" ou "*o que ocorre com as retas quando diminuímos o valor do coeficiente que representa o termo independente*". Com tais perguntas sendo feitas e respondidas pelos alunos, permitiu-se que os mesmos, após darem suas respostas, manipulassem o software e apresentassem aos seus colegas de turma suas conjecturas. Momento este essencial, para se efetuarem correções pontuais sobre os erros de concepções apresentadas em muitas respostas dadas a questões que tangenciavam tal conceito, presentes na atividade prática do segundo encontro. Apresentamos na seqüência um pequeno trecho do momento da intervenção e dialogo ocorrido durante o mesmo:

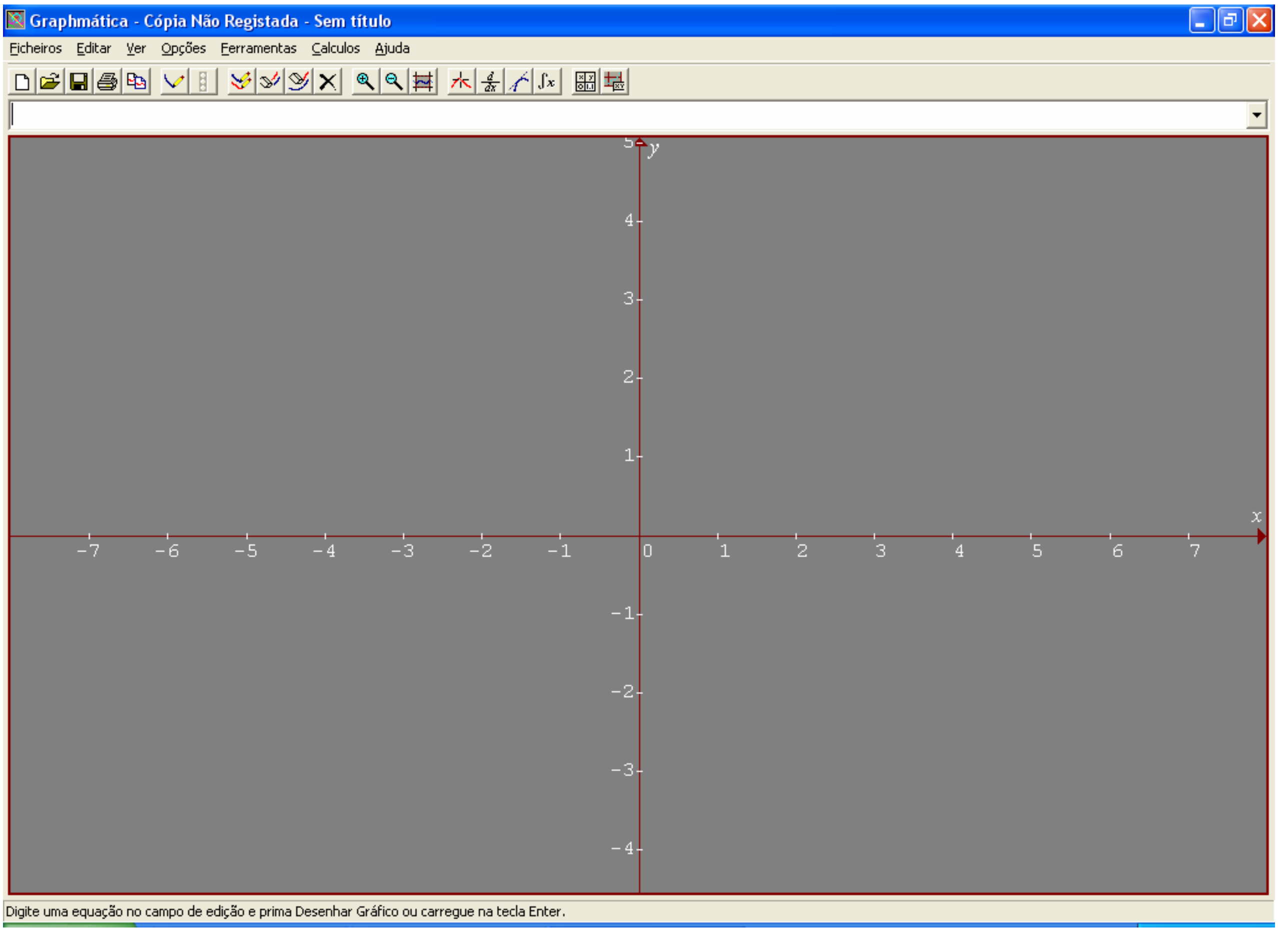


Figura 27 - Tela inicial do *Graphmatica*

Ao abrir o Link, por meio do ícone esta tela é apresentada ao aluno

Em seguida precisamos introduzi-lo aos significados das palavras do Menu, visto que o mesmo encontra-se em Português de Portugal, onde a palavra FICHEIRO refere-se a arquivo, entre outras palavras. E o espaço para preenchimento por eles com a expressão: y=x

E surge o gráfico abaixo:

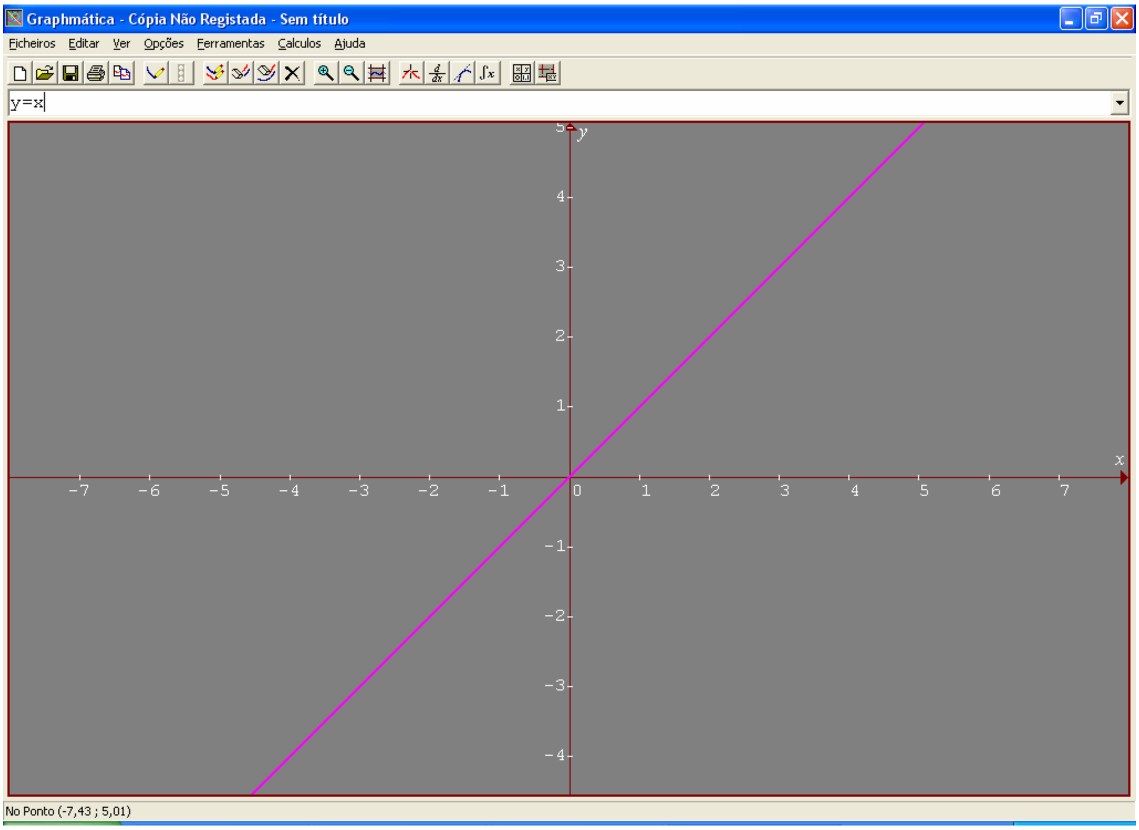


Figura 28 - Exemplo de resposta à expressão y=x

O pesquisador pergunta ao aluno, após apresentar uma reta, que tipo de gráfico é ele?

Aluno 1: Não sei

Aluno 2: É uma reta

Pesquisador: Ela realmente é uma reta

Pesquisador: Que tipo de reta?

Aluno 1: Uma Equação

Aluno 3: Não é uma equação, porque equação tem uma única letra e ai tem duas, não é uma função?

Pesquisador: Sim, realmente é uma função, agora as equações que vocês costumam trabalhar apresentam uma única letra ou variável, mas isso verá no decorrer do projeto que não poderão confundir com as constantes.

Aluno 1: Então “tá”

Aluno 2: É uma função do 1º grau “né”?

Aluno 4: Porque tem uma reta?

Pesquisador: Sim é do 1º grau e é realmente representada por uma reta.

Pesquisador: Vocês conseguem identificar o que é imagem, domínio e contra-domínio?

Aluno 1: Tem haver algo com pra cima domínio e pra baixo imagem?

Aluno 5: Acho que tem haver com o x sendo parte do domínio e o y como imagem, acho...?

Pesquisador: Alguém mais saberia como identificar? Acham que o que foi dito pelos colegas está certo?

Aluno 2: Acho que vimos que o x era abscissas e o y ordenadas, e o x representava o domínio e o y o contra-domínio, sendo a imagem parte do contra-domínio.

Pesquisador: Muito Bem, realmente lembra bem das funções.

Pesquisador: Que pontos pertencem a este gráfico?

Aluno 1: Os pontos 1, 2, 3, 4 “ué...”

Aluno 2: Os pontos não formam pares?

Aluno 3: Ei aluno 2, só você quer aparecer é ?...Deixa falar... acho que são os pontos que tem o x e o y iguais , exemplo (1,1) ; (4,4)... Não é?

Pesquisador: Realmente, esta reta é formada por pares numéricos, (x, y), como esta apresentada na barra de preenchimento do *Graphmatica* y=x, e o x fazem parte do domínio e o y do contra-domínio, sendo que todos os valores de y usados formam um sub-conjunto chamado imagem.

Aluno 1: Não entendi muito bem isso não? Quem é o Domínio e o Contra-Domínio e a imagem?

Pesquisador: Apresenta algumas alterações no gráfico e com o laser point aponta para algumas regiões do gráfico e marca um intervalo para o domínio e a imagem.

Pesquisador: Altera o fundo do gráfico para melhor visualização dos alunos, que comentam que ficou melhor, onde os mesmos percebem um pedaço da reta em outra cor.

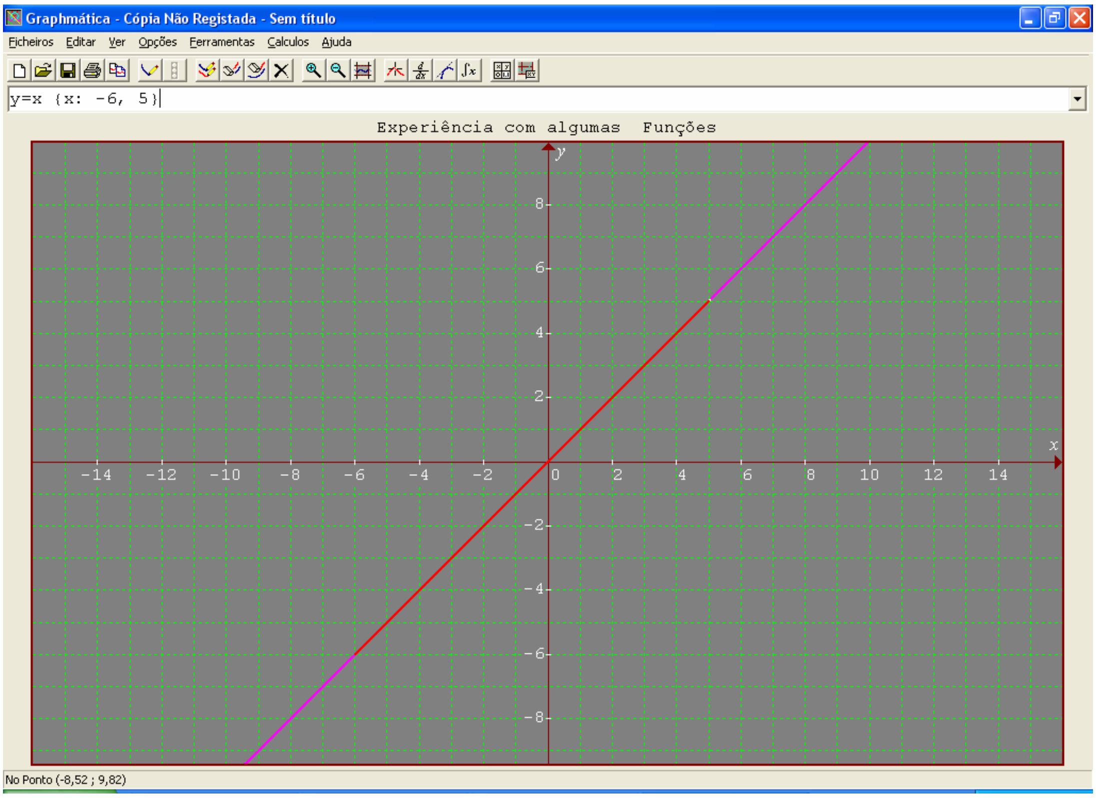


Figura 29 - Retas no gráfico após habilitada a opção grade

Aluno1: Por que as cores estão diferentes?

Aluno3: Por que o professor definiu os pontos.

Pesquisador: Realmente eu fiz uma alteração no Domínio da função escrevendo: y=x {x: -5} na janela editável, restringindo a imagem, pois alterando o domínio apareceu um gráfico menor, onde podemos perceber melhor o intervalo do domínio e da imagem.

Como fechamento da fase de institucionalização, usamos uma apresentação construída em *PowerPoint*, software de apresentação dinâmica, com telas que permitiam aproximar mais o conhecimento construído pelos alunos, com esta seqüência didática, aos termos e características pertinentes ao ensino básico de funções, por meio de uma leitura de gráficos e de suas propriedades de crescimento, definição de domínio, imagem e contradomínio e localização da raiz de uma função, ou zero da função. Seguindo nossa proposta, aplicamos neste GE no encontro seguinte, assim como no GC o instrumento pós-teste.

O próximo passo de nosso estudo será apresentar a análise dos dados obtidos a partir da aplicação do experimento o qual acabamos de relatar no presente capitulo. Assim o Capitulo 4 será dedicado inteiramente a análise , quantitativa e qualitativa dos resultados que obtivemos em nossa Intervenção de Ensino.

CAPÍTULO 4:
ANÁLISE DO ESTUDO

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DO ESTUDO

Este capítulo tem a finalidade de apresentar a análise dos resultados de nossa pesquisa, tanto qualitativa, quanto quantitativa. Por meio destas, pretendemos identificar quais as contribuições e a eficiência, ou não, da intervenção realizada com o uso de uma ferramenta tecnológica, o software *Graphmatica*, para a melhoria da aprendizagem de função afim.

A análise dos resultados foi realizada segundo duas óticas: quantitativa e qualitativa.

Para análise quantitativa, utilizamos os dados coletados na correção dos instrumentos de pré-teste e do pós-teste que estavam compostos por nove questões, sendo que uma delas subdividia em três sub-questões, totalizando 11 itens. Cada item foi corrigido atribuindo-lhe um ponto se a resposta fosse correta e zero se a resposta estivesse errada ou em branco. Assim a pontuação do sujeito poderia variar de zero a onze. Para fins deste trabalho as notas foram padronizadas para uma escala de zero a dez.

Para analisar o desempenho dos alunos, através dessa escala, foi utilizado o teste t-student para amostras independentes, quando foi comparado o desempenho entre os grupos, no pré-teste e no pós-teste. Para comparar a evolução dos dois grupos, do pré-teste para o pós-teste, foi utilizado o teste t-student para amostras emparelhadas. Para analisar a diferença na taxa de acerto do GE no pré-teste e pós-teste foi utilizado o teste qui-quadrado, apesar de se tratar de uma amostra emparelhada, isso porque nos interessava apenas testar a igualdade de proporções. O nível de significância utilizado foi de 5% ($\alpha = 0,05$). Os dados foram trabalhados na planilha Excel e no pacote estatístico Statistical Package for Social Science – SPSS (Norusis, 1993).

Já para a análise qualitativa, baseamo-nos em outras fontes, além dos protocolos dos pré e pós-testes, nos arquivos salvos pelos alunos em suas manipulações durante o processo de Intervenção de Ensino, nas transcrições do áudio captado pelo gravador digital durante as intervenções, nas anotações devidamente registradas pelo observador e pelo pesquisador, no decorrer dos três encontros constituintes da intervenção.

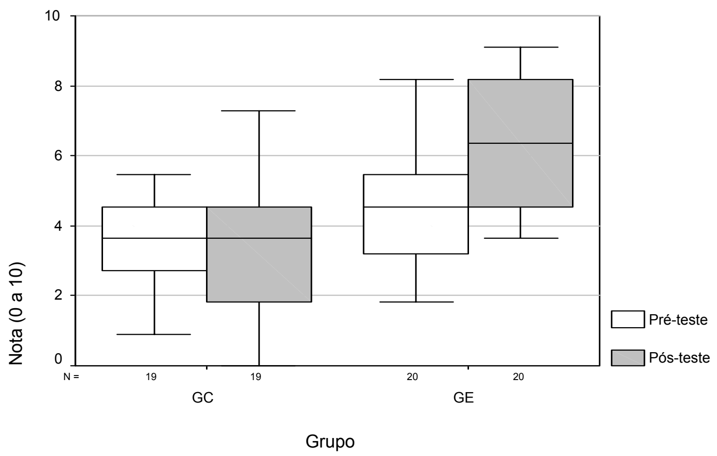
4.1 Análise quantitativa

O Quadro 6 a seguir contém uma tabela do desempenho geral dos GE e GC, vem acompanhada do gráfico boxplot e mostra o desempenho comparativo entre os grupos GC e GE, no pré-teste e no pós-teste (teste t para amostras independentes). Nele podemos observar que o grupo experimental partiu de um patamar superior ao grupo controle no pré-teste e que essa diferença se alargou no pós-teste.

Enquanto o desempenho do GC não apresentou diferença estatisticamente significativa entre o pré e o pós-teste, o GE apresenta uma melhoria significativa em seu desempenho do pré para o pós-teste. Tal resultado parece ser um indicador do efeito positivo da Intervenção de Ensino no que concerne à aprendizagem dos sujeitos do GE sobre função afim. Tal efeito, logicamente, já era esperado, uma vez que o GC não recebeu qualquer intervenção e o GE teve.

Quadro 6 - Estatísticas do desempenho dos GE e GC nos pré e pós-testes.

Teste	Grupo	Nº de alunos	Média	Desvio padrão	Teste *t*-student	p-valor
PRÉ-TESTE	GC	19	3,349	1,176	$T(37) = -2,251$	0, 030
	GE	20	4,409	1,701		
PÓS-TESTE	GC	19	3,301	2,169	$T(37) = -4,705$	0,000
	GE	20	6,318	1,830		



Ao atentarmos para o boxplot contido no Quadro 6 é possível observar ainda, com mais detalhes, que os comportamentos (traduzidos em notas) dos dois grupos nos testes foram muito diferentes. Podemos observar que enquanto o GC permaneceu no mesmo patamar, não havendo nenhuma evolução, o GE evoluiu significativamente. Tal resultado parece ser um indicador do efeito positivo da Intervenção de Ensino no que concerne à aprendizagem dos sujeitos do GE sobre função afim.

Além disso, o que nos chamou atenção foram os baixos resultados de ambos os grupos no pré-teste, porque esse assunto (função afim) já tinha sido visto por esses alunos em anos anteriores e, portanto, do ponto de vista da escola era suposto que eles soubessem. Tal resultado então, corrobora para a afirmação de que a escola não vem cumprindo sua função de formar seus alunos, o que também é retratado nos resultados dos exames nacionais como o ENEM e o SAEB desde sua criação até os dias atuais.

Para continuidade desta análise, observamos o Gráfico 1, a qual ilustra a relação entre as notas no pré-teste e pós-teste, por grupos. Nessa Figura podemos observar que os alunos do GE tiveram um desempenho significativamente superior ao do GC, como mostram as equações das retas ajustadas a essas notas, demonstrando um indicativo de resposta positiva a intervenção aplicada ao GE.

A nuvem de pontos do GE fica localizada em sua maioria acima da diagonal Y = X, sendo que por ela verificamos que apenas um aluno não obteve um resultado igual ou superior ao do pré-teste e outros quatro repetiram o mesmo desempenho. Ressaltamos que o número de acertos obtidos por alguns alunos coincidiram com o de outros alunos, sendo então representados em posições idênticas, ocupando mesmo ponto no gráfico, o que ocorreu com alunos que obtiveram: 3 acertos no pré-teste e 4 no pós teste (2 alunos do GC); 4 acertos no pré-teste e 4 no pós teste (1 aluno do GE e 2 alunos do GC) e 5 acertos no pré-teste e 5 no pós teste (3 alunos do GE) .

O desempenho dos alunos do GC não apresentou uma grande variação, o que mostra que o desempenho destes no pós-teste foi próximo ao do pré-teste o que já era esperado, com destaque ao fato de aproximadamente 35% desses terem resultados abaixo do obtido no pré-teste, considerando que não houve uma ação após a aplicação do pré-teste que auxiliasse em uma mudança, sendo importante a partir desses dados significativos, atermo-nos à análise dos dados relativos ao GE.

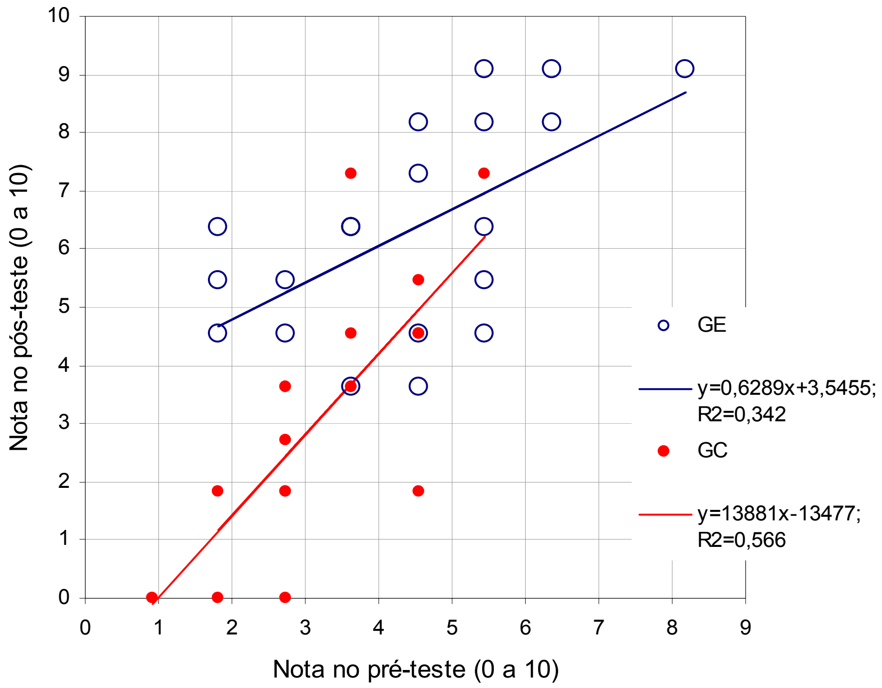


Gráfico 1 - Gráfico da relação entre o desempenho nos dois testes por grupo.

A Tabela 1 mostra a evolução da taxa de acerto do GE considerando cada uma das questões do pré-teste e suas questões correlatas do pós-teste. Abaixo dela se encontra o Gráfico 2, cuja finalidade é complementar as informações da Tabela 1, no sentido de apresentar o desempenho ordenado do GE, segundo o ganho (diferenças) do pré-teste para o pós-teste.

Tabela 1 - Desempenho do Grupo Experimental no pré-teste e pós-teste.

Categoria de análise / Questões	Taxa de acerto (%)			Teste qui-quadrado	
	Pré- teste	Pós-teste	Diferença	$\chi^2_{(1)}$	p-valor
Q1 – Resolução de Equação do 1º Grau	90,0	100,0	10,0	2,105	0,147
Q2 – Problema que conduz a uma equação	55,0	30,0	-25,0	2,558	0,110
Q3 – Problema que conduz a um sistema com duas variáveis.	40,0	75,0	35,0	5,013	0,025*
Q41 – Associação de um gráfico a sua classificação	95,0	95,0	0,0	0,000	1,000
Q42 – Associação de um gráfico a sua classificação	80,0	100,0	20,0	4,444	0,035*
Q43 – Associação de um gráfico a sua classificação	75,0	95,0	20,0	3,137	0,077
Q5 – Mudança de registro do algébrico para o gráfico.	5,0	65,0	60,0	15,824	0,000**
Q6 – Mudança de registro do algébrico para o gráfico.	10,0	45,0	35,0	6,144	0,013*
Q7 – Mudança de registro do algébrico para o gráfico.	0,0	30,0	30,0	7,059	0,008
Q8 – Mudança de registro do gráfico para o algébrico.	10,0	35,0	25,0	3,584	0,058
Q9 – Mudança de registro do gráfico para o algébrico.	25,0	25,0	0,0	0,000	1,000

(*) significativo ao nível de 1%
(**) Significativo ao nível de 5%

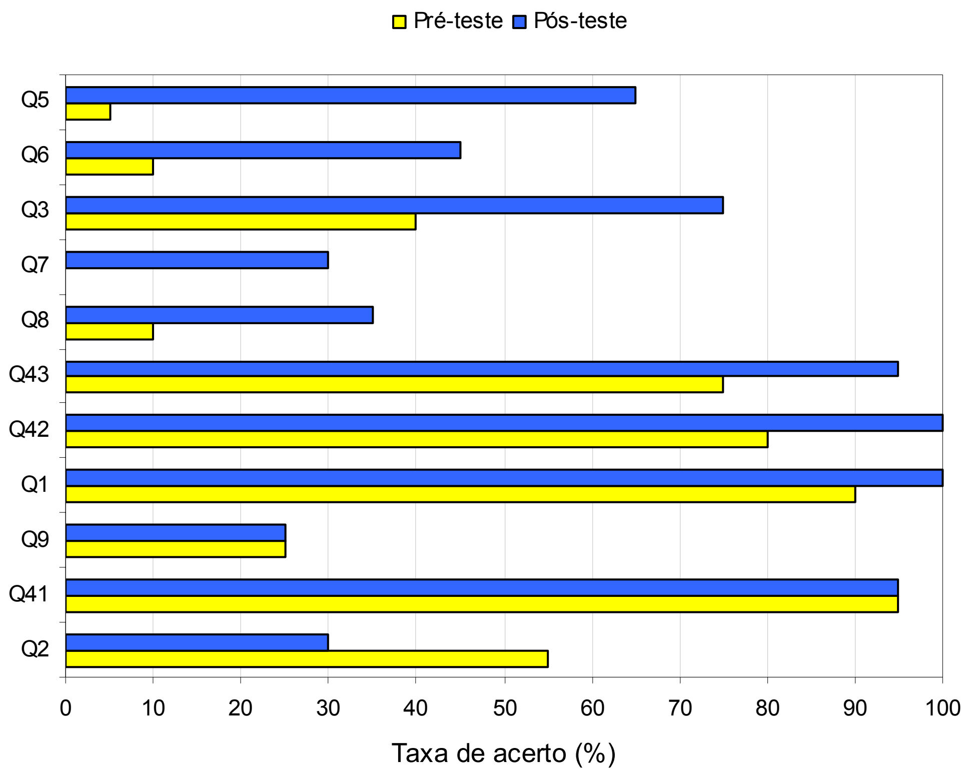


Gráfico 2 - Taxa de acertos das questões dos testes ordenados pelas diferenças entre os resultados obtidos pelos alunos

A tabela e a Figura acima mostram um panorama geral dos percentuais de acertos dos alunos do GE no pré e no pós-teste em cada uma das questões. Uma primeira ação que podemos fazer a partir dos resultados apresentados é dividir os onze itens em quatro grupos, a saber:

Grupo α – engloba os itens em que os alunos obtiveram resultados percentuais inferiores a 26% no pré-teste. Foram eles Q5, Q6, Q7, Q8 e Q9. Do ponto de vista dos conceitos escolares, podemos dizer que se trataram de itens em que os alunos apresentaram um desempenho muito baixo.

Grupo β – considerou apenas o item Q3, cujo percentual de acerto dos alunos ficou entre 26% e 50%. Considerando os parâmetros escolares, podemos considerar que os alunos tiveram um desempenho insatisfatório nele.

Grupo δ – abrangeu os itens Q2 e Q43, nos quais os percentuais de acertos dos alunos ficaram entre 51% e 75%. Podemos considerar um médio desempenho nesses itens.

Grupo λ – envolveu os itens Q1, Q41, e Q42, nos quais podemos afirmar que, se levássemos em consideração as aferições do sistema educacional, os alunos apresentaram nos resultados um bom desempenho, pois apresentaram acerto acima de 76% já no pré-teste. É interessante ressaltar que os itens Q1, Q42 e Q43, mesmo já tendo apresentado altos percentuais de acertos no pré-teste, continuaram a evoluir após a intervenção, num claro indício de que esses alunos efetivamente se apropriaram dessa forma de registro que indica o crescimento e decrescimento da função.

Já no pós-teste há ganhos, assinalados pelos resultados das questões correlatas ao pré-teste.

Após análise dos percentuais, podemos sintetizar os resultados apresentando a questão Q9 como a que não apresentou ganho, permanecendo com um desempenho péssimo 25%, indicando que não houve um crescimento da formação de conceitos de funções, um forte indicador para a necessidade de em futuras pesquisas demandar um maior tempo para tal assunto.

Acompanhamos nas questões (Q2, Q6, Q7 e Q8), ainda um baixo desempenho entre 26% e 50%, com destaque negativo a Q2 a única a apresentar regressão no resultado percentual comparado com sua correlata do pré-teste, tal regressão pode ter sido ocasionada por uma alteração da expressão dobro para expressão triplo.

Em um patamar aceitável, as questões Q3 e Q5 apresentaram resultados entre 51% e 75%, um médio desempenho, porém o aumento relativo aos resultados de suas questões correlatas do pré-teste foi dos mais expressivos, visto que os resultados referentes às questões - Q1, Q41, Q42 e Q43 apresentaram resultados entre 76% e 100%, um desempenho adequado e esperado na pós intervenção, contudo por estarem próximos a totalidade, sugerem terem sido adequadas as situações didáticas propostas na intervenção no que tange a essas questões, possibilitando mesmo assim ganhos e manutenções desejados.

A seguir passaremos à análise qualitativa, quando apontamos os fatores que acreditamos ter contribuído para tais resultados.

4.2 Análise qualitativa

Por meio dos resultados obtidos na correção das questões do pré-teste e a conseqüente obtenção de dados, estes nos trouxeram um indicador de fatores os quais deveriam estar consolidados enquanto conhecimento técnico básico sobre o objeto matemático funções e em quais poderíamos produzir uma intervenção significativa. Dentre as questões propostas, tínhamos questões que tangenciavam os conceitos básicos de funções afins.

As questões apresentaram como resposta os percentuais de acertos descritos na seção 4.1 que ora retomamos com considerações referentes a cada questão.

Questão 1 – A intenção na mesma era perceber como os alunos lidavam com um equacionamento simples manipulando variáveis, não havia necessidade de mudanças de registros, o que foi um grande facilitador pelo que retrataram os resultados tabulados. Esta questão teve um alto índice de acerto no pré-teste (90%) e não justificava uma intervenção significativa. Os resultados do pós-teste da questão equivalente mostraram uma manutenção do bom desempenho dos alunos na resolução da equação elevando o índice de acertos ao seu máximo possível (100%).

Questão 2 – A intenção nesta questão era perceber como os alunos lidavam com um problema que conduzisse a um equacionamento simples manipulando uma única variável, havendo a necessidade de mudanças de registros, do registro na língua materna para um registro algébrico. Outra forma de resolver foi apresentada por alguns alunos, uma estratégia de tentativa-erro ou de cálculos mentais, que conduziu boa parte dos 11 alunos que acertaram esta questão a gerar um índice de acerto intermediário (55%). O índice de acerto da questão correlata foi uma das surpresas desta pesquisa (30%). Os protocolos do pós-teste mostraram uma dificuldade aparente por parte de muitos alunos que haviam resolvido, seja por equacionamento ou por outras técnicas, em relação a alteração de um problema envolvendo o termo *dobro* por outro envolvendo o termo *triplo.*

Questão 3 – A intenção nesta questão era perceber como os alunos lidavam com um problema que conduzisse a resolução de um sistema com duas variáveis, que também poderia ser resolvido por uma estratégia de tentativa-erro, o que ocorreu em muitos protocolos, os quais trouxeram em sua maioria registros aritméticos e não registros algébricos que eram esperados. Como o conteúdo programático pertinente ao 2º ano do Ensino Médio traz o tema em maior grau de dificuldade e com a nomenclatura de sistemas lineares, em relação ao grau de dificuldade, pois poderia ser resolvido como um sistema simples, trabalhados no conteúdo programático referente à 7ª serie do Ensino Fundamental. O índice de acerto baixo do pré-teste (40%), levou-nos a um trabalho diferenciado na intervenção, ocasião em que realizamos uma revisão dos conceitos de sistema e variáveis. Esta intervenção propiciou um resultado satisfatório como resposta do pós-teste (75%), quase o dobro do resultado obtido anteriormente a intervenção.

Questões 4.1, 4.2 e 4.3 – A intenção nesta questão subdividida em três itens teve como proposta identificar como os alunos interpretam os gráficos quanto ao seu crescimento. Os resultados do pré-teste apesar de apresentarem percentuais em todos os itens acima de (75%) de acerto, mostraram nos protocolos um melhor rendimento quanto aos gráficos de funções constantes (95%) e um resultado um pouco inferior nas funções crescentes (80%) e decrescentes (75%). Em virtude dos expressivos resultados, durante as apresentações da intervenção procuramos com auxílio do software *Graphmatica* apresentar as características pertinentes ao crescimento das funções e com esta tivemos como resultado do pós-teste acertos superiores a (95%), trazendo um resultado satisfatório a nossa proposta de intervenção aplicada, mesmo com a alteração da idéias de correspondência da questão do pré-teste para outra de classificação no pós.

Questões 5 e 6 – A intenção nestas questões era perceber como os alunos lidavam com questões que levassem a mudança de um registro algébrico para um registro gráfico, de uma função crescente e outra decrescente. Os resultados no pré-teste foram baixíssimos entre (5% e 10%). Com tais resultados, buscamos produzir exemplos e retomadas de conceitos sobre funções afins durante a intervenção, apoiados por ensaios diversos no ambiente computacional seja com o uso de slides em *power point* ou *Graphmatica*. Os resultados dos protocolos do pós-teste (45%) no gráfico decrescente, o qual apresentava um índice de acerto já citado de (5%) e índice de acerto do pós teste (65%) em questão referente a uma função crescente, que apresentava apenas (10%) de acerto, indicam uma melhora que não atinge os patamares tão expressivos, porém comparativo aos resultados de partida e demonstram uma boa diferença percentual próxima a (50%) de variação, o que indica um fator positivo em relação a intervenção.

Questões 7 e 8– A intenção nestas questões era perceber como os alunos lidavam com questões que proporcionavam a mudança de um registro gráfico para um registro algébrico, de uma função crescente e outra decrescente, por meio de apresentação de dois pontos como apoio de cada gráfico. Os resultados mais uma vez no pré-teste foram baixíssimos entre (0% e 10%). Com tais resultados, buscamos produzir, assim como para as questões 7 e 8, exemplos e retomadas de conceitos sobre funções afins durante a intervenção, apoiados por revisão de conceitos e realização de novas abordagens deste tema, por meio de discussões e ensaios diversos, em lousa e propostas de comparações no ambiente computacional *Graphmatica*. Os resultados dos protocolos do pós-teste (35%) no gráfico decrescente, o qual apresentava um índice de acerto já citado de (10%) e índice de acerto do pós-teste (30%) em questão referente a uma função crescente que apresentava apenas (0%) de acerto, indicam uma melhora que não atinge os patamares ao menos próximos de uma média, porém comparativo aos resultados de partida demonstram um avanço que acreditamos poder ser elevado com uma maior ênfase e quantidade de encontros reforçando estes temas.

Questão 9 – A intenção nesta questão era identificar como os alunos responderiam uma questão aberta sobre o que entendiam por função. Os protocolos trouxeram, apesar das orientações dadas aos alunos, para preencherem da melhor maneira possível às respostas, afirmações distantes de um conceito de função ou apenas em branco, com a exceção de (25%) de acertos, que se repetiu no pós-teste em questão correlata, entretanto com um outro formato. Durante a Intervenção o momento de formação de um mapa conceitual, trouxe um bom momento de discussão para a formação do conceito de função, mas não atingimos uma evolução percentual, porém as redações das respostas se mostraram mais completas. O tempo decorrido, 21 dias, entre os dias da aplicação do pós-teste e esta Intervenção com o momento de trabalho com o mapa conceitual, nos faz acreditar que houve um aprendizado e não uma repetição das idéias trabalhadas em sala.

4.2.1 Análise da Intervenção

Uma semana após a aplicação do pré-teste, os alunos do GE iniciaram sua participação na nossa Intervenção de Ensino, a qual, como já descrito no capítulo de Metodologia, se deu dentro de três encontros, que passaremos a descrever de forma analítica.

<u>Primeiro encontro</u> – Mapa conceitual e familiarização.

O encontro iniciou com os alunos, juntos com o pesquisador, formando um mapa conceitual sobre os elementos proximais de funções, com o objetivo de possibilitar um norte mais preciso do que apenas os registros dos protocolos do pré-teste sobre o tema função. Nesse mapa os termos que mais apareceram foram:

DOMÍNIO, IMAGEM, VARIÁVEL, EIXO CARTESIANO, DIAGRAMAS, etc...

E, de fato, todos esses termos são elementos constitutivos do objeto função.

De posse desse mapa, passamos a intervir nos conceitos apresentados, de forma a produzir uma discussão que trouxesse elementos de suas vivências diárias e da cultura local, de maneira a buscar elos entre o tema a ser estudado e o seu significado para esses alunos, numa tentativa de trabalhar nos parâmetros da Etnomatemática (D' Ambrosio, 1996). Situações como compras de pães e leite para o café da manhã e estimativas de custo para os mesmos, estimularam a discussão e possibilitaram o surgimento de outros modelos, nos quais pudemos aplicar os conceitos sobre função afim, com a participação efetiva dos alunos, e assim focar no aprendizado de forma menos abstrata e mais significativa, como ilustra o relato extraído de trecho de uma fala de um dos alunos.

> *–. ALUNO: "ENTÃO QUER DIZER QUE QUANDO EU ESTOU FAZENDO COMPRAS, EU ESTOU ESTUDANDO MATEMÁTICA SEM PERCEBER? MAS PARECE QUE NÃO TINHA NADA A VER O QUE APREENDEMOS NA ESCOLA ANTES, ATÉ QUE É LEGAL VENDO DESSA FORMA..."....*

No momento seguinte da intervenção, ainda dentro do primeiro encontro, passamos para o ambiente computacional, quando apresentamos primeiramente o próprio computador e, na seqüência, o software gráfico *Graphmatica*. Partimos do pressuposto dos PCN:

> [...] o ensino médio deve propiciar aos jovens adquirir conhecimentos ligados à preparação científica e à capacidade de utilização de diferentes tecnologias. A consolidação desses conteúdos é de grande importância para o desenvolvimento intelectual dos indivíduos e para o desenvolvimento social e econômico da nação. Eles permitem o acesso a saberes científicos diversos, de modo que o aluno desenvolva a capacidade de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las, bem como a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício da memorização (Brasil, 2002, p.16) [13]

Nosso objetivo foi trazer o uso da tecnologia como motivador e apresentar aos participantes do GE uma abordagem diferenciada, visto que as abordagens tradicionais e expositivas, segundo resultados aferidos nos pré-testes e levantamento feito com o mapa conceitual, não foram suficientes para construir resultados que demonstrassem uma formação de conceito satisfatória do conteúdo matemático de funções afins pelos mesmos, acreditamos que a abordagem diferenciada possa ser mais adequada, se utilizarmos um maior número de encontros. Os arquivos construídos pelos alunos e a interação com o software formaram um indicador positivo do trabalho com os mesmos no que se refere às construções e às percepções de crescimento e decrescimento de gráficos, assim como, indicadores de uma familiarização com as constantes de uma função afim e suas relações com o crescimento do gráfico e cortes dos eixos cartesianos.

<u>Segundo encontro</u> – Manipulação do Software e Resolução de Ficha de Apoio.

Como citamos no capítulo 3, as questões que discutiremos a seguir fizeram parte do segundo encontro da intervenção. Durante este encontro os alunos resolveram uma lista de atividades a ser realizada com o apoio do *Graphmatica*, com ela pudemos perceber que o uso do software gráfico despertou na maioria dos alunos um grande interesse em lidar com as funções em sua forma algébrica, passando a ter seu registro na forma gráfica, não fazendo cálculos repetitivos, mas ensaios dinâmicos das funções propostas. Com esses ensaios colhemos bons resultados dos alunos não apenas nessa atividade, mas na apropriação do conceito de função afim, medida quando da aplicação do instrumento pós-teste. .

Na 1ª atividade da ficha – Atividade Prática – preenchimento de tabela foi possível identificar dois erros comumente cometidos pelos alunos, os quais parecem advir dos conhecimentos prévios. Foram eles:

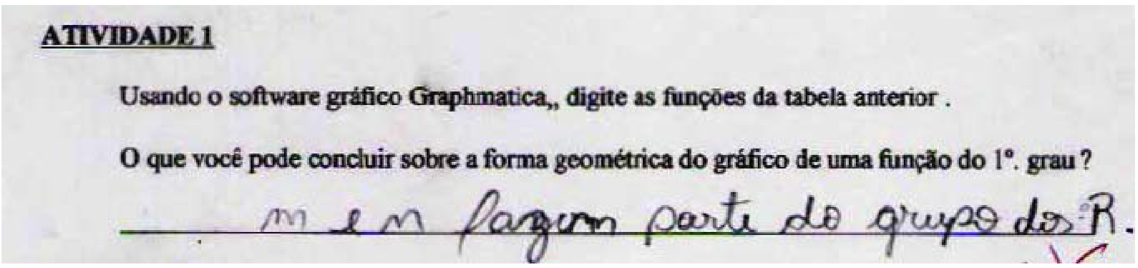
---

[13] 1 BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: ensino
médio. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

- a não observação de sinais que acompanham os valores dos coeficientes, ou não identificação da necessidade de representar o coeficiente angular (-1) no item “c” desta questão, por estar implícito.
- não completarem os coeficientes “m”e “n” na tabela quando era implícito o valor numérico (0).

Esses erros ora apresentados, assim como os demais encontrados, decorreram nas atividades a seguir e foram importantes para definição de estratégias e abordagens para nosso terceiro encontro, que iremos detalhar após analisarmos as demais atividades que compõem este processo.

Na Atividade 1, os alunos usaram as funções em seus registros algébricos, para simular junto ao *Graphmatica*, o registro gráfico das mesmas e por meio desta visualização poderem levantar hipóteses e com as mesmas passar a formar um novo conceito sobre as funções ora trabalhadas. Conceitos como do gráfico gerado ser uma reta, foram as que mais apareceram porém muitos alunos, não souberam interpretar o enunciado que pedia a forma geométrica e passaram a trazer outras propriedades que não eram objetivo do questionamento, como o fato de serem crescentes ou decrescente e ainda respostas como a encontrada na Figura 30 a seguir, extraída da atividade respondida por um alunos do GE, que ilustra um possível déficit na competência leitora, um *“nível baixo de proficiência*” como classifica a avaliação do SARESP 2007[14], como retrata a análise em contraponto, a resposta encontrada na Figura 31 mostra a devida compreensão retratada.


ATIVIDADE 1

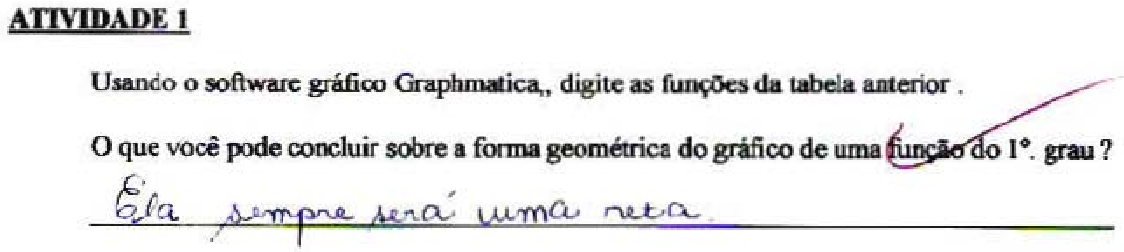
Usando o software gráfico Graphmatica,, digite as funções da tabela anterior .

O que você pode concluir sobre a forma geométrica do gráfico de uma função do 1º. grau ?

m e n fazem parte do grupo dos R.

Figura 30 - Resposta incorreta da atividade 1 da atividade de Intervenção

[14] Relatório produzido pela Secretária Estadual de Educação de São Paulo e enviado as Escolas Estatuais de São Paulo, sobre o rendimento dos alunos na avaliação SARESP 2007, cujo resultados foram obtidos pela correção das avaliações aplicadas junto aos alunos matriculados no ano de 2007. As avaliações foram feitas em 4 séries pré-estabelecidas, inclusos os 3º anos do Ensino Médio, que se encontram com competência abaixo do básico em 71,7% dos alunos avaliados da Unidade Escolar na qual aplicamos nossa pesquisa. Resultados tabelados encontram-se na sua integra nos nos anexos D desta dissertação.


ATIVIDADE 1

Usando o software gráfico Graphmatica,, digite as funções da tabela anterior .

O que você pode concluir sobre a forma geométrica do gráfico de uma função do 1°. grau ?

Ela sempre será uma reta

Figura 31 - Resposta correta da atividade 1 da atividade de Intervenção

O objetivo da atividade 2 estava centrado em identificar os conhecimentos prévios que o aluno dispunha sobre os elementos, “m” e “n” de cada função. Poucos alunos, em um primeiro momento, mesmo como auxílio do software perceberam a relação do valor “m” com a inclinação da reta e do valor “n” com a posição em que a reta cortava o eixo “y”. O crescimento e o decrescimento era mencionado por muitos alunos em seus relatos, como ilustra trecho do protocolo abaixo transcrito:

- “*Quando eu usei o “m” positivo a reta subiu e quando usei o “m” negativo ela desceu”*,
- “*se o “n” for zero ele passa no encontro dos eixos*”
- “*quando não tem “x” a reta fica parada*”

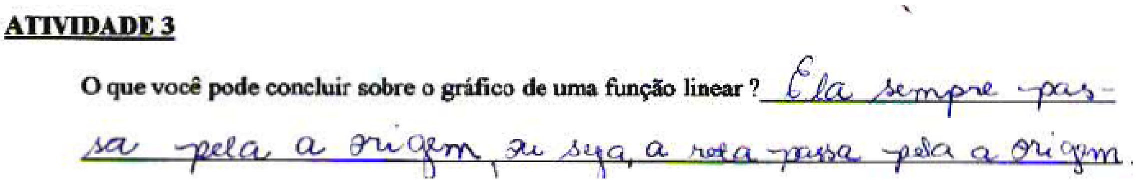
Este último relato foi feito por um aluno se referindo a uma função constante.

Finalizando a atividade 4, tínhamos uma questão que implicitamente pedia que o aluno remetesse sua análise à observação das funções que descreviam um gráfico que passasse pelo “n”, coeficiente linear, igual a zero ao termo função linear retratado pelos gráficos gerados nos itens “e” ou “f” da primeira parte desta atividade e notasse uma idéia de proporcionalidade associada a passagem da reta pela origem do plano cartesiano. Esta foi uma excelente oportunidade para avaliarmos o desconhecimento desse termo pela quase totalidade da turma e adequação no momento de **institucionalização,** momento no qual discutiremos respostas incorretas como ilustra a Figura 32 e corretas como ilustrado na Figura 33.


ATIVIDADE 3

O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função linear ? ela se aproxi-
ma do eixo y.

Figura 32 - Resposta incorreta da atividade 3 da atividade da Intervenção


ATIVIDADE 3

O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função linear ? Ela sempre pas-
sa pela a origem, ou seja, a reta passa pela a origem.

Figura 33 - Resposta correta da atividade 3 da atividade de Intervenção

Procuramos após a análise dos erros cometidos pelos alunos participantes do GE, possibilitar a correção de conceitos retratados nas respostas com a construção de um momento de **institucionalização** dos conceitos, por meio da correção desses exercícios com a exposição das respostas encontradas pelos alunos, após uma busca de **validação** de suas conclusões e correção de conceitos incorretos que foram apresentados no terceiro encontro da Intervenção. Erros que contribuíram para um re-aprendizado de alguns alunos que haviam feito generalizações e exposições equivocadas sobre os itens trabalhados.

<u>Terceiro encontro</u> – Institucionalização com uso do *Graphmatica*

Este Encontro teve por fim, o fechamento da intervenção com uma institucionalização dos conceitos que foram trabalhados no segundo encontro, utilizamos a manipulação do software *Graphmatica* projetado em um telão, um fator novo para esses alunos que citaram nunca terem participado de uma atividade com esses recursos em uma sala de aula e por uma dinâmica de questionamentos feita a eles, norteados pelos resultados constatados nas respostas dadas na atividade prática e escrita feitos pelo pesquisador e respostas dadas pelos mesmos.

A participação ativa por boa parte dos alunos nesse momento, acreditamos ser um indicador da diferença de resultados encontrados entre os resultados distintos no pós-teste, no qual, os que participaram ativamente, obtiveram melhores resultados.

Muitos alunos em seus ensaios passaram a conjecturar sobre o que ocorria, participando efetivamente do proposto por Brosseau (1996), qual seja, a passagem pelas fases de ação – formulação - validação, e com isso ocorrendo a formação de um conceito correto após a institucionalização, propiciado no final da atividade com a exposição dos alunos de suas conjecturas e devidas correções e orientações por nossa parte.

Com tais resultados analisados, principalmente do ponto de vista quantitativo, porém complementado com o recheio de qualidade referente as ações dos alunos, passaremos ao capítulo final sobre nossas conclusões, quando pretendemos responder à nossa questão de pesquisa.

CAPÍTULO 5: CONCLUSÕES

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

A presente pesquisa teve por objetivo investigar o resultado de uma Intervenção de Ensino, voltada ao aprendizado de função afim, junto a alunos do 3º ano do Ensino Médio. Para isso, nossa Intervenção de Ensino teve apoio de uma ferramenta tecnológica, o software de ensino *Graphmatica.* Com a intenção de atingirmos nosso objetivo, planejamos um percurso, descrito em nossa introdução, o qual teve como ponto de partida, os motivos que nos levaram a elaborar esta dissertação, assim como a escolha pela questão a ser investigada.

Para ajudar na conclusão de nosso estudo, retomaremos brevemente o caminho percorrido para chegarmos a este capítulo final, no qual nos propomos a responder nossa questão de pesquisa.

5.1 Caminho percorrido

Definido nosso percurso, no capítulo 1, trouxemos uma apresentação de três perspectivas nas quais nos apoiamos para elaboração das atividades e intervenção, a Matemática, sustentada em referenciais históricos sobre funções, para em seguida buscarmos subsídios nas atuais propostas dos sistemas educacionais e em conjunto suas macroavaliações. Finalizamos o estudo deste capítulo com uma breve explanação sobre pesquisas correlatas, as quais foram resumidamente descritas.

Quanto ao Estudo de funções e suas definições, no decorrer da história, nos baseamos nos registros das pesquisas de D'Ambrosio (1998), Youschkevitch (2001) e Caraça (2002), para termos referências adequadas ao tema.

No capítulo 2, apresentamos os referenciais teóricos que nortearam nossa pesquisa e contribuíram diretamente para construção da Intervenção e o seu direcionamento. Da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), tivemos apoio à formação do conceito pela terna: S—I – R, em que o "S" corresponde ao conjunto das situações, o "I" ao conjunto dos variantes operatórios e o "R" ao conjunto das representações simbólicas.

Da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996), usamos as relações entre as fases de uma seqüência de ensino: Ação, Formulação e Validação pelos alunos e a Institucionalização proposta pelo pesquisador.

Ainda sobre o Programa Etnomatemática, temos o uso de situações ligadas ao contexto sociocultural do aluno como meio para construção da aprendizagem.

Apoiados nesses referenciais teóricos hora citados, traçamos a metodologia de trabalho de pesquisa e suas respectivas fases: pré-teste, intervenção e pós-teste. A fase de intervenção não contou com a participação dos alunos pertencentes ao GC, já o GE participou de todas as fases.

Na Intervenção de Ensino realizada com o GE, tivemos momentos de construção de mapa conceitual, familiarização e uso do software gráfico Graphmatica, envolvendo proposta de resolução de questões referentes ao tema função afim, assim como exercícios de interpretações de gráficos e institucionalização dos conceitos trabalhados, na forma de um acompanhamento próximo do que era trabalhado em sala de aula no projeto de recuperação do Governo Estadual, cujos objetivos e propostas trazemos no Anexo D.

O Software Graphmatica nos permitiu seguir etapas de construção do conceito de funções afins, por meio de múltiplos ensaios e direcionamento feitos em conjunto com a atividade prática sugerida.

Fechamos as etapas de estudo referentes à participação dos alunos, com uma institucionalização, na qual os alunos abordaram elementos que buscaram aproximá-los dos conceitos fundamentais dos estudos de funções afins.

Com a conclusão desta fase, finalizamos os trabalhos junto aos alunos com a aplicação do pós-teste. O passo seguinte foi proceder com a análise dos dados obtidos, tanto a partir dos resultados advindos dos instrumentos diagnósticos – pré e pós-testes – quanto por intermédio das respostas dos alunos às fichas de atividades, nas quais apresentaremos, sucintamente, os principais resultados extraídos de nossa análise na próxima seção.

5.2 Síntese dos Principais Resultados

O primeiro resultado extraído de nossa analise foi que o GE conseguiu um avanço na apropriação de função afim, como observado nos gráficos e tabulações apresentados, porém a mudança de postura de alguns alunos frente ao estudo e o desconhecimento de termos simples como a palavra triplo pode ser, segundo análise dos dados e registros coletados por nós durante a pesquisa, fator determinante para obtenção de melhores resultados no coletivo.

O que nos levou a essas análises, foram os dados advindos das respostas dos alunos que participaram de todas as fases e que tiveram, em uma questão, na qual o diferencial entre esta e sua equivalente do pós-teste, se reduziu ao uso do termo triplo, além de registros de posturas de alguns alunos frente à Intervenção de Ensino e o momento dos testes, em ações que foram mostradas como a displicência.

Considerando a análise dos resultados obtidos em nosso estudo, exposta sucintamente acima, e tendo em mente o suporte teórico discutido nos capítulos anteriores, consideramos ter subsídios suficientes para responder a nossa questão de pesquisa, o que será feito na próxima seção.

5.3 Respondendo a Questão de Pesquisa

Como exposto no capítulo 1 a questão de pesquisa a que este estudo se propôs responder foi:

> **Quais as contribuições para a aprendizagem de conceitos relativos à função afim, que uma Intervenção de Ensino com uso do software *Graphmatica* pode trazer?**

Considerando o desenvolvimento dos alunos no que diz respeito a mudança de registro, do algébrico para o gráfico, podemos considerar que os alunos do GE tiveram um bom resultado ao final da intervenção. Da mesma forma, houve um crescimento por parte desses alunos no que se refere a interpretação de crescimento e decrescimento de retas. Consideramos que a intervenção, com o uso do software *Graphmatica*, parece ter se constituído em um valioso recurso no processo de ensino de função afim.

A análise da Intervenção ainda nos permite concluir que o trabalho utilizando modelagem, a partir de situações do cotidiano do aluno (compras de pão e leite, por exemplo), em sintonia com o uso de software educativo Graphmatica que permitiu a simulação de várias possibilidades gráficas para essas situações, pois se mostrou uma ferramenta didática poderosa para o ensino da função afim.

De fato, explorar o cotidiano, com posterior simulação nas mudanças de registro de forma dinâmica, construindo em muitos casos, conjecturas que partiam das observações dos comportamentos dos gráficos, apesar de não produzir resultados expressivos de ganho em todos os quesitos propostos nos testes, permitiu que os alunos passassem por fases importantes das Situações Didáticas de Brousseau (1996) – ação, formulação e validação. Achamos também que houve um ganho relevante no que se refere à formação do conceito de funções, a luz das Teorias dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), isto porque os alunos tiveram oportunidades de trabalhar a função afim em diferentes situações.

As dinâmicas diferenciadas, comparadas às aulas tradicionais, associadas ao software gráfico de fácil manipulação, segundo relatos dos alunos, deixaram suas aulas muito mais interessantes e fáceis de serem compreendidas, contribuindo para formação de um melhor ambiente no processo de ensino com o uso da tecnologia, algo já pressuposto há anos pelas pesquisas, e em especial pelo pesquisador Ubiratan D'Ambrosio, e que ora nos traz um resultado satisfatório, porém não o bastante para não questionarmos alguns resultados obtidos.

Assim podemos, considerando todos os elementos envolvidos, mostrar o resultado geral obtido e concluir que uma Intervenção de Ensino de funções, com o auxílio de um ambiente computacional e o uso de um software adequado, proporciona condições para a descoberta de invariantes pertencentes ao conceito de função afim.

5.4 Sugestão de Futuras Pesquisas

Ao finalizarmos nosso estudo e após valiosas reflexões sobre como se dá o processo de apropriação do objeto “função afim”, sentimo-nos compelidos a sugerir algumas variantes de pesquisa, as quais poderiam contribuir para trazer luz sobre o caminho da aprendizagem do conceito de função, principalmente quando este conta com a tecnologia como ferramenta didática.

A nossa primeira sugestão, refletindo sobre os avanços, é que a referida pesquisa possa ser aplicada em outras populações, com replicação de nossa Intervenção de Ensino para que, futuramente, possamos ter uma quantidade representativa desenvolvendo tal intervenção.

Outra sugestão para o trabalho com essa intervenção seria em turmas finais do Ensino Fundamental II ou início do Ensino Médio, momentos nos quais as atuais propostas de ensino, incluindo as Propostas Curriculares, recém-estabelecidas no Estado de São Paulo, propostas estas cujas referências anexamos neste trabalho por terem sido pertinentes ao momento no qual ocorreram as fases do nosso estudo e que muito podem contribuir para uma mudança dos resultados das macroavaliações e, para tal, apresentamos os números em relatórios anexos.

Por fim, ao apresentarmos nossas sugestões finais, entendemos que o fim deste trabalho seja apenas o início de um caminho que ao ser seguido possa trazer muitas contribuições e questões para uma continuidade do mesmo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. “*Didactique des mathématiques: concepts didactiques et problèmes de méthodologie de recherche*”, Caderno PROEM, PUC-SP, 1994.

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

AUSUBEL, David Paul, Novak, Joseph e Hanesian, Helen. *Psicologia Educaciona*l, Rio de Janeiro : Interamericana, 1980.

BAUMGART, John K. *História da Álgebra*. In: BAUMGART, John K. *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra*. Trad.: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. SP: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação, “*Qualidade da Educação:uma nova leitura do desempenhodos estudantes, da 3ª sériedo Ensino Médio*” , Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), Brasília,2004.

BRASIL. PCN+ Ensino Médio – *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Acesso em 18/08/2007. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* v.3 Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática / Ministério da Educação*. — Brasília : MEC, 2007. 152 p. — (Anos Finais do Ensino Fundamental).

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002. 144p.

Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica: *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio : PNLEM/2009* / Secretaria de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. -, 2008.88p. disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Avalmat/pnldmat07.pdf>, acessado em 05/03/2008.

Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.
135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2), acessado em 15/01/2008

BROUSSEAU, Guy. *Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématique*s., 7, 33-115, 1986.

BROUSSEAU, Guy. *Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática*. In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, p. 35-111, 1996.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. 9a ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989

DAMICO, Alecio. *Uma investigação sobre a formação inicial de Professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental.* Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2007

DANTE, Luis Roberto. *Matemática,contexto e aplicações*, Volume único, Ed. Ática. 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan, "*EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - DA TEORIA À PRATICA*, - Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*: Arte ou técnica de explicar e conhecer. 5. ed. São Paulo: Ática,1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan, Notas de aula referente à disciplina Historia e Filosofia da Educação Matemática, Mestrado Profissional em Educação Matemática – PUC-SP - (2006)

DUVAL, R. *Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em matemática - registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003. p.11-33.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*; tradução Hygino H. Domingues. Campinas. Ed. da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.* Campinas: Autores Associados, 2006, 226p

FREITAS, J. L. M. de - *SITUAÇÕES DIDÁTICAS - A. Contrato didático*. In: MACHADO, S. D. A. Educação matemática: uma introdução. 1ª reimpressão. São Paulo: PUC-SP, 2002. p. 65-87.

GUELLI, Oscar. *Matemática* – Série Brasil, volume Único, Editora Ática, 2003

LIMA, E. L. Curso de Análise. Rio de Janeiro: SBM, 1989. *Conceituação, Manipulação e Aplicações*. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro: SBM, n. 41,1989.

LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de. *Introduzindo o conceito de Média Aritmética na 4ª série do Ensino Fundamental, usando o ambiente computaciona*l. Dissertação (Mestrado)- PUC/SP, São Paulo - 2005

MACHADO, Nilson José - *Matemática e educação: alegorias, tecnologias e temas afins*. São Paulo: Cortez, 1992.

MAGINA, S. "*O COMPUTADOR E O ENSINO DA MATEMÁTICA*" – Artigo, Tecnologia Educacional, v.26, n 140, 1998

MAGINA, Sandra; CAMPOS Tânia M. M.;NUNES, Teresinha; GITIRANA, V. – *Repensando adição da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo, 2000.

MORETTI,V. D. *O Conceito de função: os conhecimentos prvíos e as ínterações sociais como desencadeadores da aprendizagem*. Dissertação (Mestrado). Feusp, São Paulo, 1998

MOURA, Manoel Oriosvaldo - *O. Construção do signo numérico em situação de ensino*. Tese (Doutoramento), Feusp, São Paulo, 1992

MOURA, de, MORETTI, Vanessa D.- I*nvestigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais como desencadeadores de aprendizagem*. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS/Moura-Moretti03.pdf, acesso 04 de maio de 2007

NORUSIS, M. J. (1993). *SPSS for Windows: Advanced statistics*, release 6.0. Chicago: SPSS

OLIVEIRA, Nanci de, Conceito de função: *Uma Abordagem do Processo Ensino Aprendizagem*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. PUC-SP – 1997.

PASCUMA, Derna; Castilho, Antonio Paulo F. de. *Projeto de Pesquisa. O que é? Como fazer? Um guia para sua elaboração*. São Paulo. Ed. Olho d'Água, 2005.

ROSSINI, Renata*. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo. 2006.

RUDIO, Franz Victor. *Introdução ao projeto de Pesquisa Científica*, Ed. Vozes, 1978

SANTOS, Edivaldo Pinto dos. *Função afim y = ax + b : a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo*. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2002.

SANTOS, S. S. da. *A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco de Tratamento da Informação – Um estudo de caso no ambiente computacional.* São Paulo, 2003. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2002.

SANTOS, Wladir dos - *ENSINO MODULAR, Uma Revolução Brasileira na Educação*, 106 p. Campinas, SP : Edilap, 1994.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o ensino de matemática: 2º grau.* 3.ed. São Paulo: SE/CENP, 1995, 416p.il.

São Paulo : SEE, 2008. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática* / Coord. Maria Inês Fini.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo*- 2008

SILVA, B. A. *Contrato didático*. In: MACHADO, S. D. A. *Educação matemática: uma introdução*. 1ª reimpressão. São Paulo: PUC-SP, 2002. p. 43-64.

TODESCO, Humberto. *Um estudo com números inteiros nas séries iniciais - RE-aplicação da seqüência de Passoni*, Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2006.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactique des Mathematiques. Grenoble, La Pensée Sauvage*, n° 6, vol. 10, n° 2,3, p. 138-170, 1990.

VERGNAUD, G. *A teoria dos campos conceituais*. In: BRUN, Jean. *Didactica das*

Matemáticas.- Horizontes Pedagógicos V.62 , 1996 Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-189.

YOUSCHKEVITCH, A.P. *Le concept de function jusqu´ au milieu du XIXe siécie. In: Fragments d´historie des Mathématiques,* Brochure A.P.M E.P n. 41, p. 7-67, 1981.

ZUFFI, E. M. (1999). *O tema 'funções' e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio – por uma aprendizagem de significados*, São Paulo: Faculdade de Educação, USP, 307p. (tese de doutorado em Didática - Ensino de Ciências e (Matemática).

Anexos

ANEXO A
Pré-teste

NOME DO ALUNO ____N°. __________.

DATA: _____/_____/___

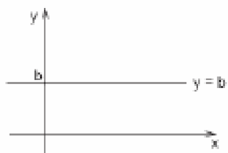
SÉRIE _______

1. A raiz da equação:
$12x - 15 = 20 + 2x$ é
a) 35
b) 1/2
c) 35/14
d) -35
e) 3,5

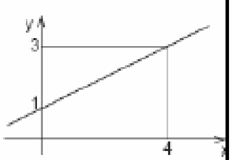
2. O dobro de um número acrescido (somado) de 14 é igual à metade de 56. Qual é esse numero?

3. Um rapaz paga uma dívida de 250 reais com 44 notas, algumas de 5 e outras de 10 reais. Quantas notas de 5 e quantas notas de 10 reais ele usou para pagar a dívida?

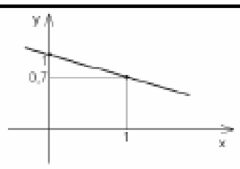
4. Associe os gráficos abaixo à suas respectivas classificações:



( )



( )



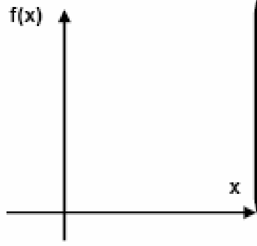
( )

(a) Função Crescente

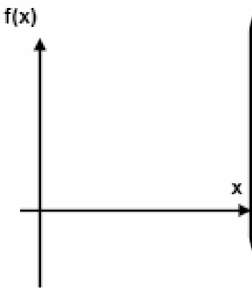
(b) Função Decrescente

(c) Função Constante

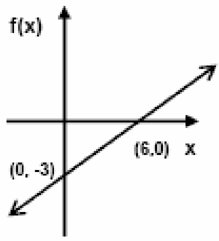
5) Dada a função f(x) = 4x- 8, represente o gráfico abaixo, usando o eixo dado.



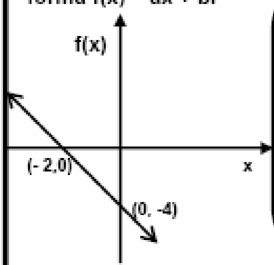
6) Dada a função f(x) = - 2x + 8, represente o gráfico abaixo, usando o eixo dado.



7) Dado o gráfico abaixo, represente a função na forma f(x) = ax + b.



8) Dado o gráfico abaixo, represente a função na forma f(x) = ax + b.



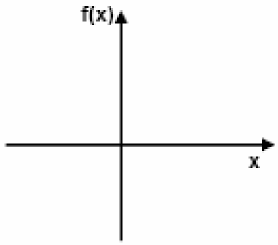
9) Explique, com suas palavras, o que você entende por função.

ANEXO B
Pós-teste

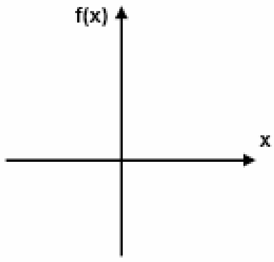
NOME DO ALUNO ____Nº_________

DATA: _____/_____/___

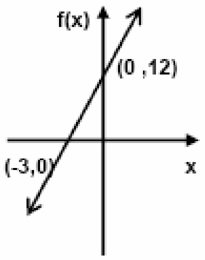
1) Dada a função f(x)= - 2x- 6, represente o gráfico abaixo, usando o eixo dado



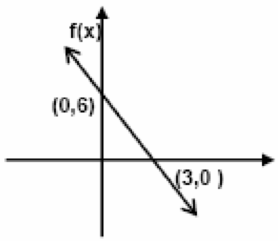
2. Dada a função f(x)= 6x - 18, represente o gráfico abaixo, usando o eixo dado



3. Dado o gráfico abaixo, represente a função na forma f(x) = ax + b



4. Dado o gráfico abaixo, represente a função na forma f(x) = ax + b



5. Um rapaz paga uma dívida de 125 reais com 22 notas, algumas de 5 e outras de 10 reais. Quantas notas de 5 e quantas notas de 10 reais ele usou para pagar a dívida?

NOME DO ALUNO ____N°__________

DATA: _____/_____/____

6. A raiz da equação:
$16x - 15 = 20+2x$ é
a) 35
b) 1/2
c) 35/14
d) -35/14
e) 3,5

7. "*Uma função relacionando y e x que pode ser representada pela expressão y = mx + n, com x e y sendo números reais quaisquer, recebe o nome de função polinomial do primeiro grau, ou função afim. Inúmeras situações reais podem ser expressas por uma função afim*" (Jornal do Aluno SEE-SP- 2008). Descreva uma situação conhecida por você, onde isso ocorra e se possível uma expressão algébrica ou gráfico associada a ela.

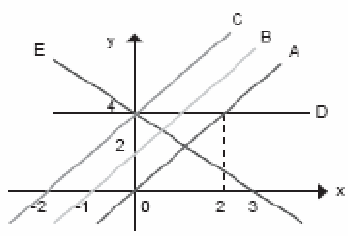
8. O triplo de um número acrescido (somado) de 12 é igual à metade de 96. Qual é esse número?

9. Observe que as retas A, B, C, D e E são representações gráficas da função y = mx + n. Identifique qual (is) é (são):

(a) Função (ões) crescente(s): ___________________________

(b) Função (ões) decrescente(s): __________________________

(c) Função (ões) constante(s): ____________________________



ANEXO C
Atividade de Intervenção de Ensino

Aluno: ____ **nº** ______

ATIVIDADE PRÁTICA

FUNÇÃO DO 1º. GRAU OU AFIM

É toda função do tipo **f (x) = mx + n** com **m**$\in$ **R** e **n** $\in$ **R** .

m é chamado **coeficiente angular**
n é chamado **coeficiente linear**

Complete a tabela abaixo:

	FUNÇÃO	m	n
a)	f (x) = 2x + 3		
b)	f (x) = –3x + 2		
c)	f (x) = –x – 4		
d)	f (x) = 5x – 3		
e)	f (x) = 3x		
f)	f (x) = –2x		
g)	f (x) = 4		
h)	f (x) = -2		

As funções que possuem **n = 0**, recebem o nome particular de **função linear**.

ATIVIDADE 1

Usando o software gráfico Graphmatica,, digite as funções da tabela anterior .

O que você pode concluir sobre a forma geométrica do gráfico de uma função do 1º. grau ?

____

ATIVIDADE 2

A) Sobre as funções representadas pela tabela acima, o que é possível perceber em relação as constantes **m** e **n ?**____
____

B) O que podemos afirmar sobre o crescimento dessas funções ?__________________________

ATIVIDADE 3

O que você pode concluir sobre o gráfico de uma função linear ?__________________________

ANEXO D
Relatório Saresp 2007

diretoria de ensino / município:
CARAPICUIBA / COTIA

coordenadoria:
COGSP

O SARESP 2007

O SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - aplica anualmente provas aos alunos de educação básica da Rede Estadual.
Os resultados apresentados neste boletim permitem à escola analisar o seu desempenho e, com o apoio da Secretaria de Estado da Educação, melhorar a qualidade da aprendizagem dos seus alunos e da gestão escolar.

PARTICIPANTES DO SARESP 2007

	4ª EF	6ª EF	8ª EF	3ª EM
ESTADO	-	440.556	416.642	284.618
COGSP	-	210.572	197.724	132.335
CEI	-	229.984	218.918	152.284
DIRETORIA	-	9.155	8.971	4.697
MUNICÍPIO	-	2.857	2.686	1.479
ESCOLA	-	123	105	127

MÉDIAS DO SARESP 2007

	4ª EF		6ª EF		8ª EF		3ª EM	
	Port.	Mat.	Port.	Mat.	Port.	Mat.	Port.	Mat.
ESTADO	-	-	210,4	194,1	242,6	231,5	263,2	263,7
COGSP	-	-	206,5	189,2	235,9	225,6	259,6	259,0
CEI	-	-	214,0	198,6	248,7	236,8	266,4	267,7
DIRETORIA	-	-	204,6	187,4	232,5	223,4	257,4	257,6
MUNICÍPIO	-	-	206,0	187,5	230,5	225,1	261,0	261,1
ESCOLA	-	-	217,9	194,6	247,2	223,6	263,9	265,5

SAEB 2005

	4ª EF		8ª EF		3ª EM	
	Port.	Mat.	Port.	Mat.	Port.	Mat.
Média das escolas estaduais do Brasil	173,0	181,8	226,6	232,9	248,7	260,0
Média das escolas estaduais de São Paulo	177,9	182,9	228,4	230,2	253,6	261,8

matemática

DESCRIÇAO DOS NIVEIS DE PROFICIENCIA

- Os alunos classificados no nível abaixo do básico demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série escolar em que se encontram.
- Os alunos classificados no nível básico demonstram desenvolvimento parcial dos conteúdos, competências e habilidades requeridas para a série escolar em que se encontram.
- Os alunos classificados no nível adequado demonstram domínio dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série escolar em que se encontram.
- Os alunos classificados no nível avançado demonstram conhecimentos e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido para a série escolar em que se encontram.

DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS NOS NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

4ª EF	% alunos Estado	% alunos Diretoria	% alunos Munic.	% alunos Escola
Abaixo do básico	44,3	48,3	45,6	-
Básico	36,6	36,9	40,4	-
Adequado	17,4	14,0	14,0	-
Avançado	1,7	0,8	-	-

6ª EF	% alunos Estado	% alunos Diretoria	% alunos Munic.	% alunos Escola
Abaixo do básico	54,8	61,8	60,2	54,1
Básico	23,3	21,5	21,4	23,0
Adequado	21,7	16,6	18,3	23,0
Avançado	0,2	0,1	0,0	-

8ª EF	% alunos Estado	% alunos Diretoria	% alunos Munic.	% alunos Escola
Abaixo do básico	49,8	58,4	55,6	58,3
Básico	44,8	39,3	41,8	40,8
Adequado	5,1	2,2	2,5	1,0
Avançado	0,4	0,1	0,1	-

3ª EM	% alunos Estado	% alunos Diretoria	% alunos Munic.	% alunos Escola
Abaixo do básico	71,0	76,1	73,8	71,7
Básico	24,7	21,4	22,3	25,0
Adequado	3,7	2,1	3,2	2,5
Avançado	0,6	0,4	0,8	0,8

ANEXO E
Proposta curricular do Estado de São Paulo

Fundamentos da proposta

Nesta parte, retomamos os fundamentos do projeto, de maneira a informá-las(los) sobre as reflexões e ações realizadas até a chegada deste texto em suas mãos.

Esta parte do documento descreve as ações propostas pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo a serem implementadas no período de 18 de fevereiro a 30 de março de 2008 para os alunos do Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries) e do Ensino Médio (1ª a 3ª séries) das escolas da rede pública estadual.

Essa proposta visa oferecer um material didático estruturado para o aluno e subsídios para o professor, para que as escolas possam implementar ações de consolidação das aprendizagens em todas as disciplinas do currículo, tendo por base os resultados do Saresp de 2005.

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo deve cumprir sua função de organizar e subsidiar as escolas de seu sistema, tendo em vista a aprendizagem dos alunos. O Saresp foi criado com esse objetivo. A constatação, porém, das dificuldades de aprendizagem apresentadas nessa avaliação não tem gerado ações condizentes com os resultados. A ação que ora está sendo proposta assume o problema reiterado das defasagens de aprendizagem e, ao mesmo tempo, indica um modelo para compreendê-las.

Com base nos resultados do Saresp 2005, foram organizados conjuntos de habilidades como referência para o trabalho em todas as disciplinas de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental e todas as séries do Ensino Médio, com o objetivo de consolidar as habilidades instrumentais de leitura / produção de textos e matemáticas, vistas como linguagens fundamentais, aplicadas nas diferentes disciplinas, para que o aluno possa dar continuidade aos estudos.

A partir desses conjuntos, foram organizadas indicações de habilidades correlatas às disciplinas do currículo. No âmbito de cada disciplina e de seus respectivos temas, foram consideradas habilidades a serem consolidadas ou desenvolvidas, sem a descaracterização disciplinar do currículo, e, ao mesmo tempo, transpondo esse caráter, como já indica o Saresp ao privilegiar a avaliação de leitura e produção de textos e matemática.

Espera-se que, com essa ação, se possa recuperar ou consolidar parte das habilidades básicas requeridas para a continuidade dos estudos dos alunos e subsidiar a escola e os professores na promoção de novas propostas dessa natureza.

O material foi projetado para atender o seguinte número de aulas por disciplina:

Ensino Fundamental

Disciplinas	Número de aulas previstas no período de seis semanas
Língua Portuguesa	30 aulas
Matemática	30 aulas
História	12 aulas
Geografia	12 aulas
Ciências	12 aulas
Arte	12 aulas
Educação Física	12 aulas
LEM	12 aulas

Ensino Médio

Disciplinas	Número de aulas previstas no período de seis semanas
Língua Portuguesa	30 aulas
Matemática	30 aulas
História	12 aulas
Geografia	12 aulas
Filosofia	12 aulas
Química	12 aulas
Física	12 aulas
Biologia	12 aulas
Arte	12 aulas
Educação Física	12 aulas
LEM	12 aulas

A grade curricular e os horários das aulas não serão alterados neste período. O material didático proposto é compatível com o número de aulas de cada disciplina.

Com base nos dados de desempenho dos alunos em leitura e matemática no Saresp 2005, foram constituídas matrizes de referência para todas as disciplinas do currículo, de acordo com o seguinte critério:

Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries)	Ensino Médio (1ª a 3ª séries)
Grupo I: As habilidades de leitura e produção de textos serão privilegiadas nas disciplinas Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte, Educação Física e História.	Grupo III: As habilidades de leitura e produção de textos serão privilegiadas nas disciplinas Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte, Educação Física, História e Filosofia.
Grupo II: As habilidades de matemática serão privilegiadas nas disciplinas Geografia, Ciências e Matemática.	Grupo IV: As habilidades de matemática serão privilegiadas nas disciplinas Geografia, Biologia, Física, Química e Matemática.

A divisão das disciplinas relacionadas às habilidades privilegiadas, ora em leitura e produção de textos, ora em matemática, é condizente com as linguagens mais desenvolvidas em cada uma delas, o que não exclui o desenvolvimento de outras habilidades.

O *Jornal do Aluno* apresenta atividades (situações-problema com a temática da disciplina e o desenvolvimento das habilidades do Saresp) de acordo com o número de aulas previstas para cada disciplina no período.

As escolas receberão quatro jornais com exemplares para todos os alunos, sendo:

Ensino Fundamental	Ensino Médio
1 jornal para 5ª e 6ª séries 1 jornal para 7ª e 8ª séries	1 jornal para 1ª série 1 jornal para 2ª e 3ª séries

UMA NOTA SOBRE AS HABILIDADES MATEMÁTICAS AVALIADAS NO SARESP

Nesta parte, apresentamos uma nota sobre os fundamentos das habilidades matemáticas requeridas pelo Saresp e que foram indicativas para a construção dos materiais.

Os conjuntos selecionados de habilidades serviram de base para a constituição da proposta das disciplinas de Matemática, Geografia, Ciências, Biologia, Química e Física, e foram voltados para o desenvolvimento das habilidades de leitura, escrita, interpretação e produção em Matemática.

Nesses conjuntos, estão explicitadas as habilidades que se busca desenvolver com as discussões dos temas abordados em cada uma das disciplinas que compõem esse bloco cujo foco é Matemática.

Nosso propósito é mostrar aos alunos que cada um é capaz de pensar, produzir, ler e escrever em Matemática. Para tanto, deve-se destacar como esse conhecimento lhe dá melhores condições para decodificar e analisar o que os meios de comunicação propagam e as demais áreas do conhecimento ensinam. Assim, propõe-se, para esse início de ano letivo, uma seqüência de atividades envolvendo os professores de Geografia, Ciências, Biologia, Química, Física e Matemática.

Rissma Pawestri/SXC.hu

A produção dessas atividades foi norteada pelas habilidades destacadas abaixo:

- identificar e interpretar informações envolvendo números racionais e seus diferentes significados;
- identificar e avaliar a variação de grandezas e medidas para explicar fenômenos naturais e processos socioeconômicos;
- resolver problemas que envolvam noções geométricas em situações cotidianas;
- utilizar expressões algébricas para generalizar situações de contextos diversos.

A constituição da proposta de trabalho para as disciplinas Geografia, Biologia, Química, Física e Matemática, que têm como foco o desenvolvimento de habilidades em Matemática, se deu a partir da constatação de que as deficiências de aprendizagens dos alunos, apontadas pelo Saresp 2005, são, de modo geral, conseqüência de dificuldades de ensino / aprendizagem do conjunto dos números racionais, e seus usos e aplicações, principalmente no que diz respeito às razões e proporções; de ensino / aprendizagem da álgebra com sua semântica e sintaxe próprias; de ensino / aprendizagem de geometria em que, para a resolução dos problemas, se empregam as noções algébricas e de números racionais, constituindo assim um círculo vicioso que impede melhores desempenhos de nossos alunos.

Considerando essas constatações, foram montadas as referências sobre as quais cada uma das disciplinas deveria desenvolver seus temas, de modo a colocar em jogo as habilidades necessárias para possibilitar aos alunos oportunidade de superação dessas dificuldades.